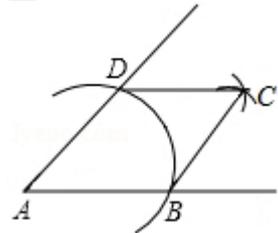


2019-2020 九年级上数学期中试卷

一. 选择题 (共 12 小题)

1. 若方程 $(a-2)x^2 + ax - 3 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程, 则 a 的取值范围是()
- A. $a \geq 2$ 且 $a \neq 2$ B. $a \geq 0$ 且 $a \neq 2$ C. $a \geq 2$ D. $a \neq 2$
2. 上海世博会的某纪念品原价 168 元, 连续两次降价 $a\%$ 后售价为 128 元. 下列所列方程中正确的是()
- A. $168(1+a)^2 = 128$ B. $168(1-a\%)^2 = 128$
- C. $168(1-2a\%) = 128$ D. $168(1-a^2\%) = 128$
3. 一元二次方程 $4x^2 - 2x - 1 = 0$ 的根的情况为()
- A. 有两个相等的实数根 B. 有两个不相等的实数根
- C. 只有一个实数根 D. 没有实数根
4. “学雷锋”活动月中, “飞翼”班将组织学生开展志愿者服务活动, 小晴和小霞从“图书馆, 博物馆, 科技馆”三个场馆中随机选择一个参加活动, 两人恰好选择同一场馆的概率是()
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{2}{9}$
5. 用直尺和圆规作一个菱形, 如图, 能得到四边形 $ABCD$ 是菱形的依据是()



- A. 一组邻边相等的四边形是菱形
- B. 四边相等的四边形是菱形
- C. 对角线互相垂直的平行四边形是菱形
- D. 每条对角线平分一组对角的平行四边形是菱形
6. 小刚在解关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 时, 只抄对了 $a = 1$, $b = 4$, 解出其中一个根是 $x = -1$. 他核对时发现所抄的 c 比原方程的 c 值小 2. 则原方程的根的情况是()
- A. 不存在实数根 B. 有两个不相等的实数根
- C. 有一个根是 $x = -1$ D. 有两个相等的实数根

7. 已知线段 AB , 点 C 是它的黄金分割点 ($AC > BC$). 设以 AC 为边的正方形的面积为 S_1 ,

以 AB 、 CB 分别为长和宽的矩形的面积为 S_2 , 则 S_1 与 S_2 关系正确的是 ()

- A. $S_1 > S_2$ B. $S_1 = S_2$ C. $S_1 < S_2$ D. 不能确定

8. 在研究相似问题时, 甲、乙同学的观点如下:

甲: 将边长为 3、4、5 的三角形按图 1 的方式向外扩张, 得到新三角形, 它们的对应边间距为 1, 则新三角形与原三角形相似.

乙: 将邻边为 3 和 5 的矩形按图 2 的方式向外扩张, 得到新的矩形, 它们的对应边间距均为 1, 则新矩形与原矩形相似.

对于两人的观点, 下列说法正确的是 ()

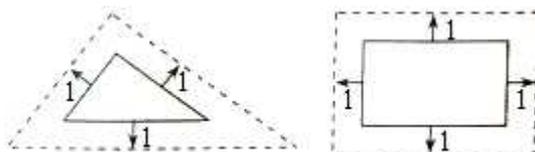
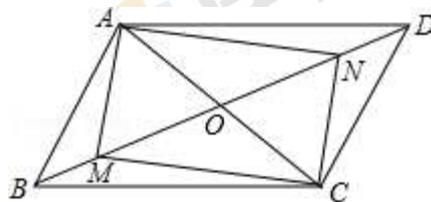


图1

图2

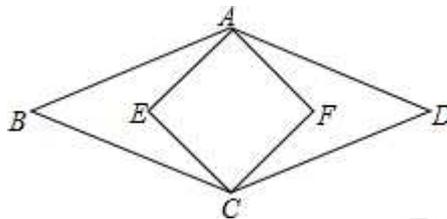
- A. 甲对, 乙不对 B. 甲不对, 乙对 C. 两人都对 D. 两人都不对

9. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, M 、 N 是 BD 上两点, $BM = DN$, 连接 AM 、 MC 、 CN 、 NA , 添加一个条件, 使四边形 $AMCN$ 是矩形, 这个条件是 ()



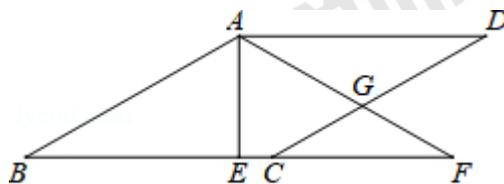
- A. $OM = \frac{1}{2}AC$ B. $MB = MO$ C. $BD \perp AC$ D. $\angle AMB = \angle CND$

10. 如图, 菱形 $ABCD$ 的面积为 120cm^2 , 正方形 $AECF$ 的面积为 50cm^2 , 则 AB 的长为 ()



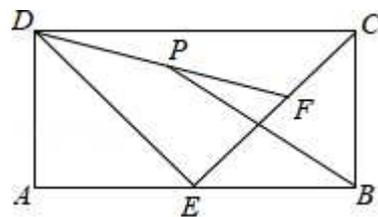
- A. 9cm B. 12cm C. 13cm D. 15cm

11. 如图, 在边长为 $\sqrt{3}$ 的菱形 $ABCD$ 中, $\angle B = 30^\circ$, 过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E , 现将 $\triangle ABE$ 沿直线 AE 翻折至 $\triangle AFE$ 的位置, AF 与 CD 交于点 G . 则 CG 等于()



- A. $\sqrt{3}-1$ B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

12. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $AD=2$, E 为 AB 的中点, F 为 EC 上一动点, P 为 DF 中点, 连接 PB , 则 PB 的最小值是()



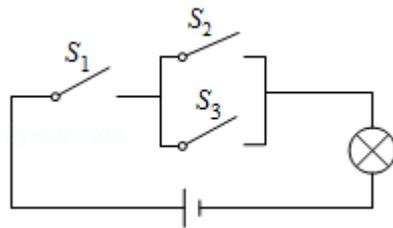
- A. 2 B. 4 C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$

二. 填空题 (共 3 小题)

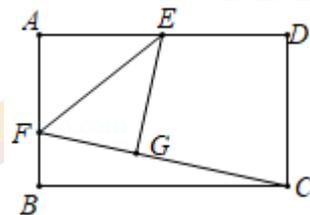
13. 已知 $x^2 + 3x + 5$ 的值为 6, 则代数式 $3x^2 + 9x - 2$ 的值为_____.

14. 已知 $\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7}$, 则 $\frac{a+b+c}{b}$ 的值为_____.

15. 如图所示的电路中, 当随机闭合开关 S_1 、 S_2 、 S_3 中的两个时, 能够让灯泡发光的概率为_____.



16. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=3\sqrt{6}$, $BC=12$, E 为 AD 中点, F 为 AB 上一点, 将 $\triangle AEF$ 沿 EF 折叠后, 点 A 恰好落到 CF 上的点 G 处, 则折痕 EF 的长是_____.



三. 解答题 (共 7 小题)

17. (1) 解方程:

① $x(x-3)+(x-3)$

② $x^2-2x-2=0$.

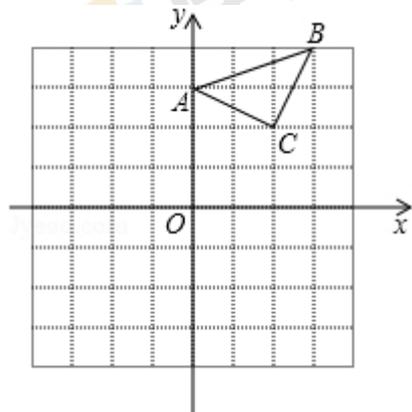
(2) 已知 $a \neq 0$, $b \neq 0$, 且 $x=1$ 是方程 $ax^2+bx-10=0$ 的一个解, 求 $\frac{a^2-b^2}{2a-2b}$ 的值.

