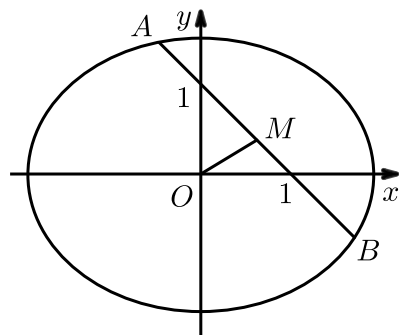


2018~2019学年上海杨浦区上海市杨浦高级中学高二上 学期期末数学试卷

一、填空题（本大题共10题，每小题4分，共40分）

1. 已知 i 是虚数单位，计算： $|4 - 3i| =$ _____ .
2. 椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的短轴长为 _____ .
3. 已知抛物线的焦点是 $F(1, 0)$ ，准线方程为 $x = -1$ ，则抛物线的标准方程是 _____ .
4. 双曲线 $\frac{y^2}{64} - \frac{x^2}{36} = 1$ 上的一点 P 到焦点 F_1 的距离等于16，那么点 P 到另一个焦点 F_2 的距离是 _____ .
5. 已知 $A(-5, 6)$ ， $B(3, 4)$ ，则以 AB 为直径的圆的标准方程是 _____ .
6. 已知 i 是虚数单位， z 是纯虚数， $\frac{\bar{z} + 2}{1 - i}$ 是实数，则 $z =$ _____ .
7. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线方程为 $y = \frac{\sqrt{5}}{2}x$ ，且与椭圆 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$ 有公共焦点，则 C 的方程为 _____ .
8. 若复数 z 满足 $|z| = 2$ ，则复数 $z - i$ 的模的最大值为 _____ .
9. 在平面直角坐标系 xOy 中，若 m 为任意实数，直线 $mx + (m - 1)y = 2m + 1$ 必过一定点，则此定点坐标为 _____ .
10. 在平面直角坐标系 xOy 中，椭圆 $ax^2 + by^2 = 1 (a > 0, b > 0, a \neq b)$ 与直线 $x + y - 1 = 0$ 相交于 A ， B 两点，且 $|AB| = 2\sqrt{2}$ ，又线段 AB 的中点 M 与椭圆中心连线的斜率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，则 $a + b =$ _____ .



二、选择题（本大题共4题，每小题3分，共12分）

11. 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq x \\ y \leq -x + 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$ ，则目标函数 $z = 2x + y$ 的最大值为（ ）。

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

12. 已知 i 是虚数单位， $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ，则 $1 + \omega + \omega^2 + \omega^3 =$ （ ）。

- A. 0 B. 1
C. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ D. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

13. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = x + b$ 与曲线 $x = \sqrt{1 - y^2}$ ， $-1 \leq y \leq 1$ 有两个公共点，则 b 的取值范围是（ ）。

- A. $(-\sqrt{2}, -1]$ B. $[1, \sqrt{2})$
C. $(-1, 1)$ D. $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

14. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F ，若 A, B 为抛物线上两点，且线段 AB 的垂直平分线交 x 轴于点 M 。当 $|AF| + |BF| = 8$ ， $|OM| = 6$ 时，抛物线的方程为（ ）。

- A. $y^2 = x$ B. $y^2 = 2x$ C. $y^2 = 4x$ D. $y^2 = 8x$

三、解答题（本大题共5题，共48分）

15. 关于 x 的实系数方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 的两个虚根为 x_1, x_2 ，且 $|x_1 - x_2| = 2$ ，求实数 m 的值。

16. 已知动点 $M(x, y)$ 和 $A(1, 1), B(2, 0)$ 两点，且 $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 2$ 。

求动点 $M(x, y)$ 的轨迹方程，并指出它是哪一种圆锥曲线。

17. 在平面直角坐标系 xOy 中，椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)。

(1) 若点 $P_1(0, 1), P_2(-1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 在椭圆 M 上，求 M 的方程。

(2)

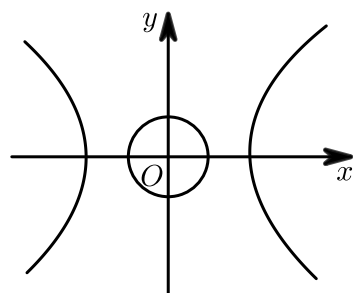
等腰直角三角形 ABC 的斜边 $|BC| = 4\sqrt{2}$ ，椭圆 M 的左焦点在线段 AB 上，右焦点恰为点 C ，且椭圆 M 经过 A, B 两点，求 M 的方程。

18. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F ，过 F 且斜率为 $k (k > 0)$ 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点，且线段 AB 的中点的横坐标为3。

(1) 求 k 的值。

(2) 求过点 A, B 且与 C 的准线相切的圆的标准方程。

19. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，双曲线 $C: x^2 - y^2 = 4$ 与圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ ，直线 l 与圆 O 相切于第一象限内的点 P 。



(1) 若直线 l 与双曲线 C 有且只有一个公共点，求点 P 的坐标。

(2) 直线 l 与双曲线 C 交于 A, B 两点，若 $\triangle AOB$ 的面积为 $2\sqrt{3}$ ，求 l 的斜截式方程。