2018~2019学年上海虹口区上海外国语大学附属外国语学校高二上学期期末数学试卷

一、填空题（本大题共14题，每小题3分，共计42分）

1. 一个关于x、y的二元一次方程组的增广矩阵是$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$，则$x+y=$ ______ .

2. 过点$(-2,3)$和点$(1,-3)$的直线的倾斜角为 ______ .

3. 已知向量$\overrightarrow{a}=(2,\sqrt{5})$，则向量$\overrightarrow{a}$的单位向量$\overrightarrow{a_0}=$ ______ .

4. 行列式$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$中，元素5的代数余子式的值为 ______ .

5. 矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$，矩阵$B=\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$，则$AB=$ ______ .

6. 已知$|\overrightarrow{a}|=3$，$|\overrightarrow{b}|=5$，且$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=12$，则$\overrightarrow{a}$在$\overrightarrow{b}$上的投影为 ______ .

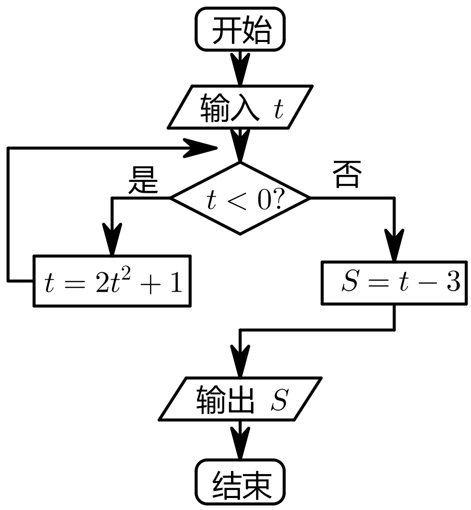
7. 若无穷等比数列$\{a_n\}$的各项和为S_n，首项$a_1=1$，公比为$a-\dfrac{3}{2}$，且$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=a$，则$a=$ ______ .

8. 经过$A(-3,2)$，$B(6,1)$两点的直线与直线$x+3y-6=$交于Q点，若$\overrightarrow{AQ}=\lambda\overrightarrow{QB}$，则$\lambda$等于 ______ .

9. 已知不同的三点A，B，C在一条直线上，且$\overrightarrow{OB}=a_5\overrightarrow{OA}+a_{2012}\overrightarrow{OC}$，则等差数列$\{a_n\}$的前2016项的和等于 ______ .

10. 过原点引直线l，使l与联结$A(1,1)$和$B(-3,4)$两点的线段相交，则直线l的斜率k的取值范围是 ______ .

11. 执行如右图所示的程序框图，如果输入的$t\in[-2,2]$，则输出的S的范围是 ______ .



12. 各项均不为零的数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n．对任意$n\in\mathbf{N}^*$，$\overrightarrow{m_n}=(a_{n+1}-a_n,2a_{n+1})$都是直线$y=kx$的法向量，若$\lim\limits_{n\to\infty}S_n$存在，则实数$k$的取值范围是 ______ ．

13. 设n阶方阵$A_n=\begin{pmatrix}1&3&5&\cdots&2n-1\\2n+1&2n+3&2n+5&\cdots&4n-1\\4n+1&4n+3&4n+5&\cdots&6n-1\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\2n(n-1)+1&2n(n-1)+3&2n(n-1)+6&\cdots&2n^2-1\end{pmatrix}$，任取$A_n$中的一个元素，记为$x_1$，划去$x_1$所在的行和列，将剩下的元素按原来的位置关系组成$n-1$阶方阵$A_{n-1}$，任取$A_{n-1}$中的一个元素，记为$x_2$，划去$x_2$所在的行和列，将剩下的元素按原来的位置关系组成$n-2$阶方阵$A_{n-2}$，......，将最后剩下的一个元素记为$x_n$，令$S_n=x_1+x_2+\cdots+x_n$，则$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{S_n}{n^3+1}=$ ______ ．

14. 在平面直角坐标系xOy中，点$P\left(x_P,y_P\right)$和点$Q\left(x_Q,y_Q\right)$满足$\begin{cases}x_Q=x_P+y_P,\\y_Q=-x_P+y_P,\end{cases}$按此规则由点$P$得到点$Q$，称为直角坐标平面的一个“点变换”．在此变换下，若$\dfrac{\left|\overrightarrow{OP}\right|}{\left|\overrightarrow{OQ}\right|}=m$，向量$\overrightarrow{OP}$与$\overrightarrow{OQ}$的夹角为$\theta$，其中$O$为坐标原点，则$m\sin\theta$的值为 ______ ．

二、选择题（本大题共4题，每小题3分，共计12分）

15. 用数学归纳法证明：$1+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{3^2}+\cdots+\dfrac{1}{\left(2^n-1\right)^2}<2-\dfrac{1}{2^n-1}(n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*)$时第一步需要证明（　）．

A. $1<2-\dfrac{1}{2-1}$

B. $1+\dfrac{1}{2^2}<2-\dfrac{1}{2^2-1}$

C. $1+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{3^2}<2-\dfrac{1}{2^2-1}$

D. $1+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{3^2}+\dfrac{1}{4^2}<2-\dfrac{1}{2^2-1}$

16. 设O是$\triangle ABC$所在平面上的一点，且满足$(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC})\cdot(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}-2\overrightarrow{OA})=0$，则$\triangle ABC$的形状一定是（　）.

