

教学准备

1. 教学目标

掌握等差数列的概念;理解等差数列的通项公式的推导过程;了解等差数列的函数特征;能用等差数列的通项公式解决相应的一些问题. 让学生亲身经历“从特殊入手, 研究对象的性质, 再逐步扩大到一般”这一研究过程, 培养他们观察、分析、归纳、推理的能力. 通过对等差数列的研究, 培养学生主动探索、勇于发现的求索精神;使学生逐步养成细心观察、认真分析、及时总结的好习惯.

2. 教学重点/难点

重点: 等差数列概念的理解, 通项公式的推导及应用。

难点: 对等差数列中“等差”两字的把握; 等差数列通项公式的推导

3. 教学用具

4. 标签

教学过程

一、设计问题, 创设情境

1. 通常情况下, 从地面到 11km 的高空, 气温随高度的变化而变化符合一定的规律, 请你根据下表估计一下 7km 高空的温度.

距地面的高度(km)	1	2	3	4	5	6	7
温度(°C)	38	32	26	20	14	8	

思考: 依据前面的规律, 填写 2, 3 题:

2. 1, 4, 7, 10, (), 16, …

3. 2, 0, -2, -4, -6, (), …

它们共同的规律是什么? 从第 2 项起, 每一项与前一项的差等于同一个常数, 我们把有这一特点的数列叫做等差数列.

二、信息交流, 揭示规律

4. 等差数列的定义

一般地, 如果一个数列从第 2 项起, 那么这个数列就叫做等差数列. 这个常数叫做等差数列的公差, 公差通常用字母 d 表示.

思考: (1) 定义中的关键词有哪些?

(2) 公差 d 是哪两个数的差?

5. 等差数列定义的数学表达式:

试一试: 它们是等差数列吗?

(1) $1, 3, 5, 7, 9, 2, 4, 6, 8, 10, \dots$;

(2) $5, 5, 5, 5, 5, 5, \dots$;

(3) $-1, -3, -5, -7, -9, \dots$;

(4) 数列 $\{a_n\}$, $a_{n+1}-a_n=3$.

6. 等差数列的通项公式

探究 1: 等差数列的通项公式 (求法一: 不完全归纳法)

如果等差数列 $\{a_n\}$ 的首项是 a_1 , 公差是 d , 那么这个等差数列中的 a_2, a_3, a_4 如何表示? a_n 呢?

根据等差数列的定义可得:

$$a_2 - a_1 = d, a_3 - a_2 = d, a_4 - a_3 = d, \dots$$

$$\text{所以 } a_2 = a_1 + d,$$

$$a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d,$$

$$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d,$$

...

由此得 $a_n =$.

因此等差数列的通项公式就是: $a_n = a_1 + (n-1)d, n \in \mathbb{N}^*$.

探究 2: 等差数列的通项公式(求法二: 叠加法)

根据等差数列的定义可得:

将以上 $n-1$ 个式子相加所得到的等差数列的通项公式为

$a_n = a_1 + (n-1)d, n \in \mathbb{N}^*$.

三、运用规律, 解决问题

7. (1) 求等差数列 8, 5, 2, ... 的第 20 项.

(2) 等差数列 -5, -9, -13, ... 的第几项是 -401?

8. 某市出租车的计价标准为 1.2 元/km, 起步价为 10 元, 即最初的 4km(不含 4km) 计费 10 元. 如果某人乘坐该市的出租车去往 14km 处的目的地, 且一路通畅, 等候时间为 0, 则需要支付多少车费?

9. 在等差数列中, 已知 $a_5 = 10, a_{12} = 31$, 求首项 a_1 与公差 d .

四、变式训练, 深化提高

10. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3=9$, $a_9=3$, 求公差 d .

11. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=13$, $a_3=12$, 若 $a_n=2$, 求 n .

12. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1+a_5=10$, $a_4=7$, 求数列 $\{a_n\}$ 的公差.

五、反思小结, 观点提炼

参考答案

一、设计问题, 创设情境

1. 2

2. 13

3. -8

二、信息交流, 揭示规律

4. 每一项与它的前一项的差等于同一个常数 思考(答案略)

5. $a_n - a_{n-1} = d$ (d 是与 n 无关的常数, $n \in \mathbb{N}^*$)

试一试: (2) (3) (4) 是, (1) 不是.

6. $a_1 + (n-1)d$

三、运用规律, 解决问题

7. (1) 解: 因为 $a_1 = 8$, $a_2 = 5$, 所以 $d = a_2 - a_1 = -3$, $n = 20$.

于是 $a_{20} = a_1 + (n-1)d = 8 + (20-1) \times (-3) = -49$.

(2) 解: 因为 $a_1 = -5$, $a_2 = -9$, 所以 $d = a_2 - a_1 = -4$, 于是 $-401 = -5 + (n-1) \times (-4)$

解得 $n = 100$, 所以 -401 是该数列的第 100 项.

8. 解: 根据题意, 当该市出租车的行程大于或等于 4km 时, 每增加 1km, 乘客需要支付 1.2 元. 所以, 可以建立一个等差数列 $\{a_n\}$ 来计算车费.

令 $a_1 = 11.2$, 表示 4km 处的车费, 公差 $d = 1.2$. 那么, 当出租车行至 14km 处时,

$n = 11$, 此时需要支付车费 $a_{11} = 11.2 + (11-1) \times 1.2 = 23.2$ (元).

答: 需要支付车费 23.2 元.

9. 解: 由 $a_n = a_1 + (n-1)d$, 得解得

四、变式训练, 深化提高

10. 解: 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 由等差数列的通项公式, 可得

$a_3 = a_1 + 2d$, $a_9 = a_1 + 8d$.

解得, $d = -1$.

即等差数列的公差 $d = -1$.

11. 分析:根据 $a_1=13$, $a_3=12$, 利用等差数列的通项公式求得 d 的值, 然后根据首项和公差写出数列的通项公式, 让其等于 2 得到关于 n 的方程, 求出方程的解即可得到 n 的值.

解:由题意得 $a_3=a_1+2d=12$, 把 $a_1=13$ 代入求得 $d=-$,

则 $a_n=13+(n-1)d=-n+14$, 由 $a_n=2$, 得 $-n+14=2$, 解得 $n=12$.

12. 分析:设数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 则由题意可得 $2a_1+4d=10$, $a_1+3d=7$, 由此解得 d 的值.

解:设数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 则由 $a_1+a_5=10$, $a_4=7$, 可得 $2a_1+4d=10$, $a_1+3d=7$, 解得 $d=2$.