

↓ 教学目标

知识与技能

在问题解决过程中综合运用所学数学运算及代数式的有关知识,体会知识之间的内在联系,形成对数学整体性的认识.

过程与方法

通过丰富的活动使学生积极、主动地投入到数学学习活动中去,学会与他人合作,并能培养学生试验、观察、猜想、抽象、概括、推理等逻辑思维能力和计算能力.

情感态度与价值观

在交流过程中对自己的观点进行有条理的论述,增强学习数学的信心和兴趣.

↓ 教学重难点

【重点】 在问题解决过程中综合运用所学数学运算及代数式的有关知识,体会知识之间的内在联系,形成对数学整体性的认识.

【难点】 黑洞数规律的探索.

↓ 教学准备

【教师准备】 多媒体课件.

【学生准备】 预习新课,查阅资料.

📺 教学过程

1 新课导入

[导入语] 同学们认识大屏幕上的这个人吗?他就是斯蒂芬·威廉·霍金,英国剑桥大学应用数学与理论物理学系物理学家,1979~2009年任卢卡斯数学教授(现为荣誉卢卡斯数学教授),牛顿曾任此教席,是人类历史上最崇高的教授职位之一.霍金是爱因斯坦之后最杰出的物理学家,人类历史上最伟大的人物之一,被誉为“宇宙之王”.他对“黑洞”这一宇宙现象有很多的重要的见解,大家知道什么是“黑洞”吗?(学生大多表示不清楚)



知识延伸:简单地说,宇宙中的黑洞就是这样一种天体:它的引力场是如此之强,就连光也不能逃脱出来.是一种可以将任何物质牢牢吸住,不使它们逃脱.

[过渡语] 其实数学中也有一种黑洞叫做“数字黑洞”,也许你会认为数字运算是数学中常见而又枯燥的内容,但实际上,它里面也蕴藏着许多不为人知的奥秘,你相信吗?我们共同来看一个.

325,重复该数,325325,除以 7,除以 11,再除以 13,看看有什么样的结果?

结果:325325,除以 7,除以 11,再除以 13,分别得到的结果是 46475,4225,325. 最后的结果竟然是 325,太神奇了. 其实这里面的奥秘,学习完今天的课程之后大家也可以自己来进行设计,我们今天就来学习设计自己的运算程序.

(板书课题:综合与实践 设计自己的运算程序)

[设计意图] 基本运算对于七年级的学生仍旧是一种重要的基本技能,通过交流希望学生对运算技能发表自己的见解,学生之间互通有无. 同时希望在学习过程中伺机引入本节课的主题:数字运算是数学中常见而又枯燥的内容,但实际上,它里面也蕴藏着许多不为人知的奥秘.

2 新知构建

【活动内容 1】

- (1)请你随便写出一个四位数,但不能四个数字完全相同,如 3333 是不可以的;
- (2)把数中的各位数字按从大到小的顺序排列成一个新的四位数.
- (3)然后把数的各位数字按从小到大的顺序重新排列成另一个四位数.
- (4)将得到的这两个四位数,用最大的数减去最小的数,就得到另一个四位数.

对得到这个四位数施行同样的(2)至(4)操作,又得到另一个四位数……这样循环下去. 我们共同算一个数字 5674.

原数	最大四位数	最小四位数	差	运算次数
5674	7654	4567	3087	1
3087	8730	378	8352	2
8352	8532	2358	6174	3
6174	7641	1467	6174	4
6174	7641	1467	6174	5

[处理方式] 同学们换个数字试试.

例如:取数 8208,重新排列后最大数为 8820,最小数为 0288,8820- 0288=8532;对 8532 重复以上过程:8532- 2358=6174. 这次经过两步变换就掉入 6174 这个“黑洞”.

【问题】 重复这个过程,你一定会在经过若干次变换之后,你会得到一个数 6174. 这是偶然的吗?有何猜想?

猜想:通过验证这不是偶然,任何一个数字不全相同的4位整数,经有限次“重排求差”操作,总会得到6174这个数,这个数即为黑洞数。“重排求差”操作,即用重排后的最大数减去重排后的最小数。

验证:以0开头的数,例如0288也得看成一个四位数。所有的四位数都会掉入6174的“黑洞”,不信你可以随便取一些数进行验证。验证之后,你不得不感叹6174的奇妙。这就是卡普雷卡尔黑洞。

[设计意图] 为学生提供一个思考探究的平台,在活动中体现归纳、猜想,感悟处理问题的方法和策略,积累数学活动的经验。

【活动内容2】

采用同样的程序,取一些三位数来试试,会得到什么结果呢?

