教学准备

1. 教学目标

1.能够运用正弦定理、余弦定理等知识和方法解决一些有关计算角度的实际问题.

2.本节课是在学习了相关内容后的第三节课,在对解法有了基本了解的基础上,通过综合训练强化相应的能力.

3.提升提出问题、正确分析问题、独立解决问题的能力,并在学习过程中发扬探索精神.

2. 教学重点/难点

1.能够运用正弦定理、余弦定理等知识和方法解决一些有关计算角度的实际问题.

2.本节课是在学习了相关内容后的第三节课,在对解法有了基本了解的基础上,通过综合训练强化相应的能力.

3.提升提出问题、正确分析问题、独立解决问题的能力,并在学习过程中发扬探索精神.

3. 教学用具

4. 标签

教学过程

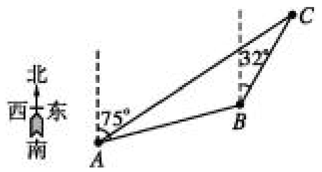
一、设计问题,创设情境

提问:前面我们学习了如何测量距离和高度,这些实际上都可转化为已知三角形的一些边和角求其余边的问题.然而在实际的航海生活中,人们又会遇到新的问题,在浩瀚无垠的海面上如何确保轮船不迷失方向,保持一定的航速和航向呢?今天我们接着探讨这方面的测量问题.

二、信息交流,揭示规律

在实际的生活中,人们又会遇到新的问题,仍然需要用我们学过的解三角形的知识来解决,大家身边有什么例子吗?

三、运用规律,解决问题



【例 1】如图,一艘海轮从 A 出发,沿北偏东 75° 的方向航行 67.5n mile 后到达海岛 B,然后从 B 出发,沿北偏东 32° 的方向航行 54.0n mile 后到达海岛 C.如果下次航行直接从 A 出发到达 C,此船应该沿怎样的方向航行,需要航行多少距离?(角度精确到 0.1°,距离精确到 0.01n mile)

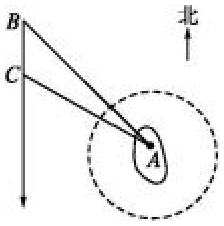
问题 1:要想解决这个问题,首先应该搞懂“北偏东 75° 的方向”这指的是什么?

【例 2】某巡逻艇在 A 处发现北偏东 45° 相距 9 海里的 C 处有一艘走私船,正沿南偏东 75° 的方向以 10 海里/时的速度向我海岸行驶,巡逻艇立即以 14 海里/时的速度沿着直线方向追去,问巡逻艇应该沿什么方向去追?需要多长时间才追赶上该走私船?

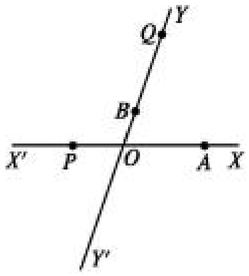
问题 2:你能否根据题意画出方位图?

问题3:以上是用正弦定理、余弦定理来解决的,我们能不能都用余弦定理来解决呢?

四、变式训练,深化提高



【例3】如图,海中小岛A周围38海里内有暗礁,船正向南航行,在B处测得小岛A在船的南偏东30°,航行30海里到C处,在C处测得小岛A在船的南偏东45°,如果此船不改变航向,继续向南航行,有无触礁的危险?



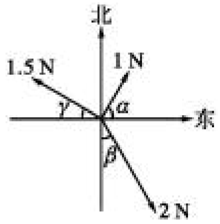
练习:如图,有两条相交成60°角的直线XX',YY',交点是O,甲、乙分别在OX,OY上,起初甲在离O点3千米的A点,乙在离O点1千米的B点,后来两人同时以每小时4千米的速度,甲沿XX'方向,乙沿Y'Y方向步行.

(1)起初,两人的距离是多少?

(2)用包含t的式子表示t小时后两人的距离;

(3)什么时候两人的距离最短?

五、限时训练



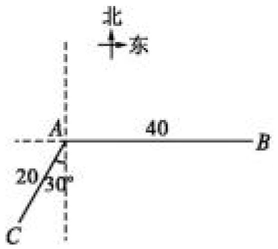
1.在某电场中,一个粒子的受力情况如图所示,则粒子的运动方向为()

A.南偏西

B.北偏西

C.北偏东

D.南偏东



2.如图,位于A处的信息中心获悉:在其正东方向相距40海里的B处有一艘渔船遇险,在原地等待营救.信息中心立即把消息告知在其南偏西30°、相距20海里的C处的乙船,现乙船朝北偏东θ的方向沿直线CB前往B处救援,则cosθ=.

3.一辆汽车从A点出发,沿一条笔直的海岸公路以100km/h向东匀速行驶,汽车开动时,在点A的南偏东方向距点A 500km的B处的海上有一快艇,此时,快艇所在B处距海岸300km.现快艇上有一快递要送给汽车的司机,求快艇以最小速度行驶时的行驶方向与AB所成的角,并求出快艇的最小速度.

