2020锦江区初三"一诊"数学试卷

A卷

一、选择题

1. 答案：A

2. 答案：A

解析：Rt△ABC中，$\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{5}{13}$，AB=13，则AC=5.

3. 答案：C

4. 答案：D

解析：④过点(2,3)，则k=6.

5. 答案：C

解析：总个数：$9\div\frac{1}{3}=27$（个），则黑球个数：27−9=18（个）

6. 答案：B

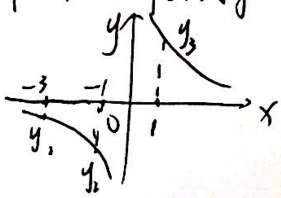
解析：由垂径定理得：~~MN~~MN所在直线为直径，2个直径交点则为圆心，则需2次.

7. 答案：C

解析：由题△ABC∽△BCD，则$\frac{AB}{BC}=\frac{BC}{CD}$，$\frac{6}{4}=\frac{4}{CD}$，则$CD=\frac{8}{3}$

8. 答案：B

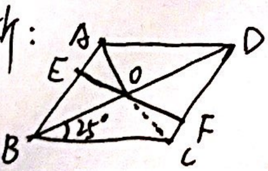
解析：反比例函数$y=\frac{3}{x}$，k=3>0，则~~当随x的~~在各自象限内，y随x增大而减小（如图）



∴ $y_2<y_1<y_3$.

9. 答案：C

解析：



在菱形ABCD中，AB=BC=CD=DA，由题AE=CF，则BE=FD，
△BOE≌△DOF，则BO=OD，O为对角线BD中点，连接OC，对角线BD、AC交于O点，AC⊥BD，∠OAD=180°−90°−∠ADB
=180°−90°−∠DBC=~~25°~~65°

10. 答案：D

解析：A选项：a=1时，$y=-x^2-4x+1$，$y_{max}=\frac{4ac-b^2}{4a}=\frac{-4-16}{-4}=5$，A正确.

B选项：a=1时，$y=x^2-4x-1$，对称轴：x=2，开口向上，x≥2时，y随x增大而增大. B正确.

C选项：与a取值无关，$y=(x^2-1)a-4x$，令$x^2-1=0$，当x=1，y=−4，(1,−4) 或 当x=−1，y=4 (−1,4)，C ~~错误~~正确

D选项：①当a≠0，方程为一元二次方程.
$\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4(1-a)a=16+4a^2>0$，~~D正确~~
②当a=0，方程为一元一次方程，y=−4x，只有1个交点 ∴D错误.

二、填空题

11. 答案：2

12. 答案：$k \geq -\frac{1}{4}$

解析：由题：$\Delta = b^2-4ac = (2k+1)^2-4k^2 \geq 0$，则 $4k+1 \geq 0$，$k \geq -\frac{1}{4}$

13. 答案：$\frac{3}{4}$

解析：$S_{\triangle BOC} = \frac{1}{4} S_{矩ABCD} = \frac{1}{4} \times 3 \times 4 = 3$，$\triangle MON \sim \triangle BOC$ 且相似比为 $\frac{1}{2}$，

$\therefore \frac{S_{\triangle MON}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{1}{4}$，则 $S_{\triangle MON} = \frac{3}{4}$

14. 答案：35°

解析：由题中尺规作图：BD 为 $\angle ABC$ 角平分线，$\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{CD}$，$\angle DBC = \frac{1}{2}\angle DOC = 35^\circ$，

则 $\angle ABD = \angle DBC = 35^\circ$。

15.【答案】(1) -6 (2) $x_1=3$，$x_2=-2$

【解析】(1) $(-\frac{1}{3})^{-1}+\sqrt{8}-6\sin45^\circ-|3-\sqrt{2}|$

$=-3+2\sqrt{2}-6\times\frac{\sqrt{2}}{2}-(3-\sqrt{2})$

$=-3+2\sqrt{2}-3\sqrt{2}-3+\sqrt{2}$

$=-6$

(2) $x^2-3x+2x-6=0$.

$x^2-x-6=0$.

$(x-3)(x+2)=0$.

