

应用一元一次方程——工程问题			
适用学科	数学	适用年级	初一
适用区域	北师大版	课时时长(分钟)	60 分钟
知识点	一元一次方程的应用 根据实际问题列一元一次方程		
教学目标	1. 明确有关分配问题中两个未知量之间的关系, 初步认识合理选元的重要性. 2. 会列一元一次方程解有关分配问题的应用题. 3. 能借助图表分析复杂问题的数量关系, 建立方程解决实际问题, 并进一步体会数学与现实生活的紧密联系, 培养学习数学的兴趣。		
教学重点	借助表格分析复杂问题中的数量关系和等量关系		
教学难点	体会间接设未知数的解题思路, 从而建立方程解决实际问题		

教学过程

一、课堂导入

上节课我们学习了应用一元一次方程——追赶小明, 需要我们掌握: 应用一元一次方程的行程问题类型公式:

- (1) 行程问题: 路程 = 速度 × 时间;
- (2) 相遇问题: $S_{甲} + S_{乙} = S_{总}$
- (3) 追及问题: $S_{甲} - S_{乙} = S_0$ (S_0 为开始时的距离)

(4) 顺逆流问题: $S_{静} + S_{水} = S_{顺}, S_{静} - S_{水} = S_{逆}$

二、复习预习

工程问题中的数量关系:

(1) 工作总量 = 工作效率 × 工作时间

(2) 工作效率 = $\frac{\text{工作时间}}{\text{完成工作总量的时间}}$

(3) 工作时间 = $\frac{\text{工作总量}}{\text{工作效率}}$

(4) 全部工作量之和 = 各队工作量之和

(5) 各队合作工作效率 = 各队工作效率之和

三、知识讲解

考点 1 工作总量 = 工作效率 × 工作时间

一件工作, 甲单独做 x 小时完成, 乙单独做 y 小时完成, 那么甲、乙的工作效率分别为 $\frac{1}{x}$ 、 $\frac{1}{y}$; 甲、乙合作 m 天可以完成的工作量为 $\frac{m}{x} + \frac{m}{y}$

或 $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)m$

考点 2 全部工作量之和 = 各队工作量之和

相等关系: 全部工作量 = 甲独做工作量 + 甲、乙合作工作量

考点 3 甲完成工作量 + 乙完成工作量 = 1

变式: 甲 x 天完成的工作量 + 乙 y 天完成的工作量 = 1

四、例题精析

【例题 1】

【题干】 1、一批零件，甲每小时能加工 80 个，则：

(1) 甲 3 小时可加工_____个零件，x 小时可加工_____个零件。

(2) 加工 a 个零件，甲需_____小时完成。

2、一项工程甲独做需 6 天完成，则：

(1) 甲独做一天可完成这项工程的_____

(2) 若乙独做比甲快 2 天完成，则乙独做一天可完成这项工程的_____

【答案】 1. (1) 240、 $80x$ (2) $\frac{a}{80}$ 2. (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{1}{4}$

【解析】 工程问题的基本数量关系：工作总量=工作时间×工作效率
率

当不知道总工程的具体量时，一般把总工程当做“1”，如果一个人单独完成该工程需要 a 天，那么该人的工作效率是 $\frac{1}{a}$

【例题 2】

【题干】 一件工作，甲单独做 20 个小时完成，乙单独做 12 小时完成，现在先由甲单独做 4 小时，剩下的部分由甲、乙合做。剩下的部分需要几小时完成？

【答案】 剩下的部分需要 6 小时完成。

【解析】 相等关系：全部工作量=甲独做工作量+甲、乙合作工作量

解：设剩下的部分需要 x 小时完成，根据题意，得 $\frac{4}{20} + \frac{1}{20}x + \frac{1}{12}x = 1$ 解

得：x=6

答：剩下的部分需要 6 小时完成。

注意：工作量=工作效率×工作时间

【例题 3】

【题干】修筑一条公路，甲工程队单独承包要 80 天完成，乙工程队单独承包要 120 天完成

- 1) 现在由两个工程队合作承包，几天可以完成？
- 2) 如果甲、乙两工程队合作了 30 天后，因甲工作队另有任务，剩下工作由乙工作队完成，则修好这条公路共需要几天？