A. 等腰三角形　　B. 等边三角形　　C. 直角三角形　　D. 以上都不对

17. 已知直线方程为$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix}=0$，则下列各点不在这条直线上的是(　　)

A. $(-2,3)$　　B. $(4,7)$　　C. $(3,5)$　　D. $(0.5,4)$

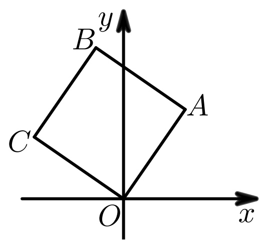
18. 已知向量$\overrightarrow{i}$和$\overrightarrow{j}$是互相垂直的单位向量，向量$\overrightarrow{a_n}$满足$\overrightarrow{i}\cdot\overrightarrow{a_n}=n$，$\overrightarrow{j}\cdot\overrightarrow{a_n}=2n+1$，$n\in\mathbf{N}^*$，设$\theta_n$为$\overrightarrow{i}$和$\overrightarrow{a_n}$的夹角，则（　）.

A. θ_n随着n的增大而增大　　B. θ_n随着n的增大而减小

C. 随着n的增大，θ_n先增大后减小　　D. 随着n的增大，θ_n先减小后增大

三、解答题（本大题共5题，共计46分）

19. 如图所示，正方形$OABC$的顶点$A(2,3)$.



（ 1 ）求边AB所在直线的点法向式方程.

（ 2 ）写出点C的坐标，并写出边BC所在直线的点方向式方程.

20. 已知向量$\overrightarrow{a}=(1,2)$，$\overrightarrow{b}=(x,1)$.

（ 1 ）若$(\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b})\perp(2\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})$时，求$x$的值.

（ 2 ）若向量$\overrightarrow{a}$与向量$\overrightarrow{b}$的夹角为锐角，求x的取值范围.

21. 利用行列式解关于x，y的二元一次方程组$\begin{cases} mx+y=-1 \\ 3mx-my=2m+3 \end{cases}$.

22. 设x轴、y轴正方向上的单位向量分别是$\overrightarrow{i}$，$\overrightarrow{j}$，坐标平面上点列A_n、$B_n\ (n\in\mathbf{N}^*)$分别满足下列两个条件：①$\overrightarrow{OA_1}=\overrightarrow{j}$且$\overrightarrow{A_nA_{n+1}}=\overrightarrow{i}+\overrightarrow{j}$；②$\overrightarrow{OB_1}=4\overrightarrow{i}$且$\overrightarrow{B_nB_{n+1}}=\dfrac{1}{n(n+1)}\times 4\overrightarrow{i}$.

（ 1 ）写出$\overrightarrow{OA_2}$及$\overrightarrow{OA_3}$的坐标，并求出$\overrightarrow{OA_n}$的坐标.

（ 2 ）若$\triangle OA_nB_{n+1}$的面积是a_n，求$a_n\ (n\in\mathbf{N}^*)$的表达式.

（ 3 ）

对于（2）中的a_n，是否存在最大的自然数M，对一切$n\in\mathbf{N}^*$都有$a_n\geqslant M$成立？若存在，求出M，若不存在，说明理由．

23. 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_1=-9$，a_2为整数，且对任意$n\in\mathbf{N}^*$都有$S_n\geqslant S_5$．

（1）求$\{a_n\}$的通项公式．

（2）设$b_1=\dfrac{4}{3}$，$b_{n+1}=\begin{cases}a_n, n\text{为奇数}\\ -b_n+(-2)^n, n\text{为偶数}\end{cases}$，（$n\in\mathbf{N}^*$），求$\{b_n\}$的前$n$项和$T_n$．

（3）在（2）的条件下，若数列$\{c_n\}$满足$c_n=b_{2n}+b_{2n+1}+\lambda(-1)^n\left(\dfrac{1}{2}\right)^{a_n+5}$（$n\in\mathbf{N}^*$），是否存在实数$\lambda$，使得数列$\{c_n\}$是单调递增数列．若存在，求出$\lambda$的取值范围；若不存在，说明理由．