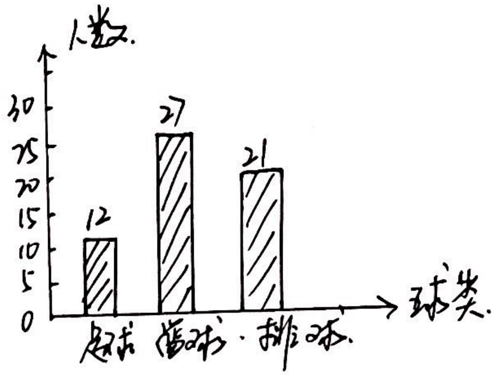
$\therefore x_1=3$，$x_2=-2$

16.【答案】(1) 21人，如图所示．(2) 180人．(3) $\frac{2}{3}$

【解析】(1) 由题意得：$\frac{12}{20\%}=60$(人).

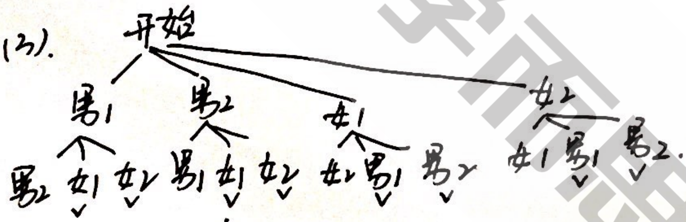
$\therefore$ 喜欢排球的人数 $=60-12-27$

$=21$(人).



(2) $\frac{27}{60}\times400=180$(人).

(3)



共 $3\times4=12$ 种情况.

恰好抽到一男一女有8种情况.

$\therefore \frac{8}{12}=\frac{2}{3}$

17.【答案】57.7海里.

【解析】：过点P作PD⊥AB于点D.

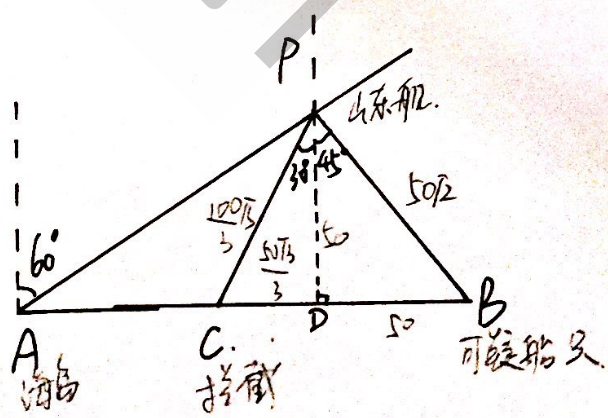
由题意得 $PB=50\sqrt{2}$ 海里．$\angle APD=60^\circ$

$\therefore$ 在Rt△PDB中．$PD=BD=50$(海里)

$\because \angle DPC=30^\circ$.

$\therefore$ 在Rt△CPD中．$CD=\frac{50}{3}\sqrt{3}$(海里).

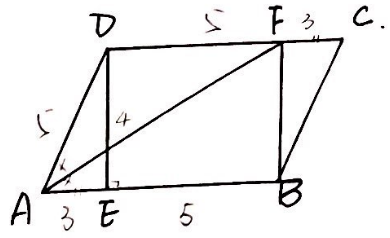
$PC=\frac{100}{3}\sqrt{3}$(海里).



在Rt△APD中．$AD=50\sqrt{3}$(海里)

$\therefore AC=AD-DC=\frac{100\sqrt{3}}{3}$(海里) ≈57.7 海里．$\therefore$ 可疑船只距海岛A还有57.7海里.

18. [答案] (1) 如下　　(2) $4\sqrt{5}$.



[解析] (1) ∵四边形ABCD是平行四边形.

∴ $AB \parallel CD$.　$AB=CD$.

由题意得 $AE=CF$.

∴ $AB-AE=CD-CF$.

∴ $BE=DF$.

∴四边形DEBF是平行四边形(一组对边平行且相等的四边形是平行四边形).

(2) ∵ AF平分∠DAB.

∴ $\angle DAF=\angle FAB$.

又∵ $DC \parallel AB$.

∴ $\angle FAB=\angle DFA$.

