教学准备

1. 教学目标

(1)正弦定理和余弦定理

掌握正弦定理、余弦定理，并能解决一些简单的三角形度量问题.

(2)应用

能够运用正弦定理、余弦定理等知识和方法解决一些与测量和几何计算有关的实际问题.

（3）三角形面积定理

能够运用三角形面积定理解决和求三角形的面积有关的问题

(4)解三角形

了解解三角形的概念和类型

2. 教学重点/难点

1 综合运用正，余弦定理，三角形面积定理解三角形

2 综合运用正，余弦定理，三角形面积定理求三角形的面积

3 综合运用正，余弦定理，三角形面积定理判断三角形的形状

4 解三角形的实际应用

3. 教学用具

三角板，直尺，圆规

4. 标签

正弦定理,余弦定理,三角形面积定理,解三角形

教学过程

一 基础知识：

1 三角形中的三角函数关系：

（1） $\sin A > 0$ （2）sinA=sin(B+C)

(3) $\cos(B+C)=-\cos A$　　　　(4) $\sin\frac{A}{2}=\cos\frac{B+C}{2}$

2 三角形中的边角关系

（1） 正弦定理

定理内容

在任意△ABC 中，角 A、B、C 所对的边长分别为 a、b、c，三角形外接圆的半径为 R。则有：

$$\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}=\frac{c}{sinC}=2R=D$$

一个三角形中，各边和所对角的正弦之比相等，且该比值等于该三角形外接圆的直径（半径的 2 倍）长度。

定理应用

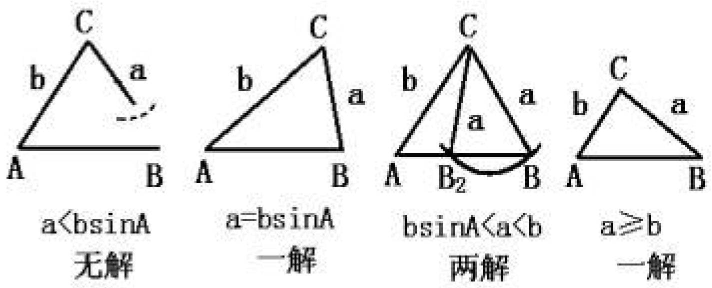
利用正弦定理和三角形内角和定理，可以解决以下两类解斜三角形问题：

a.已知两角和任一边，求其他两边和一角.

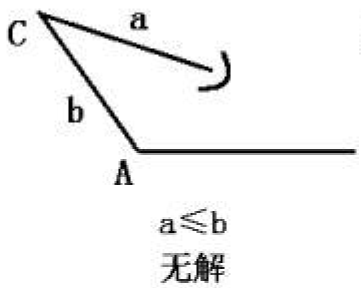
b.已知两边和其中一边的对角，求另一边的对角.

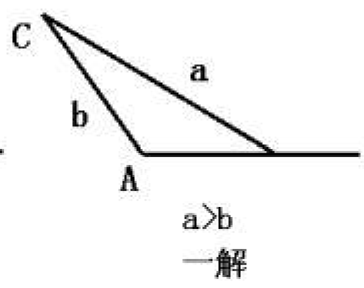
一般地，已知两边和其中一边的对角解三角形，有两解、一解、无解三种情况.

①A 为锐角时



②A 为直角或钝角时.





正弦定理，可以用来判断三角形的形状.其主要功能是实现三角形中边角关系转化.例如：在判断三角形形状时，经常把 a、b、c 分别用 2RsinA、2RsinB、2RsinC 来代替

定理意义

正弦定理指出了任意三角形中三条边与对应角的正弦值之间的一个关系式。由正弦函数在区间上的单调性可知，正弦定理非常好地描述了任意三角形中边与角的一种数量关系。

一般地，把三角形的三个角 A、B、C 和它们的对边 a、b、c 叫做三角形的元素。已知三角形的几个元素求其他元素的过程叫做解三角形。正弦定理是解三角形的重要工具。

（2） 余弦定理

在△ABC 中，有 a2=b2+c2-2bccosA;

b2=c2+a2-2accosB;

c2=a2+b2-2abcosC;

变形公式：

cosA= $\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$, cosB= $\frac{c^2+a^2-b^2}{2ac}$, cosC= $\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

在三角形中，我们把三条边(a、b、c)和三个内角(A、B、C)称为六个基本元素，只要已知其中的三个元素(至少一个是边)，便可以求出其余的三个未知元素(可能有两解、一解、无解)，这个过程叫做解三角形，余弦定理的主要作用是解斜三角形.