【答案】两工程队合作需要 48 天完成，修好这条公路还需 75 天。

【解析】本题的等量关系：等量关系：甲工作量+乙工作量=1，变式：甲, 30 天完成的工作量 + 乙 y 天完成的工作量 = 1

解：1) 设两工程队合作需要 x 天完成。有题意可得： $\frac{1}{80}x + \frac{1}{120}x = 1$,

解得： $x = 48$

答：两工程队合作需要 48 天完成。

2) 设修好这条公路共需要 y 天完成。有题意可得： $\frac{1}{80} \times 30 + \frac{1}{120}y = 1$,

解得： $y = 75$

答：修好这条公路还需 75 天。

五、课堂运用

【基础】

1、一件工作，甲单独做需 50 天才能完成，乙独做需要 45 天完成。

问在乙单独做 7 天以后，甲、乙合作多少天可以完成。**【答案】**甲、乙合作 20 天可以完成。

【解析】 本题的相等关系：全部工作量=乙独做工作量+甲、乙合作的工作量。

甲独做需 50 天完成，工作效率 $\frac{1}{50}$ ；乙独做需 45 天完成，工作效率 $\frac{1}{45}$ 。

解：设甲、乙合作 x 天可以完成，依题意，得： $\frac{7}{45} + \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{45}\right) \cdot x = 1$ ，

解得： $x = 20$ 。

答：甲、乙合作 20 天可以完成。

2、甲每天生产某种零件 80 个，甲生产 3 天后，乙也加入生产同一种零件，再经过 5 天，两人共生产这种零件 940 个，问乙每天生产这种零件多少个？

【答案】 乙每天生产零件 60 个。

【解析】 本题的等量关系：头 3 天甲生产零件的个数 + 后 5 天甲生产零件的个数 + 后 5 天乙生产零件的个数 = 940

解：设乙每天生产零件的个数为 x ，由题意得： $3 \times 80 + 5 \times 80 + 5x = 940$ ，

解得： $x = 60$

答：乙每天生产零件 60 个。

【巩固】

1、某工作由甲、乙两队单独做分别需要 3 小时、5 小时，求两人合做这项工作的 80% 需要几小时？

【答案】 两人合做这项工做的 80% 需 $\frac{3}{2}$ 小时。

【解析】解：设两人合做这项工做需 x 小时，根据题意得，

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)x = 80\% \quad \text{解得：} \quad x = \frac{3}{2}$$

答：两人合做这项工做的 80% 需 $\frac{3}{2}$ 小时。

2、挖一条长为 1210 米长的水渠，由甲施工队独做需要 11 天完成，乙施工队独做需要 20 天完成，现在甲、乙两施工队从两头同时施工，挖完这条水渠估计需几天？

【答案】挖完这条水渠估计要 8 天。

【解析】分析：把这个问题看成工程问题的话，通常把总量（即本题中的这条水渠）看成“1”，即本题的等量关系：甲完成工作量+乙完成工作量=1。

解：设挖完这条水渠估计要 x 天。有题意可得： $\frac{1}{11}x + \frac{1}{20}x = 1$ ，解得 $x \approx 8$

答：挖完这条水渠估计要 8 天。

【拔高】

1、已知开管注水缸，10 分钟可满，拨开底塞，满缸水 20 分钟流完，缸内的水流完后，现若管、塞同开，若干时间后，将底塞塞住，又过了 2 倍的时间才注满水缸，求管塞同开的时间是几分钟？

【答案】管塞同开的时间为 4 分钟。

【解析】本题的等量关系：注入量-放出量=缸的容量

	注入或放出率	注入或放出时间	注入或放出量
注入	$\frac{1}{10}$	$x + 2x = 3x$ (分钟)	$\frac{3}{10}x$

放出	$\frac{1}{20}$	x (分钟)	$\frac{1}{20}x$
----	----------------	----------	-----------------

解：设两管同开 x 分钟，有题意可得： $\frac{3}{10}x - \frac{1}{20}x = 1$ ，解得： $x = 4$

答：管塞同开的时间为 4 分钟。

2、一收割机队每天收割小麦 12 公顷，收割完一片麦地的 $\frac{2}{3}$ 后，该收割机改进操作，效率提高到原来的 $\frac{5}{4}$ 倍，因此比预定时间提早 1 天完成。问这片麦地有多少公顷？

【答案】 这片麦地有 180 公顷。

【解析】 解：设这片麦地有 x 公顷，由题意得： $\frac{x}{12} - \left(\frac{\frac{2}{3}x}{12} + \frac{\frac{1}{3}x}{12 \times \frac{5}{4}} \right) = 1$ ，

解得： $x = 180$

检验： $x = 180$ 适合方程，且符合题意。

答：这片麦地有 180 公顷。

课堂小结

这节课需要掌握工程问题中的数量关系：

(1) 工作总量 = 工作效率 \times 工作时间

(2) 工作效率 = $\frac{\text{工作时间}}{\text{完成工作总量的时间}}$

(3) 工作时间 = $\frac{\text{工作总量}}{\text{工作效率}}$

(4) 全部工作量之和 = 各队工作量之和

(5) 各队合作工作效率 = 各队工作效率之和

