2018~2019学年广东广州执信中学、广雅中学、广州第二中学、广州第六中学高二上学期理科期末数学试卷

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

1 已知集合$A=\left\{x\left|\left(\frac{1}{2}\right)^{x}>\frac{1}{2}\right.\right\}$，$B=\{x|(x-2)<0\}$，则$A\cap B=$（　）.

A. $(-1,2)$　　B. $(0,2)$　　C. $(1,2)$　　D. $(0,1)$

2 设$x>0$，则“$a=1$”是“$x+\frac{a}{x}\geqslant 2$恒成立”的（　）.

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3 已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{4}=1(a>0)$与双曲线$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=1$有相同的焦点，则$a$的值为（　）.

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{10}$　　C. 4　　D. 10

4 中国古代词中，有一道“八子分绵”的数学名题：“九百九十六斤绵，赠分八子做盘缠，次第每人多十七，要将第八数来言”．题意是：把996斤绵分给8个儿子作盘缠，按照年龄从大到小的顺序依次分绵，年龄小的比年龄大的多17斤绵，那么第8个儿子分到的绵是（　）.

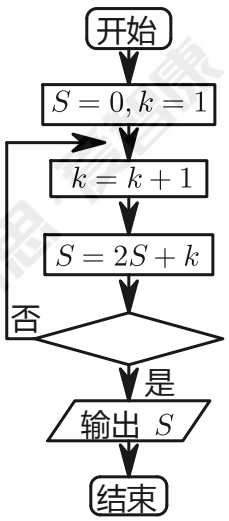
A. 174斤　　B. 184斤　　C. 191斤　　D. 201斤

5 已知x，y的取值如下表，若变量y与x线性相关，且回归方程为$\hat{y}=0.95x+2.6$，则表中的实数a的值为（　）.

x	0	1	3	4
y	2.5	4.3	a	6.7

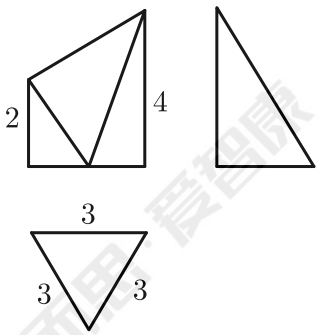
A. 4.8　　B. 5.45　　C. 4.5　　D. 5.25

6 执行如图所示的程序框图，若输出的$S=57$，则判断框内应填入的条件是（　）.



A. $k>4$　　B. $k>5$　　C. $k>6$　　D. $k>7$

7 某几何体的三视图如右下图所示，数量单位为cm，它的体积是（　）.



A. $\frac{27\sqrt{3}}{2}\mathrm{cm}^3$　　B. $\frac{9}{2}\mathrm{cm}^3$　　C. $\frac{9\sqrt{3}}{2}\mathrm{cm}^3$　　D. $\frac{27}{2}\mathrm{cm}^3$

8 已知实数x，y满足$\begin{cases}2x-y+6\geqslant 0\\ x+y\geqslant 0\\ x\leqslant 2\end{cases}$，若目标函数$z=-mx+y$的最大值为$-2m+10$，最小值为$-2m-2$，则实数$m$的取值不可能是（　）.

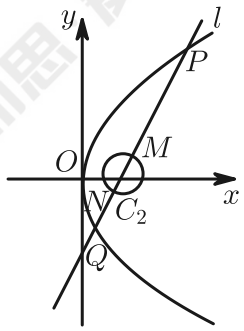
A. 3　　B. 2　　C. 0　　D. -1

9 已知函数$f(x)=2\sin(2x+\varphi)(-\pi<\varphi<0)$，将$f(x)$的图像向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后变为偶函数，则函数$g(x)=\cos(2x+\varphi)$（　）.

A. 在区间$\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$上单调递减　　B. 在区间$\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$上单调递增

C. 在区间$\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$上有最大值　　D. 在区间$\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$上有最小值

10 如图，已知抛物线C_1的顶点在坐标原点，焦点在x轴上，且过点$(2,4)$,圆$C_2:x^2+y^2-4x+3=0$，过圆心C_2的直线l与抛物线和圆分别交于P，Q，M，N，则$|PM|+4|QM|$最小值为（　）.



A. 18　　B. 23　　C. 24　　D. 26

11 定义在$\mathbf{R}$上的函数$f(x)$满足$f(0)=0$，$f(x)+f(1-x)=1$，$f\left(\frac{x}{5}\right)=\frac{1}{2}f(x)$，且当$0\leqslant x_1\leqslant x_2\leqslant 1$时，$f(x_1)\leqslant f(x_2)$，则$f\left(\frac{1}{2018}\right)$等于（　）.