18. 已知: $\triangle ABC$ 在直角坐标平面内, 三个顶点的坐标分别为 $A(0,3)$ 、 $B(3,4)$ 、 $C(2,2)$ (正方形网格中每个小正方形的边长是一个单位长度).

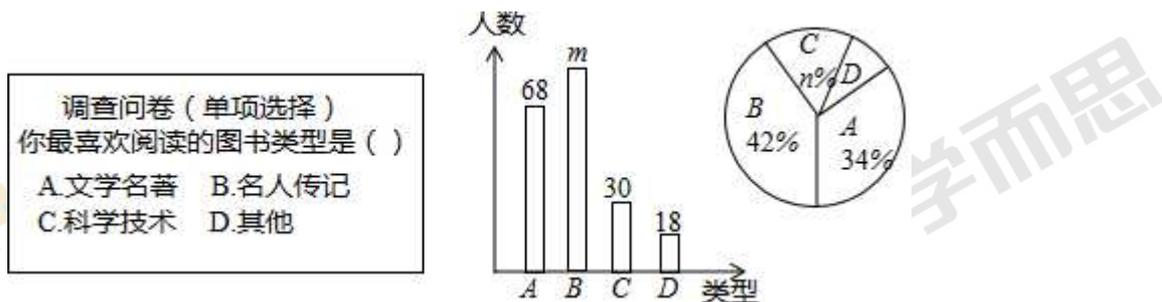
(1) 画出 $\triangle ABC$ 向下平移 4 个单位长度, 再向左平移 1 个单位长度, 得到的 $\triangle A_1B_1C_1$, 点 C_1 的坐标是_____;

(2) 以点 B 为位似中心, 在网格内画出 $\triangle A_2B_2C_2$, 使 $\triangle A_2B_2C_2$ 与 $\triangle ABC$ 位似, 且位似比为 2:1, 点 C_2 的坐标是_____;

(3) $\triangle A_2B_2C_2$ 的面积是_____平方单位.



19. 为了提高学生的阅读能力, 我市某校开展了“读好书, 助成长”的活动, 并计划购置一批图书, 购书前, 对学生喜欢阅读的图书类型进行了抽样调查, 并将调查数据绘制成两幅不完整的统计图, 如图所示, 请根据统计图回答下列问题:



- (1) 本次调查共抽取了____名学生，两幅统计图中的 $m = \underline{\quad}$ ， $n = \underline{\quad}$ 。
- (2) 已知该校共有 3600 名学生，请你估计该校喜欢阅读“ A ”类图书的学生约有多少人？
- (3) 学校将举办读书知识竞赛，九年级 1 班要在本班 3 名优胜者 (2 男 1 女) 中随机选送 2 人参赛，请用列表或画树状图的方法求被选送的两名参赛者为一男一女的概率。

20. 在“测量物体的高度”活动中，某数学兴趣小组的 3 名同学选择了测量学校里的三棵树的高度。在同一时刻的阳光下，他们分别做了以下工作：

小芳：测得一根长为 1 米的竹竿的影长为 0.8 米，甲树的影长为 4 米（如图 1）。

小华：发现乙树的影子不全落在地面上，有一部分影子落在教学楼的墙壁上（如图 2），墙壁上的影长为 1.2 米，落在地面上的影长为 2.4 米。

小丽：测量的丙树的影子除落在地面上外，还有一部分落在教学楼的第一级台阶上（如图 3），测得此影子长为 0.3 米，一级台阶高为 0.3 米，落在地面上的影长为 4.5 米。

- (1) 在横线上直接填写甲树的高度为____米。
- (2) 求出乙树的高度。
- (3) 请选择丙树的高度为_____
- A、6.5 米 B、5.5 米 C、6.3 米 D、4.9 米。