4.解三角形问题时，须注意的三角关系式：A+B+C=π

0＜A，B，C＜π

$\sin\frac{A+B}{2}=\sin\frac{\pi-C}{2}=\cos\frac{C}{2}$

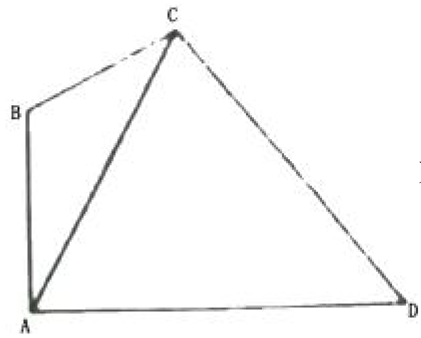
sin(A+B)=sinC

特别地，在锐角三角形中，sinA＜cosB,sinB＜cosC,sinC＜cosA.

三　　例题精析精练

正弦定理

1 已知两角和任意一边解三角形



如图所示的四边形 ABCD 中，已知 AB⊥AD，∠ABC=120°，∠ACD=60°，AD=27，设∠ACB=θ，C 点到 AD 的距离为 h.

（Ⅰ）求 h（用 θ 表示）

（Ⅱ）求 AB+BC 的最大值.

2 已知两边和其中一边的对角解三角形

在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边长分别为 a，b，c，且 a=15，b=10，A=60°，则 cosB=.

3 利用正弦定理判定三角形的形状

在△ABC 中，a，b，c 分别表示三个内角 A，B，C 的对边，如果（a2+b2）sin（A-B）=（a2-b2）sin（A+B），判断三角形形状.

4 正弦定理的综合应用

设△ABC 的内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，a=btanA，且 B 为钝角.

（Ⅰ）证明：B-A=π2;

（Ⅱ）求 sinA+sinC 的取值范围.

余弦定理

1 已知三边解三角形

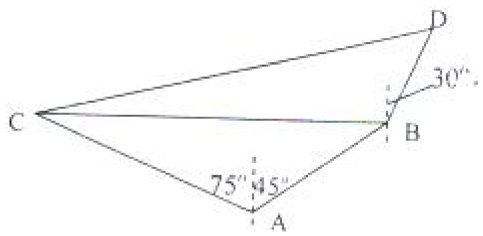
△ABC 内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c．若 cos（π-B）=-$\frac{1}{2}$

（Ⅰ）求角 B 的大小；

（Ⅱ）若 a=4，c=2，求 b 和 A 的值．

2 已知两边及其夹角解三角形

在海岸 A 处，发现北偏东 45° 方向，距 A 处（$\sqrt{3}$，-1）海里的 B 处有一艘走私船，在 A 处北偏西 75° 的方向，距离 A 处 2 海里的 C 处的缉私船奉命以 10$\sqrt{3}$ 海里/每小时的速度追截走私船，此时，走私船正以 10 海里/每小时的速度从 B 处向北偏东 30° 方向逃窜．问：缉私船沿什么方向能最快追上走私船？



3 已知两边及其中一边的对角解三角形

在△ABC 中，角 A、B、C 的对边长分别为 a、b、c，且 a=3，b=2，A=2B，求 cosB 和 c 的值．

4 利用余弦定理判定三角形的形状

在△ABC 中，已知 sinB+sinC=sinA（cosB+cosC）．判断△ABC 的形状．

5 余弦定理的综合应用

在△ABC 中，a，b，c 分别为内角 A，B，C 的对边，且 2asinA=（2b+c）sinB+（2c+b）sinC．

（1）求 A 的大小；

（2）求 cosB+cosC 的范围。

三角形面积定理

1 利用三角形面积公式求三角形的面积

已知函数 f (x)＝sin(ωx＋φ) (ω＞0，0＜φ＜π)，其图像经过点 M(π/3，1/2)，且与 x 轴两个相邻的交点的距离为π.