六、反思小结,观点提炼

解三角形应用题的一般步骤:

参考答案

三、运用规律,解决问题

【例 1】解:在△ABC 中,∠ABC=180°-75°+32°=137°,根据余弦定理,

AC=≈113.15(n mile),

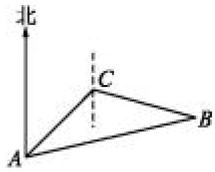
根据正弦定理,,

sin∠CAB=≈0.3255,

所以∠CAB≈19.0°,75°-∠CAB=56.0°.

答:此船应该沿北偏东 56.0°的方向航行,需要航行 113.15n mile.

问题 1:这是方位角,这实际上就是解三角形,由方位角的概念可知,首先根据三角形的内角和定理求出 AC 边所对的角∠ABC,即可用余弦定理算出 AC 边,再根据正弦定理算出 AC 边和 AB 边的夹角∠CAB,就可以知道 AC 的方向和路程.



【例 2】解:如图,设该巡逻艇沿 AB 方向经过 x 小时后在 B 处追上走私船,则 CB=10x,AB=14x,AC=9,∠ACB=75°+45°=120°,则由余弦定理,可得

(14x)2=92+(10x)2-2×9×10xcos120°,化简得 32x2-30x-27=0,即 x=或 x=-(舍去).

所以 BC=10x=15,AB=14x=21.

又因为 sin∠BAC=,

所以∠BAC=38°13',或∠BAC=141°47'(钝角不合题意,舍去).

所以 38°13'+45°=83°13'.

答:巡逻艇应沿北偏东 83°13'的方向追赶,经过 1.5 小时追赶上该走私船.

问题 2:在解三角形中有很多问题都要画出平面示意图,图画的好坏有时也会影响到解题,这是建立数学模型的一个重要方面.

问题 3:同例 2 中解得 BC=15,AB=21,

在△ABC 中,由余弦定理,得

cos∠CAB=≈0.7857,

所以∠CAB≈38° 13’,38° 13’+45° =83° 13’.

所以巡逻艇应沿北偏东 83° 13’的方向追赶,经过 1.5 小时追赶上该走私船.

四、变式训练,深化提高

【例 3】解:在△ABC 中,BC=30,B=30°,

∠ACB=180° -45° =135°,

则 A=15°.

由正弦定理知,即.

所以 AC==60cos15° =15+15.

所以 A 到 BC 所在直线的距离为

AC·sin45° =(15+15)×=15(+1)≈40.98>38(海里).

答:不改变航向,继续向南航行,无触礁的危险.

练习:解:(1)因为甲、乙两人起初的位置是 A,B,

则 AB2=OA2+OB2-2OA·OBcos60° =32+12-2×3×1×=7,

所以起初,两人的距离是千米.

(2)设甲、乙两人 t 小时后的位置分别是 P,Q,

则 AP=4t,BQ=4t,

当 0≤t≤时,PQ2=(3-4t)2+(1+4t)2-2(3-4t)(1+4t)cos60° =48t2-24t+7;

当 t>时,PQ2=(4t-3)2+(1+4t)2-2(4t-3)(1+4t)cos120° =48t2-24t+7,

所以,PQ=48t2-24t+7.

(3)PQ2=48t2-24t+7=48+4,

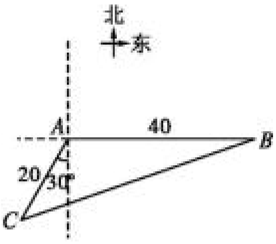
所以当 t=时,即在第 15 分钟末,PQ 最短.

答:在第 15 分钟末,两人的距离最短.

五、限时训练

1.D

2.



解析:如图所示,在△ABC中,AB=40,AC=20,∠BAC=120°,

由余弦定理,知BC2=AB2+AC2-2AB·AC·cos120°=2800,

即得BC=20(海里).

由正弦定理,

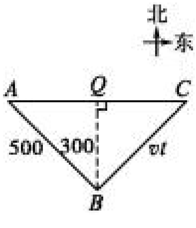
,

所以sin∠ACB=sin∠BAC=.

由∠BAC=120°,知∠ACB为锐角,cos∠ACB=.

由θ=∠ACB+30°,则cosθ=cos(∠ACB+30°)=cos∠ACBcos30°-sin∠ACBsin30°=.

3.分析:设快艇在B处以v km/h的速度出发,在△ABC中,由正弦定理求解.



解:如图,设快艇在B处以v km/h的速度出发,沿BC方向航行t小时与汽车相遇(在C点).

在△ABC中,AB=500km,BQ=300km,AC=100t,BC=vt.

则sin∠BAC=.

在△ABC中,由正弦定理得

,

即,

则 v=≥60,当且仅当∠ABC=90°时等号成立.

故快艇最小速度为60km/h且行驶方向与AB成直角.

六、反思小结,观点提炼

①根据题意作出示意图;

②明确所涉及的三角形,搞清已知和未知;

③选用合适的定理进行求解;

④给出答案.