263	149
632-236=396	941-149=792
963-369=594	972-279=693
954-459=495	963-369=594
954-459=495	954-459=495
	954-459=495

生:数字最后回归到495。

师:对于不同的起始数字,反复运用一个固定的“运算程序”,由此产生的结果总是停留在某个或某几个数字上,或者以某种重复的方式循环。

实际上除了一位数字,任意位数都会有类似4位数那样的黑洞数字。2位数有唯一的黑洞数9,3位数有唯一的黑洞数495,4位数有唯一的黑洞数6174,5位数有一组数字,所有的其他数字最后都要掉入这组数字里面,再也出不去。这组数字是:61974——82962——75933——63954,再高位的数字也基本上是一组或几组数字的黑洞。

[设计意图] 本环节提供两个相近背景的具体问题,具有一定的开放性、研究性,第二个问题是对第一个问题的探究方式的熟练、提升过程,对猜想的进一步确认和完善。但主要教学意图应是为学生提供一个思考探究的平台,在活动中体现归纳、猜想,感悟处理问题的方法和策略,积累数学活动的经验。

【活动内容3】

请阅读下列内容:请写下任意一个三位数,百位数字乘个位数字的积作为下一个数的百位数字,百位数字乘十位数字的积作为下一个数的十位数字,十位数字乘个位数字的积作为下一个数的个位数字,在上面每次相乘的过程中,如果积大于9,则将积的个位数字与十位数字相加,若和仍大于9,则继续相加直到得出一位数,重复这个过程……

师:请任意写下一个三位数,按照上述要求进行操作。

生1:比如,以832开始,运用以上规则依次可以得到832,766,669,999,……

生2:比如,以315开始,可得315,635,396,999,……

师:你有什么发现?有何猜想?

生:任何一个三位数字,运用以上规则依次经有限次操作,总会得到999这个数。

师:你还能提出哪些问题?

生:四位数,五位数……是否也有这样的规律?

师:那就需要我们具体的验证了。

[设计意图] 通过前一环节的学习,学生发现了此类问题的探究方法,通过类比可较快得出本题的规律所在. 由于探究过程所需的相关知识并不复杂,所以大部分学生都能亲身经历观察、比较、猜想、推理、交流、反思的数学活动过程,有利于发展学生的思考. 而且通过与同伴合作、克服困难,提升学生的自信心,进一步提升学生学习的热情. 课程标准指出我们的数学课程应当使“不同的人在学习数学中得到不同的发展”,鼓励学有余力的学生将问题进一步延伸与拓展,获得高层次能力的发展,努力使他们的创新思维及问题意识得以提升.

[知识拓展] 西西弗斯串:

设定一个任意数字串,数出这个数中的偶数个数,奇数个数,及这个数中所包含的所有位数的总数,例如:1234567890,

偶:数出该数数字中的偶数个数,在本例中为 2,4,6,8,0,总共有 5 个.

奇:数出该数数字中的奇数个数,在本例中为 1,3,5,7,9,总共有 5 个.

总:数出该数数字的总个数,本例中为 10 个.

列出一个新数:将答案按“偶——奇——总”的位序,排出得到新数为 5510.

重复:将新数 5510 按以上算法重复运算,可得到新数:134.

重复:将新数 134 按以上算法重复运算,可得到新数:123.

结论:任意一个数经有限次重复后都会是 123,任何数的最终结果都无法逃逸 123 黑洞.

数字黑洞 153:

任意找一个 3 的倍数的数,先把这个数的每一个数位上的数字都立方,再相加,得到一个新数,然后把这个新数的每一个数位上的数字再立方、求和……重复运算下去,就能得到一个固定的数 153.

3 课堂小结

1. 体会到数学就在自己的身边.
2. 数字黑洞的特点和形成原因.
3. 数字运算里面也蕴藏着许多不为人知的奥秘……

教学反思

成功之处

本节课是针对七年级学生的年龄特点、知识基础及活动经验制定的. 针对学生学习数学运算相应内容,依托实际情境,让学生经历设计解决问题的方案,参与实施的过程,在此过程中尝试发现、解决问题,并对所得结果加以拓展提升. 反思参与活动的全过程,并将研究的过程和结果形成报告和小论文,在教师有效引导下予以交流展示,进一步获得数学活动的经验,有效保证了学生“四基”的落实和提高.

不足之处

由于时间紧张,学生运算能力不是很强,为探索带来了障碍,运算失误造成学生不容易看到规律.