∴ $\angle DAF=\angle DFA$.

∴ $AD=DF$

又∵四边形DEBF是平行四边形.

∴ $BE=DF$.

∴ $AD=DF=BE=5$.

在△ADE中. $AE^2+DE^2=AD^2$

∴ △ADE是以∠AED=90°的直角△

∴ $\angle FBA=90°$.

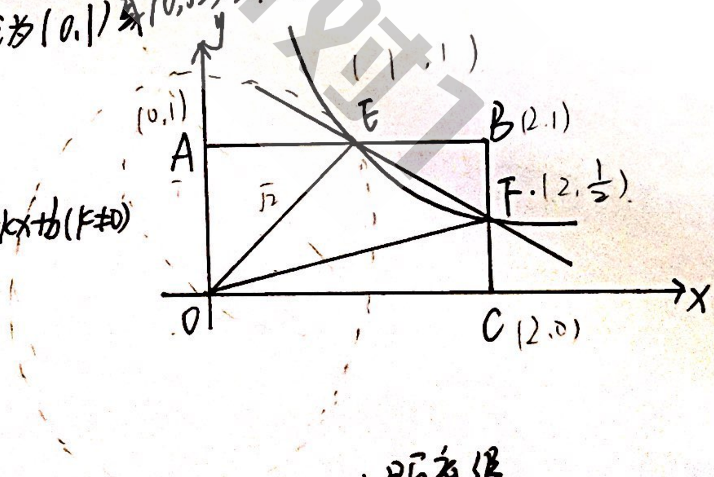
在Rt△AFB中. $AF=\sqrt{AB^2+BF^2}$

$=\sqrt{(3+5)^2+4^2}$

$=4\sqrt{5}$.

∴ AF的长为$4\sqrt{5}$

19. [答案]: (1) $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$　(2) 2.　(3) P点为(0,1)或$(0,\sqrt{2})$或$(0,-\sqrt{2})$或(0,2).



[解析]: (1). 由题意得: B(2,1)

∴ E(1,1)　$F(2,\frac{1}{2})$.

设直线EF的解析式为$y=kx+b\ (k\neq0)$

∴ $\begin{cases} 1=k+b \\ \frac{1}{2}=2k+b. \end{cases}$

∴ $\begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=\frac{3}{2} \end{cases}$

∴ $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

(2). $S_{四边形BEOF}=S_{矩形OABC}-S_{\triangle AOE}-S_{\triangle OCF}$

$=2\times1-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}$

$=2\times1-1=2$.

(3). 由题意得:

$P_1(0,1)$.

$P_2(0,\sqrt{2})$

$P_3(0,-\sqrt{2})$

$P_4(0,2)$

20. 【答案】(1) 证明见解析

(2) $\frac{2}{5}$

(3) $4\sqrt{2}$

【解析】(1) ∵ AD是直径.

∴ $\angle ACD=90^\circ$

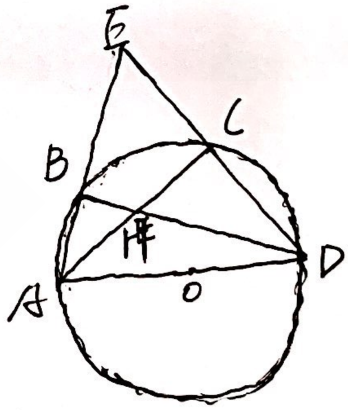
∴ $\angle ACE=90^\circ$

又∵ BD平分$\angle BAD$

∴ $\angle BAC=\angle CAD$

∴ $\triangle AEC\cong\triangle ADC$(ASA)

(2) 如右图所示.



∵ $BE:AB=3:2$

∴ 设$BE=3a$, 则$AB=2a$.

∴ $AE=5a$

由(1)中得

$AE=AD=5a$

在Rt$\triangle ABD$中由勾股定理得

$BD=\sqrt{AD^2-AB^2}=\sqrt{21}a$

∵ AC平分$\angle BAD$.

由角平分线定理得:

$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{BH}{HD}$.

$\therefore \frac{2a}{5a} = \frac{BH}{\sqrt{21}a - BH}$.