图 1



图 2



图 3

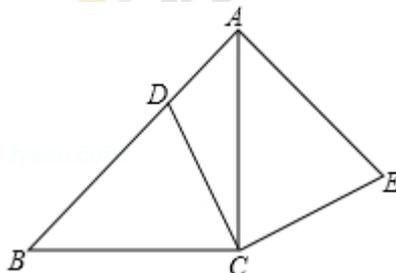
21. 元旦期间，某超市销售两种不同品牌的苹果，已知 1 千克甲种苹果和 1 千克乙种苹果的进价之和为 18 元。当销售 1 千克甲种苹果和 1 千克乙种苹果利润分别为 4 元和 2 元时，陈老师购买 3 千克甲种苹果和 4 千克乙种苹果共用 82 元。

- (1) 求甲、乙两种苹果的进价分别是每千克多少元？
- (2) 在 (1) 的情况下，超市平均每天可售出甲种苹果 100 千克和乙种苹果 140 千克，若将这两种苹果的售价各提高 1 元，则超市每天这两种苹果均少售出 10 千克，超市决定把这两种苹果的售价提高 x 元，在不考虑其他因素的条件下，使超市销售这两种苹果共获利 960 元，求 x 的值。

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ，点 D 在边 AB 上，连接 CD ，将线段 CD 绕点 C 顺时针旋转 90° 至 CE 位置，连接 AE 。

(1) 求证： $AB \perp AE$ 。

(2) 若 $BC^2 = AD \times AB$ ，求证：四边形 $ADCE$ 是正方形。

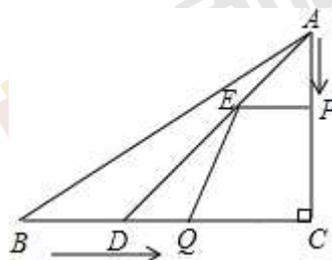


23. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 4\text{cm}$ ， $BC = 5\text{cm}$ ，点 D 在 BC 上，并且 $CD = 3\text{cm}$ ，现有两个动点 P 、 Q 分别从点 A 和点 B 同时出发，其中点 P 以 1cm/s 的速度，沿 AC 向终点 C 移动；点 Q 以 1.25cm/s 的速度沿 BC 向终点 C 移动。过点 P 作 $PE \parallel BC$ 交 AD 于点 E ，连接 EQ ，设动点运动时间为 x 秒。

(1) 用含 x 的代数式表示 AE 、 DE 的长度；

(2) 当点 Q 在 BD (不包括点 B 、 D) 上移动时，设 $\triangle EDQ$ 的面积为 $y(\text{cm}^2)$ ，求 y 与 x 的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

(3) 当 x 为何值时， $\triangle EDQ$ 为直角三角形？



考点分析

试卷难度分析、知识范围、难度情况分析表					
题型	题号	考点	难度	学而思讲义对应点	分值
选择题	1	一元二次方程含参系数	★	初二寒假第 3 讲	3
	2	一元二次方程利润问题	★	初二春季第 15 讲	3
	3	一元二次方程根的情况	★	初二春季第 14 讲	3
	4	概率	★	初二暑假第 14 讲	3
	5	菱形判定	★	初二寒假第 6 讲	3
	6	一元二次方程根的情况	★	初二春季第 14 讲	3
	7	黄金分割点	★	初三暑假第 1 讲	3
	8	图形的相似	★★	初三暑假第 2 讲	3
	9	矩形的判定	★★	初二寒假第 6 讲	3
	10	菱形面积问题	★	初二寒假第 6 讲	3
	11	8 字相似	★★	初三暑假第 3 讲	3
	12	轨迹直线问题（垂线段最短）	★★★★	初二暑假第 8 讲	3
填空题	13	一元二次方程整体思想	★	初二春季第 13 讲	3
	14	等比性质	★	初三暑假第 1 讲	3
	15	概率	★★	初二暑假第 14 讲	3
	16	矩形折叠问题	★★★★	初二春季第 11 讲	3
解答题	17	解一元二次方程	★	初二寒假第 3 讲	12
	18	位似	★	初三暑假第 2 讲	5
	19	概率统计	★	初二暑假第 14 讲	7
	20	投影问题	★★	初三暑假第 5 讲	7
	21	一元二次方程应用题	★★	初二春季第 15 讲	6
	22	共边共角、正方形的证明	★★★★	初三暑假第 3 讲	6
	23	动点相似之直角三角形存在性问题	★★★★	初三秋季第 3 讲	9

