2019 年 1 月广东省普通高中学业水平考试

数学试卷

一、选择题：本大题共 15 小题，每小题 4 分，满分 60 分 . 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的 .

1. 已知集合 $A=\{0,2,4\}$，$B=\{-2,0,2\}$，则 $A\cup B=$( )

A. $\{0,2\}$　　B. $\{-2,4\}$　　C. $[0,2]$　　D. $\{-2,0,2,4\}$

2. 设 i 为虚数单位 ，则复数 $i(3+i)=$( )

A. $1+3i$　　B. $-1+3i$　　C. $1-3i$　　D. $-1-3i$

3. 函数 $y=\log_3(x+2)$ 的定义域为 ( )

A. $(-2,+\infty)$　　B. $(2,+\infty)$　　C. $[-2,+\infty)$　　D. $[2,+\infty)$

4. 已知向量 $a=(2,-2)$，$b=(2,-1)$，则 $|a+b|=$( )

A. 1　　B. $\sqrt{5}$　　C. 5　　D. 25

5. 直线 $3x+2y-6=0$ 的斜率是 ( )

A. $\frac{3}{2}$　　B. $-\frac{3}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $-\frac{2}{3}$

6. 不等式 $x^2-9<0$ 的解集为 ( )

A. $\{x\mid x<-3\}$　　B. $\{x\mid x<3\}$　　C. $\{x\mid x<-3$ 或 $x>3\}$　　D. $\{x\mid -3<x<3\}$

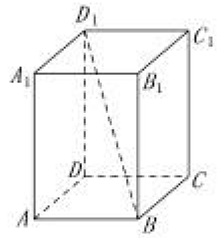
7. 已知 $a>0$，则 $\frac{a}{\sqrt[3]{a^2}}=$( )

A. $a^{\frac{1}{2}}$　　B. $a^{\frac{3}{2}}$　　C. $a^{\frac{2}{3}}$　　D. $a^{\frac{1}{3}}$

8. 某地区连续六天的最低气温 (单位 ：℃) 为 :9,8,7,6,5,7, 则该六天最低气温的平均数和方差分别为 ( )

A. 7 和 $\frac{5}{3}$　　B. 8 和 $\frac{8}{3}$　　C. 7 和 1　　D. 8 和 $\frac{2}{3}$

9. 如图 ，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中 ，$AB=AD=1$，$BD_1=2$，则 $AA_1=$( )



A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D. $\sqrt{3}$

10. 命题“$\forall x\in R$，$\sin x+1\geq 0$”的否定是（ ）

A. $\exists x_0\in R$，$\sin x_0+1<0$　　B. $\forall x\in R$，$\sin x+1<0$

C. $\exists x_0\in R$，$\sin x_0+1\geq 0$　　D. $\forall x\in R$，$\sin x+1\leq 0$

11. 设 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+3\geq 0,\\ x+y-1\leq 0,\\ y\geq 0,\end{cases}$ 则 $z=x-2y$ 的最大值为（ ）

A. -5　　B. -3　　C. 1　　D. 4

12. 已知圆 C 与 y 轴相切于点 (0,5)，半径为 5，则圆 C 的标准方程是（）

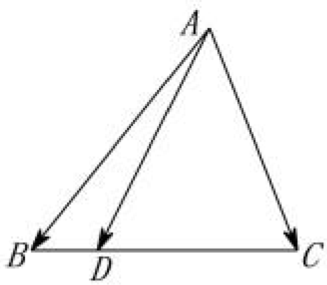
A. $(x-5)^2+(y-5)^2=25$

B. $(x+5)^2+(y-5)^2=25$

C. $(x-5)^2+(y-5)^2=5$ 或 $(x+5)^2+(y-5)^2=5$

D. $(x-5)^2+(y-5)^2=25$ 或 $(x+5)^2+(y-5)^2=25$

13. 如图，$\triangle ABC$ 中，$\vec{AB}=a$，$\vec{AC}=b$，$\vec{BC}=4\vec{BD}$，用 a，b 表示 $\vec{AD}$，正确的是（ ）



A. $\vec{AD}=\frac{1}{4}a+\frac{3}{4}b$　　B. $\vec{AD}=\frac{5}{4}a+\frac{1}{4}b$

C. $\vec{AD}=\frac{3}{4}a+\frac{1}{4}b$　　D. $\vec{AD}=\frac{5}{4}a-\frac{1}{4}b$

14. 若数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n=2n-6$，设 $b_n=|a_n|$，则数列 $\{b_n\}$ 的前 7 项和为（ ）

A. 14　　B. 24　　C. 26　　D. 28

15. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的长轴为 A_1A_2，P 为椭圆的下顶点，设直线 PA_1，PA_2 的斜率分别为 k_1，k_2，且 $k_1\cdot k_2=-\frac{1}{2}$，则该椭圆的离心率为（ ）

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　C. $\frac{1}{2}$　D. $\frac{1}{4}$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，满分 16 分 .