解得 $BH = \frac{2\sqrt{21}a}{7}$.

$\therefore HD = \frac{5\sqrt{21}}{7}a$.

在 $Rt\triangle ABH$ 中，由勾股定理得

$AH = \sqrt{AB^2 + BH^2} = \frac{2\sqrt{70}}{7}a$.

$\because \angle BAC = \angle BDC$

$\therefore \triangle BAH \backsim \triangle CDH$

$\therefore \frac{AH}{BH} = \frac{HD}{HC}$

$\therefore \frac{\frac{2\sqrt{70}}{7}a}{\frac{2\sqrt{7}}{7}a} = \frac{\frac{5\sqrt{7}}{7}a}{HC}$

解得 $HC = \frac{3\sqrt{70}}{14}a$.

$\therefore \frac{AH}{HC} = \frac{\frac{2\sqrt{70}}{7}a}{\frac{3\sqrt{70}a}{14}} = \frac{4}{3}$

(3)

连接OC交BD于点M

$\because \angle CAO=\angle OCA$.

$\therefore \angle ACO=\angle CAO=\angle BAH$

又$\because$ $AH=HC$

$\therefore$ $\triangle BAH\cong\triangle MCH$ (ASA).

$\therefore AB\parallel CO$.

$\therefore OC\perp BD$.

可得OM为$\triangle ABD$的中位线

设$OM=a$. 则$AB=MC=2a$

可得$\triangle ABF\sim\triangle OCF$.

$\therefore \dfrac{AB}{OC}=\dfrac{AF}{OF}$

$\therefore \dfrac{2a}{3a}=\dfrac{6}{6+3a}$.

$\therefore a=1$

$\therefore AO=OC=3$.

$\therefore AD=6$, $AB=2$.

由勾股定理得:

$$BD=\sqrt{AD^2-AB^2}=4\sqrt{2}.$$

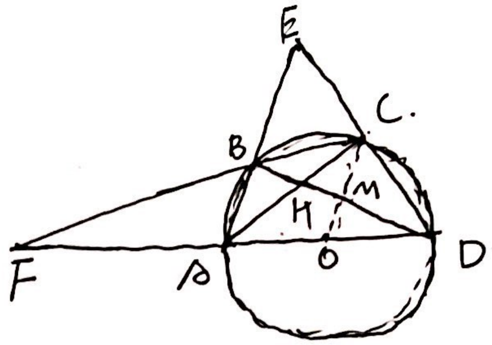
$\therefore S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AB\cdot BD=4\sqrt{2}$.

由(1)得 C为ED的中点.

$\therefore S_{\triangle BEC}=S_{\triangle BCD}$

又$\because AH=HC$.

$\therefore S_{\triangle BCD}=S_{\triangle ABD}=4\sqrt{2}$.



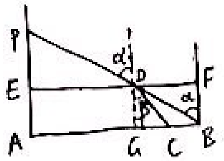
21. 答案：$2\sqrt{5}$

解析：由韦达定理，$a+b=2\sqrt{5}$，$ab=1$

则 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=\frac{2\sqrt{5}}{1}=2\sqrt{5}$

22. 答案：$\frac{4}{3}$

解析：如图所示



过D作DG⊥AB

入射角为α

折射角为β

则∠DBF=α，∠GDC=β

在Rt△DBF中，BF=12cm，DF=16cm

∴ $DB=\sqrt{BF^2+DF^2}=20cm$

$\sin\alpha=\sin\angle DBF=\frac{4}{5}$

易知 BG=DF=16cm，则GC=9cm

DG=BF=12cm

在Rt△DGC中，

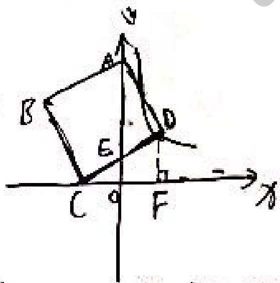
$DC=\sqrt{9^2+12^2}=15cm$

$\sin\beta=\sin\angle GDC=\frac{3}{5}$

∴ $n=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{4}{3}$

23. 答案：4

解析：如图



过D作DF⊥x轴，易知AD=CD=$2\sqrt{5}$

∴ CE=DE=$\sqrt{5}$

∴ AE=5

又∵∠CEO=∠AED，∠ADE=∠EOC=90°

∴ △CEO∽△AED

∴ EO:CO:CE=ED:AD:AE=1:2:$\sqrt{5}$

∴ OE=1，OC=2

又∵E为中点，EO∥DF

∴ EO为中位线

故 DF=2，OF=2 P(2,2)

