2018~2019学年广东广州天河区高二上学期理科期末数学试卷

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

1 设命题$p:\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+1>0$，则$\neg p$为（　）．

A. $\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+1>0$　　B. $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^2+1\leqslant 0$

C. $\exists x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^2+1<0$　　D. $\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+1\leqslant 0$

2 某校为了解学生的学习情况，采用分层抽样的方法从高一600人、高二680人、高三720人中抽取50人进行问卷调查，则高二抽取的人数分别是（　）．

A. 18　　B. 17　　C. 16　　D. 15

3 双曲线$\frac{y^2}{3}-\frac{x^2}{4}=1$的渐近线方程是（　）．

A. $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$　　B. $y=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}x$　　C. $y=\pm\frac{3}{4}x$　　D. $y=\pm\frac{4}{3}x$

4 下列有关命题的说法错误的是（　）．

A. “若$am^2<bm^2$，则$a<b$”的逆命题为假命题．

B. 命题“如果$(x+1)(x-5)=0$则$\sqrt{x-1}=2$”的否命题是真命题．

C. 若$p\wedge q$为假命题，则p、q均为假命题．

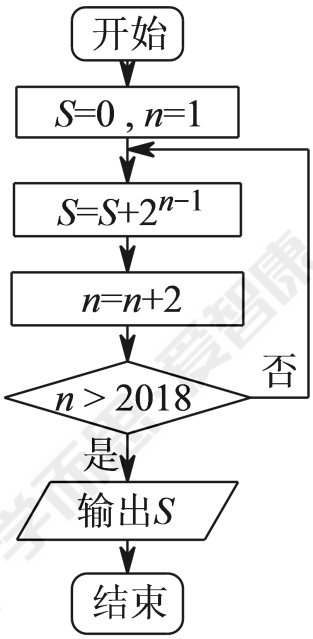
D. 若$p\vee q$为假命题，则p、q均为假命题．

5 已知向量$\vec{a}=(1,1,0)$，$\vec{b}=(-1,0,2)$，且$k\vec{a}+\vec{b}$与$2\vec{a}-\vec{b}$互相垂直，则k的值是（　）．

A. 1　　B. $\frac{1}{5}$　　C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{7}{5}$

6 已知某算法的程序框图如图所示，则该算法的功能是（　）．



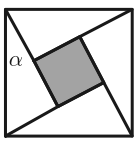
A. 求首项为1，公比为2的等比数列的前2017项的和

B. 求首项为1，公比为2的等比数列的前2018项的和

C. 求首项为1，公比为4的等比数列的前1009项的和

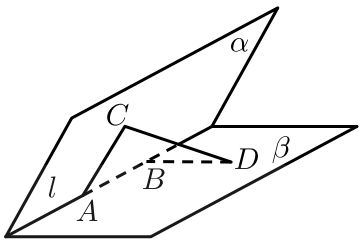
D. 求首项为1，公比为4的等比数列的前1010项的和

7 “勾股定理”在西方被称为“华达哥拉斯定理”，三国时期吴国的数学家赵爽创制了一幅“勾股圆方图”，用数列结合的方法给出了勾股定理的详细证明．如图所示的“勾股圆方图”中，四个相同的直角三角形与中间的小正方形拼成一个边长为4的大正方形，若直角三角形中较大的锐角$\alpha=\frac{\pi}{3}$，现在向该正方形区域内随机地投掷一枚飞镖，飞镖落在小正方形内的概率是（　）．



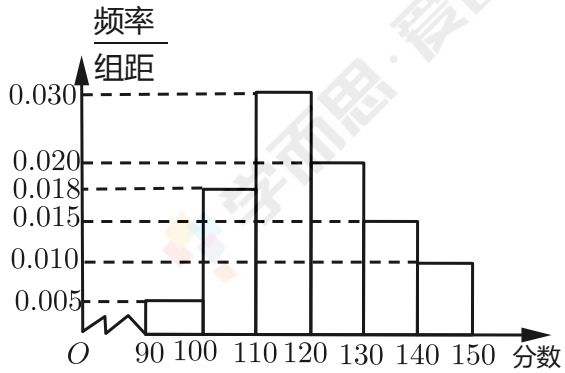
A. $1-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{4-\sqrt{3}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

8 二面角$\alpha-l-\beta$为60°，A、B是棱l上的两点，AC、BD分别在半平面α、β内，$AC\perp l$，$BD\perp l$，且$AB=AC=a$，$BD=2a$，则$|\overrightarrow{CD}|=$（　）．



A. $2a$　　B. $\sqrt{5}a$　　C. a　　D. $\sqrt{3}a$

9 某校100名学生的数学测试成绩分布直方图如图所示，分数不低于a即为优秀，如果优秀的人数为20人，则a的估计值是（　）．



A. 130　　B. 140　　C. 133　　D. 137

10 已知椭圆C_1与双曲线C_2有相同的焦点F_1、F_2，点P是C_1与C_2的一个公共点，$\triangle PF_1F_2$是一个以PF_1为底的等腰三角形，$|PF_1|=4$，C_1的离心率是$\frac{6}{7}$，则C_2的离心率是（　）．

A. $\frac{6}{7}$　　B. $\frac{7}{6}$　　C. $\frac{6}{5}$　　D. 3

11 已知命题$p:\forall x\in(0,+\infty)$，$\left(\frac{1}{2}\right)^x+m-1>0$；命题$q:\exists x\in(0,+\infty)$，$mx^2+4x-1=0$，则命题$p$是命题$q$的（　）．