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{16}$　　C. $\frac{1}{32}$　　D. $\frac{1}{64}$

12 已知$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{e}$是平面向量，$\vec{e}$是单位向量，若非零向量$\vec{a}$与$\vec{e}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，向量$\vec{b}$满足$\vec{b}^2-4\vec{e}\cdot\vec{b}+3=0$，则$|\vec{a}-\vec{b}|$的最小值是（　）.

A. $\sqrt{3}-1$　　B. $\sqrt{3}+1$　　C. 2　　D. $2-\sqrt{3}$

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13 已知$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{4}$，则$\sin\left(\frac{5\pi}{6}-x\right)+\sin^2\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=$_____.

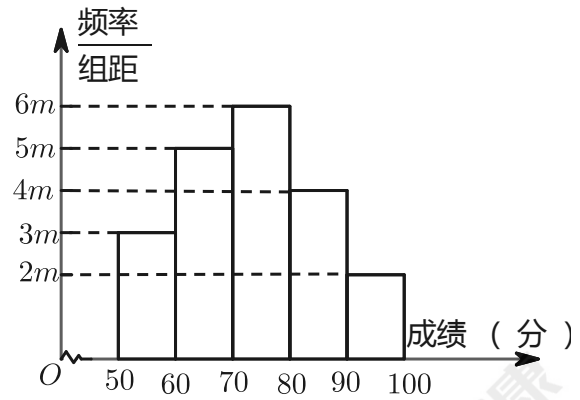
14 若直线$x-y=2$被圆$(x-a)^2+y^2=4$所截得的弦长为$2\sqrt{2}$，则实数a的值为_____．

15 已知直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的侧棱长为4，且底面是边长为2的正三角形，用一平面截此棱柱，与侧棱AA_1，BB_1，CC_1分别交于三点M，N，Q，若$\triangle MNQ$为直角三角形，则该直角三角形斜边长的最小值为_____．

16 已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_{n+1}+na_n=2\,(n+1)\,(n\in\mathbf{N}^*)$，则$|a_{2019}|-|2018a_{2018}|=$_____．

三、解答题（本大题共6小题，共70分）

17 有20名学生参加某次考试，成绩（单位：分）的频率分布直方图如图所示：



（1）求频率分布直方图中m的值．

（2）分别求出成绩落在$[70,80),[80,90),[90,100]$中的学生人数；

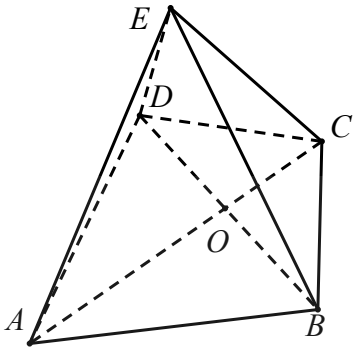
（3）从成绩在$[80,100]$的学生中任选2人，求所选学生的成绩都落在$[80,90)$中的概率．

18 设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_1=3$，且$S_n=na_{n+1}-n^2-n$．

（1）求$\{a_n\}$的通项公式．

（2）若数列$\{b_n\}$满足$bn=\dfrac{2n+1}{n^2(a_{n+1}-1)^2}$，求$\{b_n\}$的前$n$项和$T_n$．

19 如图，在四棱锥$E-ABCD$中，$\triangle ABD$是正三角形，$\triangle BCD$是等腰三角形，$\angle BCD=120^\circ$，$EC\perp BD$．



（1）求证：$BE=DE$．

（2）若$AB=2\sqrt{3}$，$AE=3\sqrt{2}$，平面EBD⊥平面$ABCD$，直线AE与平面ABD所成的角为$45°$，求二面角$B-AE-D$的余弦值．

20 已知△ABC三个内角A，B，C的对边分别为a，b，c，△ABC的面积S满足$\frac{4}{\sqrt{3}}S=c^2+b^2-a^2$．

（1）求角A的值．

（2）若D是BC的中点，$AD=\frac{\sqrt{129}}{2}$，$\cos\angle B=\frac{1}{7}$，求△ABC的面积．

21 已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，$P(\sqrt{2},1)$在椭圆上．

（1）求椭圆的标准方程．

（2）已知x轴上一点$D(4,0)$，过D作直线l交椭圆于A，B两点，A点关于x轴的对称点为A'，试求△$BA'D$面积的最大值．

22 设$f(x)=x^2+bx+c(b,c\in\mathbf{R})$．

（1）若$f(x)$在$[-2,2]$上不单调，求b的取值范围．

（2）若$f(x)\geqslant|x|$对一切$x\in\mathbf{R}$恒成立，求证：$b^2+1\leqslant 4c$．

（3）若对一切$x\in\mathbf{R}$，有$f\left(x+\frac{1}{x}\right)\geqslant 0$，且$f\left(\frac{2x^2+3}{x^2+1}\right)$的最大值为$1$，求$b$、$c$满足的条件．