k=4

24. 答案：$4\sqrt{2}$或$4\sqrt{2}-4$

解析：∵$CA=CB$,

∴$\angle CAB=\angle CBA$

又由折叠性质

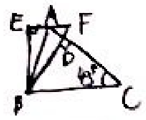
$\angle CAB=\angle EAB$

∴$\angle EAB=\angle CBA$

∴$EF\parallel BC$

可知$\triangle ADF\sim\triangle CDB$

① 当$\triangle BEF$为直角三角形，$\angle E=90^\circ$时



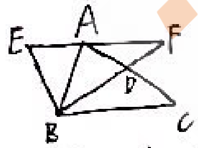
∵$BC=4$, $\angle C=45^\circ$,

∴$BD=CD=2\sqrt{2}$, $AD=4-2\sqrt{2}$

由相似性质：$\frac{AD}{DC}=\frac{AF}{BC}$

∴$BC=4\sqrt{2}-4$

② 当$\triangle BEF$为直角三角形，$\angle EBF=90^\circ$时



由折叠性质，$\angle EBA=\angle DBA=\frac{1}{2}\angle EBF$

∴$\angle ABD=45^\circ$

又∵$\angle BAD=\angle CAB$

∴$\triangle ABD\sim\triangle ACB$

由情况①中的AD,BD长度可得：

$AB=4\sqrt{2-\sqrt{2}}$

则 $\frac{AD}{AB}=\frac{AB}{AC}$

∴$AD=4(2-\sqrt{2})$

∴$DC=4(\sqrt{2}-1)$

由$\triangle ADF\sim\triangle CDB$

$\frac{AD}{DC}=\frac{AF}{BC}$

∴$AF=4\sqrt{2}$

又∵$\angle E=\angle BDA=\angle C+\angle DBC=45^\circ+67.5^\circ-\angle ABD$

$\angle EBF=2\angle ABD$

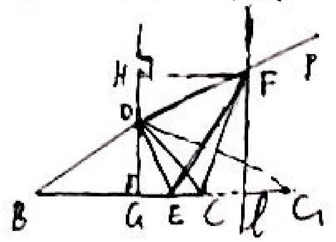
∴$\angle E+\angle EBF=112.5^\circ+\angle ABD>90^\circ$

∴$\angle F$不可能为直角

综上，AF长为$4\sqrt{2}$或$4\sqrt{2}-4$

25. 答案：$10\sqrt{5}+2\sqrt{10}$

解析：如图，在$\triangle DBC$中



过D作$DG\perp BC$，作$FH\perp DG$于H

$\because \tan\angle DBC=\frac{1}{2}=\frac{DG}{GB}$，$DB=10$

$\therefore DG=2\sqrt{5}$，$BG=4\sqrt{5}$

$\therefore GC=2\sqrt{5}$

$\therefore DC=2\sqrt{10}$

$\triangle DCF$周长最小值即为$CF+DF$最小

$\because FH\perp DG$，$DG\perp BC$，$\angle FDE=90^\circ$

$\therefore \triangle DGE\backsim\triangle FHD$（一线三垂直）

$\therefore \frac{FH}{DG}=\frac{FD}{DE}=\tan\angle DFE=\frac{1}{2}$

$\therefore FH=2DG=4\sqrt{5}$

即F在与DG距离为$4\sqrt{5}$的直线上运动

求$(DF+CF)_{min}$

作C点关于直线l对称点C_1

连接$DC_1=(DF+CF)_{min}$

$CC_1=4\sqrt{5}$，$GC_1=6\sqrt{5}$

又$\because DG=2\sqrt{5}$

$\therefore DC_1=10\sqrt{2}$

$\therefore (C_{\triangle DCF})_{min}=10\sqrt{2}+2\sqrt{10}$

26. 答案：(1) $y=140\ (0<x\le4)$；$y=10x+100\ (4<x\le12)$

(2)