参考答案

一. 选择题 (共 12 小题)

1. D. 2. B. 3. B. 4. A. 5. B. 6. A. 7. B. 8. A. 9. A. 10. C.

11. A. 12. D.

二. 填空题 (共 3 小题)

13. 1 14. 3 15. $\frac{2}{3}$ 16. $2\sqrt{15}$.

三. 解答题 (共 7 小题)

17. (1) ① $x_1 = 3, x_2 = -1$ ② $x_1 = 1 + \sqrt{3}, x_2 = 1 - \sqrt{3}$;

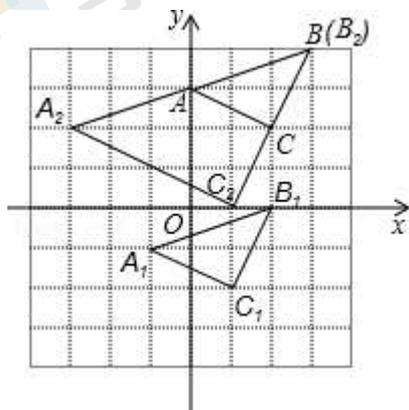
(2) 解: 依题意得

$$a + b = 10, \quad \frac{a^2 - b^2}{2a - 2b} = \frac{a + b}{2} = 5.$$

18. (1) (2, -2); (2) (1, 0);

(3) $\triangle A_2B_2C_2$ 的面积是: $4 \times 6 - \frac{1}{2} \times 2 \times 6 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 10$.

故答案为: 10.



19.

解: (1) $68 \div 34\% = 200$,

所以本次调查共抽取了 200 名学生,

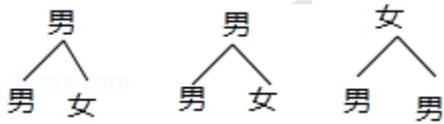
$$m = 200 \times 42\% = 84,$$

$$n\% = \frac{30}{200} \times 100\% = 15\%, \text{ 即 } n = 15;$$

(2) $3600 \times 34\% = 1224$,

所以估计该校喜欢阅读“ A ”类图书的学生约有 1224 人;

(3) 画树状图为:



共有 6 种等可能的结果数, 其中被选送的两名参赛者为一男一女的结果数为 4,

所以被选送的两名参赛者为一男一女的概率 $= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

20. 解: (1) 5;

(2) 4.2 米,

(3) C.

21. 解: (1) 设甲种苹果的进价为 a 元/千克, 乙种苹果的进价为 b 元/千克,

根据题意得:
$$\begin{cases} a + b = 18 \\ 3(a + 4) + 4(b + 2) = 82 \end{cases}$$
,

解得:
$$\begin{cases} a = 10 \\ b = 8 \end{cases}$$
.

答: 甲种苹果的进价为 10 元/千克, 乙种苹果的进价为 8 元/千克.

(2) 根据题意得: $(4 + x)(100 - 10x) + (2 + x)(140 - 10x) = 960$,

整理得: $x^2 - 9x + 14 = 0$,

解得: $x_1 = 2$, $x_2 = 7$,

经检验, $x_1 = 2$, $x_2 = 7$ 均符合题意.

答: x 的值为 2 或 7.