再教设计

课前如果能让学生分组准备,然后课上展示效果会更好.

综合与实践 七巧板

整体设计

教学目标

知识与技能

通过七巧板的制作、拼摆等活动,进一步丰富对平行、垂直及角和轴对称等有关内容的认识,体会图形的变换,发展空间观念,积累数学活动的经验.

过程与方法

通过丰富的活动使学生积极、主动地投入到数学学习活动中去,能用适当的图形和语言表达自己的思考结果,初步建立图形——数学——生活之间的相互联系;学会与他人合作,并能与他人交流,提高观察、分析、概括、想象等能力,初步形成评价与反思的意识.

情感态度与价值观

能够积极主动参与组内的数学活动,培养团队合作精神,体验数学问题的探索性和挑战性,培养学生的人文、历史和艺术欣赏能力.

教学重难点

【重点】 对于拼成的图形,不仅能说明含义,而且能找出图形中的角及线段间的位置关系.

【难点】 探索七巧板的制作方法.

教学准备

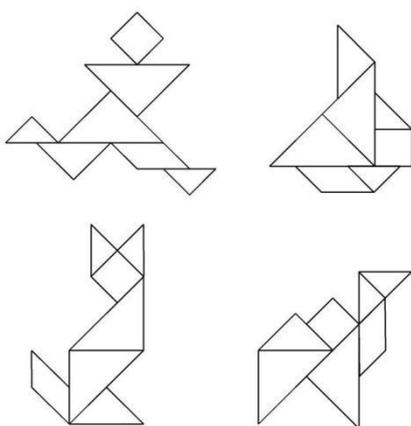
【教师准备】 多媒体课件、投影仪、七巧板.

【学生准备】 七巧板、彩笔、剪刀.

教学过程

1 新课导入

【导入语】首先,请同学们欣赏一组图案,观察图案像什么,并给它们命名(学生在欣赏的过程中命名),课件演示至展台上(多媒体展示).



生:奔跑的人、帆船、小猫、骆驼.

师:这些图案美吗?其实,我们欣赏的每一幅图案都是由一副七巧板拼成的,七巧板是我们祖先的一项卓越创造. 19 世纪初,七巧板流传到西方,引起人们广泛的兴趣,并迅速传播开来,被称为“东方魔板”.

师:既然七巧板是我们祖先的一项卓越的创造,是风靡全球的益智游戏,那同学们想不想拥有一副七巧板呢?今天这节课我们就一起来探究七巧板的制作方法和七巧板中蕴含的数学知识,并用你们亲手制作的七巧板拼出精美的图案.

(板书课题:综合与实践 七巧板)

[设计意图] 展出本组图案,让学生感受拼法,感受丰富多彩的生活中的数学美,也为下一环节同学们的自由创意做了铺垫,激发学生的创作欲望. 同时使学生明白七巧板是中华民族智慧的一个代表,是我们祖先的卓越创造,激发学生对我国光辉灿烂的文化作进一步探究的兴趣,激发学生爱国热情.

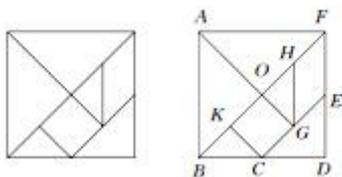
2 新知构建

[过渡语] 奇妙的七巧板是怎样做成的呢?为了更好的认识和制作七巧板,下面,我们一起来了解七巧板的结构. 请同学们观察屏幕上的图形,一副七巧板有几块呢?有几种基本的几何图形呢?你发现了什么?

探究活动 1 七巧板的结构

【活动内容】 播放七巧板一组动画,学生观察并从中得出结论.

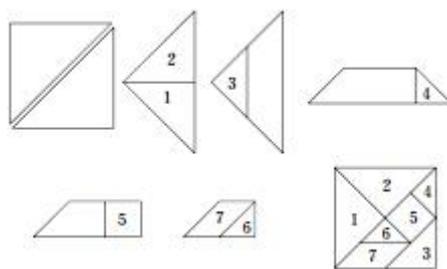
[处理方式] 一共有七块,5 个三角形,1 个正方形,1 个平行四边形. 七巧板的制作可以用一个正方形进行分割. 那么怎么分割呢?



探究活动 2 制作七巧板

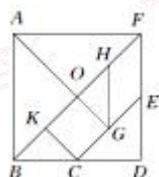
活动要求:①自主完成,速度要快,制作规范;②制作的过程中可以相互交流方法;③分割线画好后先上色,暂不分割;④小组内展示自己的七巧板;⑤分割七巧板.