解析：(1) $0<x\le4$时，$y=140$。

$4<x\le12$时，设$y=kx+b$

将$(4,140)$，$(12,220)$代入

$$\begin{cases}140=4k+b\\220=12k+b\end{cases}$$

得：$\begin{cases}k=10\\b=100\end{cases}$

$\therefore y=10x+100$

(2) 设利润为W万元

当$1\le x\le4$时

$W=140(-\frac{1}{20}x+\frac{3}{2})=-7x+210$

W随x的减小而增大，

当$x=1$时

$W_{max}=203$（万元）

当$4<x\le12$时

$W=(10x+100)(-\frac{1}{20}x+\frac{3}{2})$

$W=-\frac{1}{2}x^2+10x+150$

$W=-\frac{1}{2}(x-10)^2+200$

当$x=10$时，$W_{max}=200$（万元）

综上，第1月利润最大，为203万元

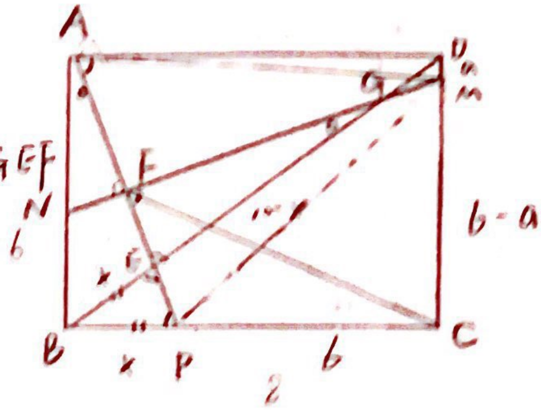
27. 答案：(1) 见解析 (2) $\frac{2}{3}$，(3) $\frac{8}{9}$.

解析：(1) ∵ $\angle BAP + \angle BPA = 90^\circ$

$\angle BGN + \angle GEF = 90^\circ$

又∵ $BE = BP$ 即 $\angle BEP = \angle BPE = \angle GEF$

∴ $\angle BAP = \angle BGN$



(2) 设 $BP = BE = x$.

∵ $AB = CD = 6$，$BC = 8$

∴ $BD = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

∴ $DE = 10 - x$.

又∵ $AD \parallel BC$

∴ $AD = DE$

∴ $10 - x = 8$ 即 $x = 2$.

∵ $AD \parallel BC$.

∴ $\triangle AED \backsim \triangle PEB$

∴ $\frac{AE}{PE} = \frac{AD}{PB} = \frac{ED}{EB}$

即 $\frac{AE}{EP} = \frac{8}{2} = 4$.

又 $AP = \sqrt{AB^2 + BP^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$

∴ $EP = \frac{1}{5}AP = \frac{2\sqrt{10}}{5}$

$PF = \frac{1}{2}AP = \sqrt{10}$

∴ $EF = \sqrt{10} - \frac{2\sqrt{10}}{5} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$

∴ $\frac{PE}{EF} = \frac{\frac{2\sqrt{10}}{5}}{\frac{3\sqrt{10}}{5}} = \frac{2}{3}$

(3) 连接 MP，$\because \angle MFP = \angle MCP = 90^\circ$

$\therefore F.P.C.M$ 四点共圆.

$\therefore \angle CFM = \angle MPC$.

设 $CM = a$.

$\because$ FM 是 AP 的中垂线

$\therefore AM = MP$.

又 $\because AM^2 = 8^2 + (6-a)^2$

$MP^2 = a^2 + 6^2$

$\therefore a = \frac{16}{3}$ $\therefore \tan\angle CFM = \tan\angle MPC = \frac{MC}{PC} = \frac{\frac{16}{3}}{6} = \frac{8}{9}$.

