2018~2019学年广东广州荔湾区广东实验中学高二上学期理科期末数学试卷

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

1 设集合$A=\{x|\log_2 x<0\}$，$B=\left\{x|\left(\frac{1}{3}\right)^x<3\right\}$，则$A\cap B=$（　）.

A. $\{x|-1<x<1\}$　　B. $\{x|0<x<1\}$

C. $\{x|x>0\}$　　D. $\mathbf{R}$

2 已知命题$p:\exists x_0\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，$x_0\geqslant\sin x_0$，则命题$p$的否定为（　）.

A. $\forall x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，$x\geqslant\sin x$　　B. $\exists x_0\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，$x_0<\sin x_0$

C. $\forall x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，$x<\sin x$　　D. $\exists x_0\notin\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，$x_0\geqslant\sin x_0$

3 函数$f(x)$在$x=x_0$处导数存在，若命题$p:f'(x_0)=0$，命题$q:x=x_0$是$f(x)$的极值点，则p是q的（　）.

A. 充分必要条件　　B. 充分条件非必要条件

C. 必要条件非充分条件　　D. 既非充分条件，也非必要条件

4 已知等比例列$\{a_n\}$中，$a_2a_3a_4=1$，$a_6a_7a_8=64$，则$a_4a_5a_6=$（　）.

A. ±8　　B. -8　　C. 8　　D. 16

5 若m，n是两条不同的直线，α，β是两个不同的平面，则下列命题正确的是（　）.

A. 若$\alpha\perp\beta$，$m\perp\beta$，则$m//\alpha$　　B. 若$m//\alpha$，$n\perp m$，则$n\perp\alpha$

D. 若$m//\beta$，$m\subset\alpha$，$\alpha\cap\beta=n$，则$m//n$

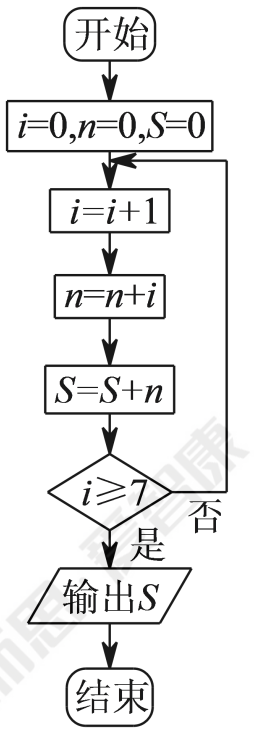
C. 若$m//\alpha$，$n//\alpha$，$m\subset\beta$，$n\subset\beta$，则

$\alpha//\beta$

6 若双曲线$C:\dfrac{x^2}{m^2}-\dfrac{y^2}{n^2}=1$的离心率为$2$，则双曲线的渐近线方程是（　）．

A. $2x\pm y=0$　　B. $x\pm 2y=0$　　C. $\sqrt{3}x\pm y=0$　　D. $x\pm\sqrt{3}y=0$

7 程大位是明代著名数学家，他的《新编直指算法统宗》是中国历史上一部影响巨大的著作．它问世后不久便风行宇内，成为明清之际研习数学者必读的教材，而且传到朝鲜、日本及东南亚地区，对推动汉字文化圈的数学发展起了重要的作用．卷八中第33问是："今有三角果一垛，底阔每面七个，问该若干？"如图是解决该问题的程序框图，执行该程序框图．求得该垛果子的总数S为（　）．



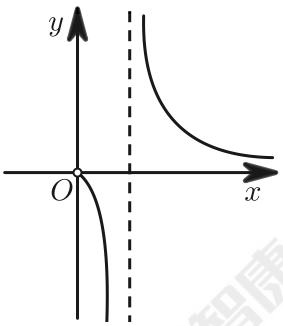
A. 28　　B. 56　　C. 84　　D. 120

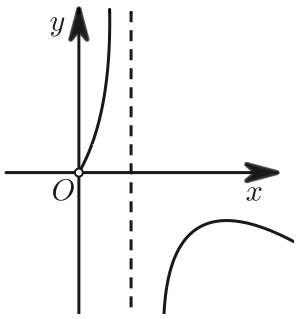
8 将$y=2\cos\left(\dfrac{x}{3}+\dfrac{\pi}{6}\right)$的图象先向左平移$\dfrac{\pi}{4}$个单位，再向上平移$2$个单位，则平移后所得图象的解析式为（　）．

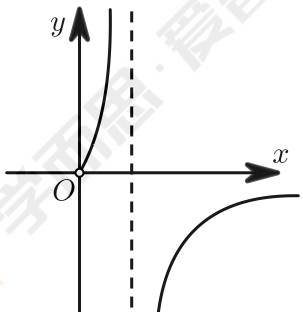
A. $y=2\cos\left(\dfrac{x}{3}+\dfrac{\pi}{4}\right)+2$　　B. $y=2\cos\left(\dfrac{x}{3}-\dfrac{\pi}{4}\right)+2$

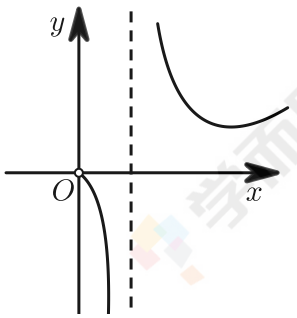
C. $y=2\cos\left(\dfrac{x}{3}-\dfrac{\pi}{12}\right)-2$　　D. $y=2\cos\left(\dfrac{x}{3}+\dfrac{\pi}{12}\right)+2$

9 函数$y=\dfrac{2x}{\ln x}$的图象大致为（　）.

