

## 教学准备

### 1. 教学目标

学习目标

了解数列的递推公式,明确递推公式与通项公式的异同;会根据数列的递推公式写出数列的前几项;经历数列知识的感受及理解运用的过程;通过本节课的学习,体会数学来源于生活,从而提高学习数学的兴趣.

### 2. 教学重点/难点

重点: 根据数列的递推公式写出数列的前几项,

理解递推公式与通项公式的关系;

难点: 理解递推公式与通项公式的关系。

### 3. 教学用具

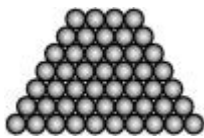
### 4. 标签

教学过程

#### 一、设计问题,创设情境

1. 回顾复习数列及有关定义,数列既然是按一定顺序排列的一列数,有些数列能够写出一个通项公式  $a_n=f(n)$ ,那么除了通项公式外还可以怎么表示?

2. 观察钢管堆放示意图,寻求规律,建立数学模型.



自上而下:

第 1 层钢管数为 4;

第 2 层钢管数为 5;

第 3 层钢管数为 6;

第 4 层钢管数为 7;

第 5 层钢管数为 8;

第 6 层钢管数为 9;

第 7 层钢管数为 10.

若用  $a_n$  表示钢管数,  $n$  表示层数, 则可得出每一层的钢管数为一数列, 且  $a_n = n + 3$  ( $1 \leq n \leq 7$ ), 相邻两层之间有没有关系? 即  $a_{n+1}$  与  $a_n$  有没有关系?

3. 国际象棋中的每个格子中依次放入  $1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, \dots, 2^{63}$  这样的麦粒数排成一列数, 相邻两数之间有没有关系? 即  $a_{n+1}$  与  $a_n$  有没有关系?

## 二、信息交流, 揭示规律

数列有四种表示法: 通项公式法、列表法、图象法和递推公式法. 通常用通项公式法表示数列.

### 4. 通项公式法

如果数列  $\{a_n\}$  的第  $n$  项  $a_n$  与序号  $n$  之间的关系可以用一个式子来表示, 那么这个公式就叫做这个数列的通项公式.

如数列  $0, 1, 2, 3, 4, \dots$  的通项公式为;

$1, 1, 1, 1, \dots$  的通项公式为;

$1, , \dots$  的通项公式为.

### 5. 图象法

从函数的观点看, 数列可以看成以正整数集  $N^*$  (或它的有限子集  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ ) 为定义域的函数  $a_n = f(n)$  当自变量按照从小到大的顺序依次取值时对应的一系列函数值. 而数列的项是函数值, 序号就是自变量, 数列的通项公式就是相应函数的解析式. 其图象是一群孤立的点.

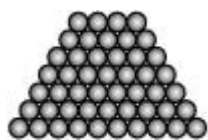
我们可以仿照函数图象的画法画数列的图象. 具体方法是以项数  $n$  为横坐标, 相应的项  $a_n$  为纵坐标, 即以坐标在平面直角坐标系中作出点  $(n, a_n)$ . 以前面提到的数列  $1, 2, 3, \dots$  为例, 作出一个数列的图象  $(n, n)$ , 所得的数列的图象是一群孤立的点, 因为横坐标为正整数, 所以这些点都在  $y$  轴的右侧, 而点的个数取决于数列的项数. 从图象中可以直观地看到数列的项随项数由小到大变化而变化的趋势.

## 6. 列表法

数列可看做特殊的函数, 其表示也应与函数的表示法有联系, 相对于列表法表示一个函数, 数列有这样的表示法: 用  $a_1$  表示第一项, 用  $a_2$  表示第二项,  $\dots$ , 用  $a_n$  表示第  $n$  项, 依次写出  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ . 记为  $\{a_n\}$ .

## 7. 递推公式法

知识都来源于实践, 最后还要应用于生活. 用其来解决一些实际问题. 观察钢管堆放示意图, 寻其规律, 建立数学模型.



模型一: 自上而下:

第 1 层钢管数为 4, 即  $1 \leftrightarrow 4 = 1 + 3$ ;

第 2 层钢管数为 5, 即  $2 \leftrightarrow 5 = 2 + 3$ ;

第 3 层钢管数为 6, 即  $3 \leftrightarrow 6 = 3 + 3$ ;

第 4 层钢管数为 7, 即  $4 \leftrightarrow 7 = 4 + 3$ ;

第 5 层钢管数为 8, 即  $5 \leftrightarrow 8 = 5 + 3$ ;

第 6 层钢管数为 9, 即  $6 \leftrightarrow 9 = 6 + 3$ ;

第 7 层钢管数为 10, 即  $7 \leftrightarrow 10 = 7 + 3$ .