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

12 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，过原点$O$作直线与双曲线交于$A$、$B$两点，点$M$为双曲线上异于$A$、$B$的动点，且直线$MA$、$MB$的斜率分别为$k_1$、$k_2$，若双曲线的离心率为$\sqrt{3}$，则$k_1\cdot k_2=$（　）．

A. $\sqrt{3}$　　B. 3　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

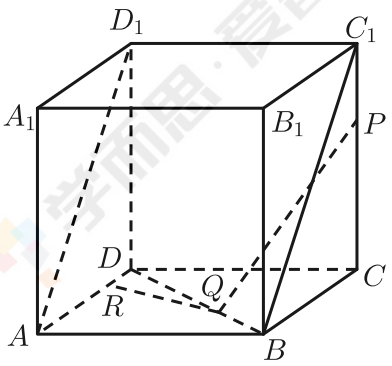
13 将一个质量均匀的骰子先后投掷2次，观察向上的点数，则两数之和是5的概率是 _____ .

14 如图所示的茎叶图记录了甲、乙两组各5名工人某日的产量数据（单位：件）．若这两组数据的中位数相等，且平均值也相等，则$x=$ _____ .

甲组			乙组		
	6	5	9		
5	2	6	1	y	7
4	x	7	8		

15 已知动圆M与直线$y=2$相切，且与定圆$C:x^2+(y+3)^2=1$外切，则动圆圆心M的轨迹方程为 _____ .

16 如图，在棱长为1的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，P、Q分别是线段CC_1、BD上的点，R是直线AD上的点，且$CP=2C_1P$，PQ//平面ABC_1D_1，$PQ\perp RQ$，则PR的长为 _____ .



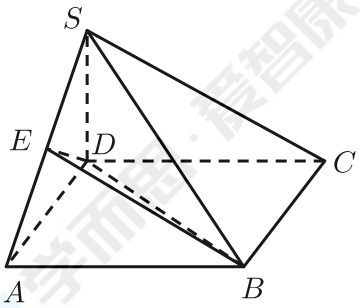
三、解答题（本大题共6小题，共70分）

17 已知抛物线$y^2=2px(p>0)$，其焦点到准线的距离为4．

（1）求该抛物线的标准方程．

（2）过点$M(1,1)$的直线交该抛物线于A，B两点，如果点M恰是线段AB的中点，求直线AB的方程．

18 如图，在四棱锥$S-ABCD$中，$SD\perp$平面$ABCD$，底面$ABCD$是正方形，且$SD=AD$，E是SA的中点．



（1）求证：$SC//$平面BED．

（2）求直线SA与平面BED所成角的正弦值．

19 在“新零售”模式的背景下，某大型零售公司为推广线下分店，计划在S市的A区开设分店．为了确定在该区开设分店的个数，该公司对该市已开设分店的其他区的数据作了初步处理后得到下列表格．记x表示在各区开设分店的个数，y表示这x个分店的年收入之和．

x(个)	2	3	4	5	6
y(百万元)	2.5	3	4	4.5	6

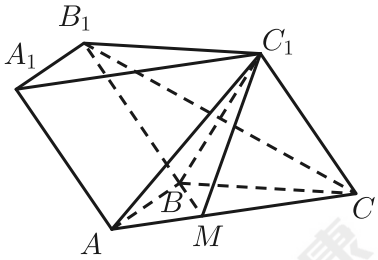
（1）该公司已经过初步判断，可用线性回归模型拟合y与x的关系，求y关于x的线性回归方程$y=\hat{b}x+a$．

（2）假设该公司在A区获得的总年利润z（单位：百万元）与x，y之间的关系为$z=y-0.05x^2-1.4$，请结合（Ⅰ）中的线性回归方程，估算该公司应在A区开设多少个分店时，才能使A区平均每个分店的年利润最大？

参考公式：回归直线方程为$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，其中$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$，

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$．

20 如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，平面BCC_1B_1⊥平面ABC，四边形BCC_1B_1为菱形，点M是棱AC上不同于A、C的点，$AB=BC=2$，$\angle ABC=90^\circ$，$\angle BB_1C_1=60^\circ$．



（1）求证：B_1C⊥平面ABC_1．

（2）若二面角$A-BC_1-M$为30°，求AM的长．

21 设椭圆$E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的一个焦点为$(-2,0)$，且椭圆$E$过点$M(2,\sqrt{2})$，$O$为坐标原点，

（1）求椭圆E的标准方程．

（2）是否存在圆心在原点的圆，使得该圆的任意一条切线与椭圆E恒有两个交点A、B，且$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$？若存在，写出该圆的方程，并求$|AB|$的最大值，若不存在说明理由．

22 已知极坐标系的极点为直角坐标系xOy的原点，极轴为x轴的正半轴，两种坐标系中的长度单位相同，圆C的直角坐标系方程为$x^2+y^2+2x-2y=0$，直线l的参数方程为$\begin{cases}x=-1+t\\y=t\end{cases}$（$t$为参数），射线$OM$的极坐标方程为$\theta=\dfrac{3\pi}{4}$．

（1）求圆C和直线l的极坐标方程．

（2）已知射线OM与圆C的交点为O，P，与直线l的交点为Q，求线段PQ的长．