A. 

B. 

C. 

D. 

10 若函数$f(x)=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{a}{2}x^2+x+1$在区间$\left(\dfrac{1}{2},3\right)$上单调递减，则实数$a$的取值范围是（　）.

A. $\left[\dfrac{1}{3},+\infty\right)$　　B. $\left[\dfrac{5}{3},+\infty\right)$　　C. $\left[\dfrac{10}{3},+\infty\right)$　　D. $\left[\dfrac{16}{3},+\infty\right)$

11 已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$的左、右顶点分别为$A$，$B$，$F$为椭圆$C$的右焦点，圆$x^2+y^2=4$上有一动点$P$，$P$不同于$A$，$B$两点，直线$PA$与椭圆$C$交于点$Q$，则$\dfrac{k_{PB}}{k_{QF}}$的取值范围是（　）.

A. $\left(-\infty,-\dfrac{3}{4}\right)\cup\left(0,\dfrac{3}{4}\right)$　　B. $(-\infty,0)\cup\left(0,\dfrac{3}{4}\right)$

C. $(-\infty,1)\cup(0,1)$　　D. $(-\infty,0)\cup(0,1)$

12 已知函数$f(x)=(x-a)^3-3x+a(a>0)$在$[-1,b]$上的值域为$[-2-2a,0]$，则b的取值范围是（　）.

A. $[0,3]$　　B. $[0,2]$　　C. $[2,3]$　　D. $(-1,3]$

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13 定积分$\int_{-2}^{2}\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x=$_____ .

14 曲线$y=2\ln(x+1)$在点$(0,0)$处的切线方程为_____ .

15 F是抛物线$y^2=2x$的焦点，A，B是抛物线上的两点，$|AF|+|BF|=6$，则线段AB的中点到y轴的距离为_____ .

16 几位大学生响应国家的创业号召，开发了一款应用软件．为激发大家学习数学的兴趣，他们推出了“解数学题获取软件激活码”的活动．这款软件的激活码为下面数学问题的答案：已知数列1，1，2，1，2，4，1，2，4，8，1，2，4，8，16，$\cdots$，其中第一项是2^0，接下来的两项是2^0，2^1，再接下来的三项是2^0，2^1，2^2，依此类推．求满足如下条件的最小整数$N:N>100$且该数列的前N项和为2的整数幂．那么该款软件的激活码是_____ .

三、解答题（本大题共6小题，共70分）

17 已知函数$f(x)=x^3+4x^2+5x+2$．

（1）求函数$f(x)$的单调区间．

（2）求函数$f(x)$的极值．

18 在$\triangle ABC$中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$\frac{\cos B}{b}+\frac{\cos C}{2a+c}=0$．

（1）求角B的大小．

（2）若$b=\sqrt{13}$，$a+c=4$，求$\triangle ABC$的面积．

19 某兴趣小组欲研究昼夜温差大小与患感人数多少之间的关系，他们分别到气象局与某医院抄录了1至6月份每月10号的昼夜温差情况与因患感冒而就诊的人数，得到如下资料：

日期	1月10日	2月10日	3月10日	4月10日	5月10日	6月10日
昼夜温差x(	10	11	13	12	8	6

°C)						
就诊人数y (个)	**22**	**25**	**29**	**26**	**16**	**12**

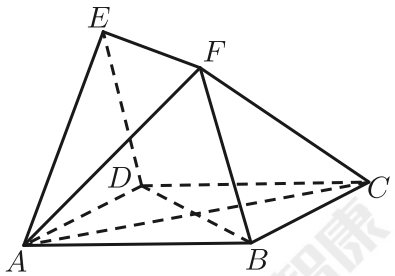
该兴趣小组确定的研究方案是：先从这六组数据中选取2组，用剩下的4组数据求线性回归方程，再用被选取的2组数据进行检验．

（1）求选取的2组数据恰好是相邻两个月的概率．

（2）若选取的是1月与6月的两组数据，请根据2至5月份的数据，求出y关于x的线性回归方程$\hat{y}=bx+a$．

（3）若由线性回归方程得到的估计数据与所选出的检验数据的误差均不超过2人，则认为得到的线性回归方程是理想的，试问该小组所得线性回归方程是否理想？(参考公式：$b=\dfrac{\sum\limits_{i-1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i-1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\dfrac{\sum\limits_{i-1}^{n}x_iy_i-n\overline{xy}}{\sum\limits_{i-1}^{n}{x_i}^2-n(\overline{x})^2}$，$a=\overline{y}-b\overline{x}$)．

20 如图，四边形$ABCD$与$BDEF$均为菱形，$FA=FC$，且$\angle DAB=\angle DBF=60^\circ$．



（1）求证：$AC\perp$平面$BDEF$．

（2）求直线AD与平面ABF所成角的正弦值．

21 已知抛物线C：$y^2=2px$经过点$P(1,2)$．过点$Q(0,1)$的直线l与抛物线C有两个不同的交点A，B，且直线PA交y轴于M，直线PB交y轴于N．

（1）求直线l的斜率的取值范围．

（2）设O为原点，$\overrightarrow{QM}=\lambda\overrightarrow{QO}$，$\overrightarrow{QN}=\mu\overrightarrow{QO}$，求证：$\dfrac{1}{\lambda}+\dfrac{1}{\mu}$为定值．

22 设函数$f(x)=(x^2-2x)\ln x+\left(a-\dfrac{1}{2}\right)x^2+2(1-a)x+a$．

（1）讨论$f(x)$的单调性．

（2）当$a<-2$时，讨论$f(x)$的零点个数，并证明．