28. 答案：(1) $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2$. (2) $P(-\frac{\sqrt{17}+3}{2},-\frac{3\sqrt{17}+7}{2})$ $Q(\frac{\sqrt{17}-3}{2},\frac{3\sqrt{17}-7}{2})$ (3) $K(\frac{3}{2},\frac{21-\sqrt{21}}{14})$ 或 $K(\frac{3}{2},\frac{21\pm\sqrt{21}}{14})$

解析 (1) ∵ 二次函数过C点.

$\therefore c=2$.

对称轴 $-\frac{b}{2a}=\frac{3}{2}$ 即 $b=-3a$.

又 过点 $A(4,0)$. 即 $0=16a+4b+2$.

$\therefore a=-\frac{1}{2}$, $b=\frac{3}{2}$. $c=0$.

∴ 解析式为 $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2$

(2) 设 $P(x_1,y_1)$. $Q(x_2,y_2)$.

联立 $\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2 \\ y=kx+1 \end{cases}$

得 $x^2+(2k-3)x-2=0$

$\therefore x_1+x_2=-\frac{b}{a}=3-2k$

$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}=-2$

$x_2-x_1=\sqrt{(x_2-x_1)^2}=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$

$=\sqrt{17-12k+4k^2}$

又 ∵ $S_{\triangle CPQ}=S_{\triangle CPE}+S_{\triangle CQE}$

$=\frac{1}{2}CE\times(x_2-x_1)$

即 $\frac{1}{2}\times1\times(x_2-x_1)=\frac{\sqrt{17}}{2}$

$\therefore x_2-x_1=\sqrt{17}$

$\therefore \sqrt{17-12k+4k^2}=\sqrt{17}$. 得 $k=3$（$k=0$舍去）

将 $k=3$ 代入 $x^2+(2k-3)x-2=0$

则 $x^2+3x-2=0$

$\therefore (x+\frac{3}{2})^2=\frac{17}{4}$

$\therefore x_1=\frac{-\sqrt{17}-3}{2}$. $x_2=\frac{\sqrt{17}-3}{2}$

$\therefore y_1=3x_1+1=\frac{-3\sqrt{17}-7}{2}$

$y_2=3x_2+1=\frac{3\sqrt{17}-7}{2}$

$\therefore P(-\frac{\sqrt{17}+3}{2},-\frac{3\sqrt{17}+7}{2})$

$Q(\frac{\sqrt{17}-3}{2},\frac{3\sqrt{17}-7}{2})$

(3) 存在. 设AC的解析式为 $y=k'x+b$.

则 $\begin{cases} b=2 \\ 0=4k'+b \end{cases}$ ∴ $\begin{cases} k'=-\frac{1}{2} \\ b=2 \end{cases}$

∴ $y=-\frac{1}{2}x+2$

联立 $\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x+2 \\ y=3x+1 \end{cases}$

∴ $\begin{cases} x=\frac{2}{7} \\ y=\frac{13}{7} \end{cases}$

∴ $G(\frac{2}{7},\frac{13}{7})$

设 $K(\frac{3}{2},a)$, $K'(x,y)$. 过G作 MN∥y轴.

分别过K.K'作 $K'M\perp MN$, $KN\perp MN$.

∵ $\angle K'GK=90^\circ$

∴ $\angle NGK+\angle MGK'=90^\circ$

又∵ $\angle MGK'+\angle GK'M=90^\circ$

∴ $\angle NGK=\angle MK'G$

又∵ $\angle K'MG=\angle GNK=90^\circ$

$GK'=GK$

∴ $\triangle K'MG\cong\triangle GNK$ (AAS)

∴ $MK'=NG$

$MG=NK$

即 $\begin{cases} x-\frac{2}{7}=\frac{13}{7}-a \\ y-\frac{13}{7}=\frac{3}{2}-\frac{2}{7} \end{cases}$

∴ $x=\frac{15}{7}-a$, $y=\frac{43}{14}$

代入 $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2$

即 $\frac{43}{14}=-\frac{1}{2}(\frac{15}{7}-a)^2+\frac{3}{2}(\frac{15}{7}-a)+2$

∴ $a=\frac{21\pm\sqrt{21}}{14}$

∴ $K(\frac{3}{2},\frac{21-\sqrt{21}}{14})$ 或 $K(\frac{3}{2},\frac{21+\sqrt{21}}{14})$.