16. 已知角 α 的顶点与坐标原点重合，终边经过点 P (4,-3)，则 cos α =______.

17. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$a_2=2$，则 $a_4=$______.

18. 袋中装有五个除颜色外完全相同的球，其中 2 个白球， 3 个黑球，从中任取两球，则取出的两球颜色相同的概率是 ______.

19. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty,+\infty)$ 上的奇函数，当 $x\in[0,+\infty)$ 时，$f(x)=x^2-4x$，则当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$f(x)=$______.

三、解答题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，满分 24 分 . 解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤 .

20. △ ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $\cos A=\frac{3}{5}$，$bc=5$.

(1) 求 △ ABC 的面积;

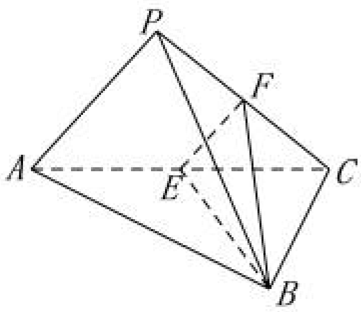
(2) 若 $b+c=6$，求 a 的值 .

21. 如图，三棱锥 P - ABC 中， PA ⊥ PB，PB ⊥ PC，PC ⊥ PA，PA = PB = PC =2， E 是 AC 的中点，点 F 在线段 PC 上 .

(1) 求证： PB ⊥ AC ;

(2) 若 PA // 平面 BEF，求四棱锥 B - APFE 的体积 .

（参考公式：锥体的体积公式 $V=\frac{1}{3}Sh$，其中 S 是底面积， h 是高 .）



参考答案

1.D 2.B 3.A 4.C 5.B 6.D 7.D 8.A 9.B 10.A

11.C 12.D 13.C 14.C 15.B

16. $\frac{4}{5}$ 17. 8 18. $\frac{2}{5}$ 19. $-x^2-4x$

20. 【解析】(1) ∵ A 是 $\triangle ABC$ 的内角，即 $A\in(0,\pi)$，$\cos A=\frac{3}{5}$，

∴ $\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\frac{4}{5}$.

又 $bc=5$，∴ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times5\times\frac{4}{5}=2$.

(2) 由 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{3}{5}$，$bc=5$，可得 $b^2+c^2-a^2=6$.

由 $bc=5$，$b+c=6$，可得 $b^2+c^2=(b+c)^2-2bc=26$.

∴ $26-a^2=6$，解得 $a=2\sqrt{5}$.

21. 【解析】(1) ∵ $PA\perp PB$，$PB\perp PC$，$PA\subset$ 平面 PAC，$PC\subset$ 平面 PAC，$PA\cap PC=P$，∴ $PB\perp$ 平面 PAC.

又 $AC\subset$ 平面 PAC，∴ $PB\perp AC$.

(2) ∵ $PA\parallel$ 平面 BEF，$PA\subset$ 平面 PAC，平面 $BEF\cap$ 平面 $PAC=EF$，∴ $PA\parallel EF$.

又 E 为 AC 的中点，∴ F 为 PC 的中点.

∴ $S_{四边形APFE}=S_{\triangle PAC}-S_{\triangle FEC}=\frac{3}{4}S_{\triangle PAC}$.

∵ $PC\perp PA$，$PA=PC=2$，∴ $S_{\triangle PAC}=\frac{1}{2}\times2\times2=2$.

∴ S 四边形 APFE = $\frac{3}{2}$.

由（1）得 PB ⊥ 平面 PAC，

∴ PB =2 是四棱锥 B － APFE 的高 .

∴ V 四棱锥 B － APFE = $\frac{1}{3}$S 四边形 APFE · PB = $\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}\times2=1$.