[处理方式] 自己探索七巧板的制作方法. 也可以小组相互讨论、研究,制作出自己的七巧板并相互交流,让有不同想法的学生上台展示自己的方法.



[设计意图] 通过学生的动手操作活动,培养学生的动手实践能力和创新精神,让学生熟悉七巧板,为顺利拼好七巧板的各种造型做好准备. 通过七巧板中所蕴藏的数学知识,加深学生对线段、点、平行线、垂线、锐角、直角、钝角等有关几何概念的认识,强化几何语言的正确表达,丰富学生的数学意识.

探究活动3 七巧板中的数学



师:请同学们看图,并在图中找一找互相平行、互相垂直的线段.

生:三组互相平行的线段: $AG \parallel CK, HG \parallel EF, BF \parallel CE,$

三组互相垂直的线段: $AG \perp CE, BF \perp CK, AG \perp BF.$

师:其实,在七巧板中像这样互相平行、互相垂直的线段还有很多,老师也找出了一些,请同学们结合图形看一看. (课件显示)

师:下面,让我们再来认识一下七巧板中的角(课件呈现),你能说出图中有哪些度数的角吗?

生:45度、90度、135度的角.

师:(课件显示)你能说出 $\angle ABO, \angle DCE, \angle OHG, \angle KCG, \angle FHG, \angle FEG$ 的度数吗?

生: $\angle ABO=45^\circ, \angle DCE=45^\circ, \angle OHG=45^\circ, \angle KCG=90^\circ, \angle FHG=135^\circ, \angle FEG=135^\circ.$

师:我们刚才认识了七巧板中线段的位置关系和七巧板中的角,其实,我们画分割线只需找出一些线段的中点,再把它们连接起来就可以了,下面就请同学们找出这些线段的中点.

生:C, E, H, K, G 分别是 BD, DF, OF, OB, CE 的中点.

师:七巧板中最大板(三角形)是最小板(三角形)面积的几倍,平行四边形面积与七巧板总面积的关系.

生:4倍,八分之一.

师:七巧板的七块板只有几种不同的图形,能够完全重合的三角形有几对.

生:3种,两对.

[设计意图] 让学生学会观察问题、分析问题,加深对所学过的线段、平行线、垂线、锐角、直角、钝角等有关概念的理解和掌握,丰富他们的数学意识,培养学好数学的自信心和兴趣.

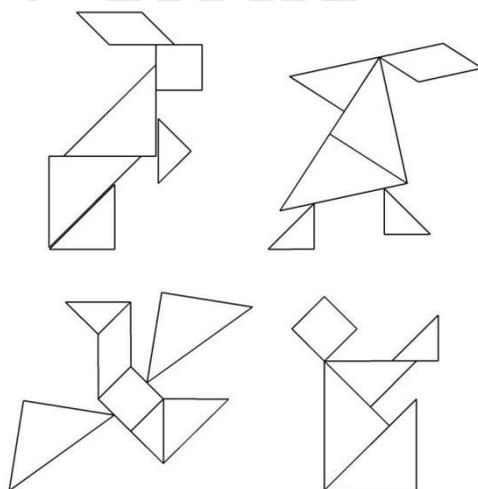
探究活动4 利用七巧板拼图案

师:下面就请同学们用你制作的七巧板亲手拼一幅具有创意的图案,请看规则:

- ①每个同学完成一幅作品;
- ②以小组为单位选出一幅能够代表本组水平的作品;
- ③组长组织完成粘贴,并展示到黑板上;
- ④组长安排好创意解说的同学.

生:议论纷纷,跃跃欲试,都想动手拼一拼,可怎么拼呢?

师:时间到,看看我们的成果吧!一共完成了几幅作品,下面请各组的解说员上台解说作品的创意,限时 30 秒. 说完以后,由其他组的解说员作出点评.



生 1:兔子.

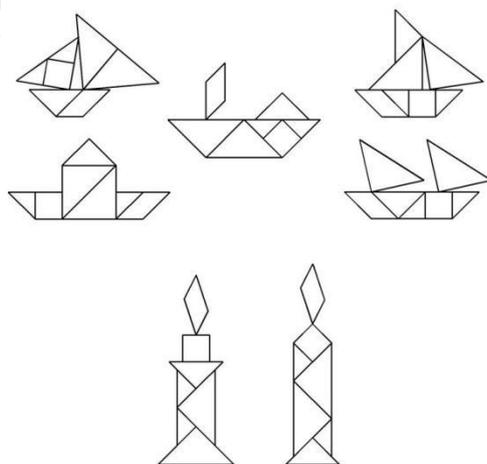
生 2:运动.