若用  $a_n$  表示钢管数,  $n$  表示层数, 则可得出每一层的钢管数为一数列, 且  $a_n = n + 3$  ( $1 \leq n \leq 7$ ).

运用每一层的钢筋数与其层数之间的对应规律建立数列模型, 运用这一关系, 会快捷地求出每一层的钢管数, 这会给我们的统计与计算带来很多方便.

继续看此图片, 是否还有其他规律可循?

模型二:上下层之间的关系

自上而下每一层的钢管数都比上一层钢管数多 1.

即  $a_1=4$ ;

$a_2=5=4+1=a_1+1$ ;

$a_3=6=5+1=a_2+1$ ;

依此类推: $a_n=a_{n-1}+1 (2 \leq n \leq 7)$ .

对于上述所求关系,若知其第 1 项,即可求出其他项.

递推公式:如果已知数列  $\{a_n\}$  的第 1 项(或前几项),且任一项  $a_n$  与它的前一项  $a_{n-1}$ (或前几项)间的关系可以用一个公式来表示,那么这个公式就叫做这个数列的递推公式.

递推公式也是给出数列的一种方法.

如下数列:3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89,

递推公式为: $a_1=3, a_2=5, a_n=a_{n-1}+a_{n-2} (3 \leq n \leq 8)$ .

## 8. 数列的分类

(1)根据数列项数的多少分

①有穷数列:;

②无穷数列:.

(2)根据数列项的大小分

①递增数列:;

②递减数列:;

③常数数列:;

④摆动数列:.

## 三、运用规律,解决问题

9. 设数列  $\{a_n\}$  满足  $a_n=$  写出这个数列的前 5 项.

10. 已知  $a_1=2$ ,  $a_{n+1}=2a_n$ , 写出前 5 项, 并猜想  $a_n$ .

#### 四、变式训练, 深化提高

11. 根据各个数列的首项和递推公式, 写出它的前 5 项, 并归纳出通项公式.

(1)  $a_1=0$ ,  $a_{n+1}=a_n+(2n-1)$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ );

(2)  $a_1=1$ ,  $a_{n+1}=(n \in \mathbb{N}^*)$ ;

(3)  $a_1=3$ ,  $a_{n+1}=3a_n-2$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

#### 五、反思小结, 观点提炼

##### 一、设计问题, 创设情境

3. 有关系.  $a_{n+1}=2a_n$

##### 二、信息交流, 揭示规律

4.  $a_n=n-1$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ );  $a_n=1$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ );  $a_n=(n \in \mathbb{N}^*)$

5.  $(n, a_n)$

8. (1) ①项数有限的数列

②项数无限的数列

(2) ①从第 2 项起, 每一项都大于它的前一项的数列

②从第 2 项起, 每一项都小于它的前一项的数列

③各项相等的数列

④从第 2 项起,有些项大于它的前一项,有些项小于它的前一项的数列

三、运用规律,解决问题

9. 解:由题意可知,  $a_1=1$ ,  $a_2=1+=2$ ,  $a_3=1+$ ,  $a_4=1+$ ,  $a_5=1+$ .

10. 解:  $a_1=2$ ,  $a_2=2a_1=2 \times 2=2^2$ ,  $a_3=2a_2=2 \times 2^2=2^3$ ,  $a_4=2a_3=2 \times 2^3=2^4$ ,  $a_5=2a_4=2 \times 2^4=2^5$ , 观察可得  $a_n=2^n$ .

四、变式训练,深化提高

11. 解: (1)  $\because a_1=0$ ,  $a_2=1$ ,  $a_3=4$ ,  $a_4=9$ ,  $a_5=16$ ,  $\therefore a_n=(n-1)^2$ ;

(2)  $\because a_1=1$ ,  $a_2=$ ,  $a_3=$ ,  $a_4=$ ,  $a_5=$ ,  $\therefore a_n=$ ;

(3)  $\because a_1=3=1+2 \times 3^0$ ,  $a_2=7=1+2 \times 3^1$ ,  $a_3=19=1+2 \times 3^2$ ,

$a_4=55=1+2 \times 3^3$ ,  $a_5=163=1+2 \times 3^4$ ,  $\therefore a_n=1+2 \times 3^{n-1}$ .

五、反思小结,观点提炼

略