（1）求 f (x)的解析式;

（2）在△ABC 中，a＝13，f (A)＝3/5，f (B)＝5/13，求△ABC 的面积。

2 给定三角形的面积求边长、角度等

在△ABC 中，A=30°，BC=2√5，D 是 AB 边上的一点，CD=2，△BCD 的面积为 4，则 AC 的长为

?

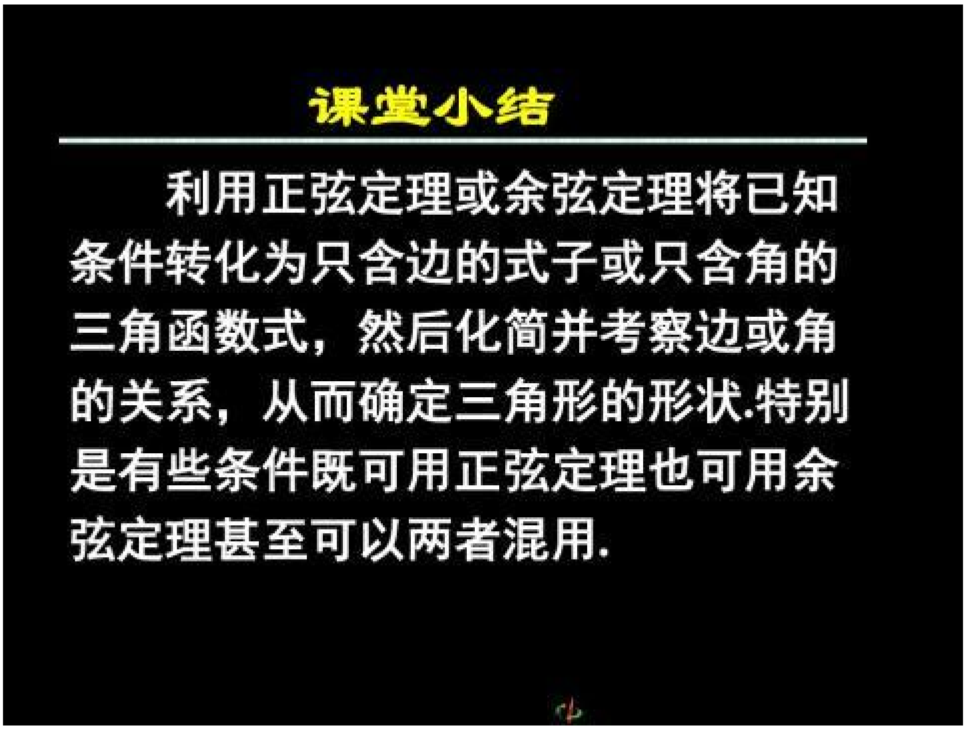
3 求三角形面积的最值

如图所示扇形 AOB，半径为 2，∠AOB=$\frac{\pi}{3}$，过半径 OA 上一点 C 作 OB 的平行线，交圆弧 AB 于点 P.

（Ⅰ）若 C 是 OA 的中点，求 PC 的长;

（Ⅱ）设∠COP=θ，求△POC 面积的最大值及此时θ的值.

课堂小结



课后习题

1（本小题满分 12 分） ΔABC 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c .

（I）若 ΔABC 成等差数列，证明： $\sin A+\sin C=2\sin(A+C)$；

（II）若成等比数列，求 $\cos B$ 的最小值.

2（本小题满分 12 分） ΔABC 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，向量 $\vec{m}=(a,\sqrt{3}b)$ $\vec{m}=(a,\sqrt{3}b)$ 与 $\vec{n}=(\cos A,\sin B)$ 平行.

Ⅰ求 A；

Ⅱ若 $a=\sqrt{7}$ ， $b=2$ 求 ΔABC 的面积.

板书

见教学过程