生 3:小鸟.

生 4:看书.

[设计意图] 此活动的目的通过学生的动手操作活动,培养学生的动手实践能力和创新精神;通过与组内同学间的交流,培养学生的探究性学习能力和合作学习的意识;通过赋予图案的含义,培养学生的空间想象能力,体验获得成功的喜悦.

师:根据自己拼图经验,以《船》、《蜡烛》为题,进行一物多拼练习.



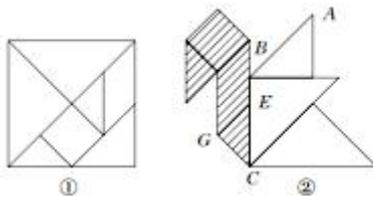
[设计意图] 给学生一个表现自己想象力和创造力的空间和时间,使学生各自的个性得到充分的体现,实现不同的人 在数学上得到不同的发展.

3 课堂小结

1. 七巧板是我国人民的伟大发明.
2. 通过七巧板的制作、拼摆等活动,丰富了对平行、垂直及角等有关内容的认识.
3. 体验七巧板的组图功能,提高了图形组合能力及对美的事物的发现……

4 检测反馈

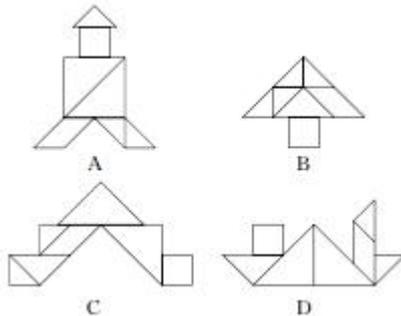
1. 用边长为 1 的正方形纸板制成一副七巧板(如图①),将它拼成“小天鹅”图案(如图②),则图②中 $\angle ABC + \angle GEB$ 等于 ()



- A. 360° B. 270°
C. 225° D. 180°

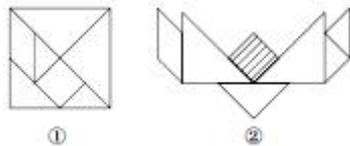
答案:B

2. 下列拼图中,不是由原图这副七巧板拼成的是 ()



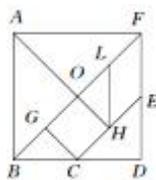
答案:B

3. 图①,将一块正方形木板按其中的实线切成七块形状不完全相同的小木片,制成一副七巧板. 用这副七巧板拼成如图②所示的图案,则图②中阴影部分的面积是整个图案面积的 ()



- A. $\frac{1}{16}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{1}{8}$

答案:D



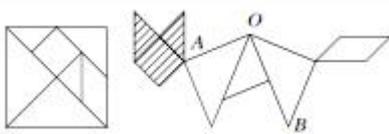
4. 如图所示的是用七巧板拼成的正方形,下列判断正确的有 ()

① $BG \perp OH$; ② $LH \parallel AB$; ③ $OL \parallel CH$; ④ $HE \perp AO$; ⑤ $LF \parallel CH$; ⑥ $OG \parallel EH$.

A. 6个 B. 5个 C. 4个 D. 3个

答案:A

5. 如图所示,将一副七巧板拼成一只小猫,则下图中 $\angle AOB =$ _____度.



答案:90

5 板书设计

综合与实践 七巧板

探究活动 1 七巧板的结构

探究活动 2 制作七巧板

探究活动 3 七巧板中的数学

探究活动 4 利用七巧板拼图案

教学反思

成功之处

本节是以信息技术为平台,采用数学活动课的形式,通过七巧板的拼摆,呈现平行、垂直及角的有关内容的综合运用,从尝试拼图、实物抽象拼图、一物多拼到自主创作拼图等练习,体会七巧板变幻多姿的魅力及其中蕴藏着的数学美,丰富学生的数学经历和体验,发展学生的空间想象能力、实践能力和创新能力,避免了学生陷入盲目游戏的窘境,学生通过课堂小组进行数学交流,用适当的图形和语言表达自己思考的结果,培养学生主动参与、合作交流的意识.

不足之处

由于学生的动手能力上的差异,一部分学生有点跟不上课堂节奏.

再教设计

课前精心设计的教学环节在课堂上没有完全展开,可能是学生准备的不充分,学生发言的积极性没有完全调动起来,没有敢于发言的勇气,在以后的教学中要让学生养成课堂发言的习惯.