22. (1) 解: $\because \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle BCD + \angle ACD = 90^\circ$,

$\because \angle DCE = 90^\circ$, $\therefore \angle ACD + \angle ACE = 90^\circ$,

$\therefore \angle BCD = \angle ACE$,

在 $\triangle CBD$ 与 $\triangle CAE$ 中, $\therefore \begin{cases} CB = CA \\ \angle BCD = \angle ACE \\ CD = CE \end{cases}$,

$\therefore \triangle CBD \cong \triangle CAE (SAS)$,

$\therefore \angle B = \angle CAE$,

$\because \angle B + \angle BAC = 90^\circ$, $\therefore \angle BAC + \angle EAC = 90^\circ$, $\therefore AB \perp AE$;

(2) 证明: $\because BC^2 = AD \times AB$,

$$\therefore AC^2 = AD \times AB$$

$$\therefore \frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AC}$$

$$\therefore \angle CAD = \angle BAC$$

$$\therefore \triangle ACB \sim \triangle ADC$$

$$\therefore \angle ACD = \angle B = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE = 90^\circ, \angle BAE = 90^\circ, \angle ADC = 90^\circ$$

\therefore 四边形 $ADCE$ 是矩形,

$\therefore CD = CE$, \therefore 四边形 $ADCE$ 是正方形.

23. 解: (1) 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $AC = 4$, $CD = 3$,

$$\therefore AD = 5,$$

$$\therefore EP \parallel DC,$$

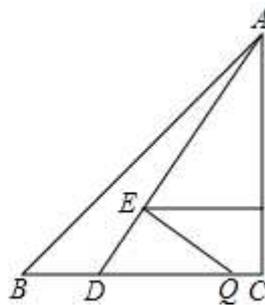
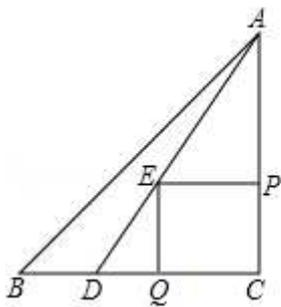
$$\therefore \triangle AEP \sim \triangle ADC$$

$$\therefore \frac{EA}{AD} = \frac{AP}{AC},$$

$$\text{即 } \frac{EA}{5} = \frac{x}{4},$$

$$\therefore EA = \frac{5}{4}x,$$

$$DE = 5 - \frac{5}{4}x;$$



(2) $\because BC = 5$, $CD = 3$,

$$\therefore BD = 2,$$

当点 Q 在 BD 上运动 x 秒后, $DQ = 2 - 1.25x$,

$$\text{则 } y = \frac{1}{2} \times DQ \times CP = \frac{1}{2} (4 - x)(2 - 1.25x) = \frac{5}{8}x^2 - \frac{7}{2}x + 4,$$

即 y 与 x 的函数解析式为: $y = \frac{5}{8}x^2 - \frac{7}{2}x + 4$,

其中自变量的取值范围是： $0 < x < 1.6$ ；

(3) 分两种情况讨论：

①当 $\angle EQD = 90^\circ$ 时，显然有 $EQ = PC = 4 - x$ ，

又 $\because EQ \parallel AC$ ，

$\therefore \triangle EDQ \sim \triangle ADC$

$$\therefore \frac{EQ}{AC} = \frac{DQ}{DC},$$

$$\text{即 } \frac{4-x}{4} = \frac{1.25x-2}{3},$$

解得 $x = 2.5$

②当 $\angle QED = 90^\circ$ 时，

$\therefore \angle CDA = \angle EDQ$ ， $\angle QED = \angle C = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle EDQ \sim \triangle CDA$ ，

$$\therefore \frac{ED}{CD} = \frac{DQ}{DA}, \text{ 即 } \frac{5(4-x)}{12} = \frac{1.25x-2}{5},$$

解得 $x = 3.1$ 。

综上所述，当 x 为2.5秒或3.1秒时， $\triangle EDQ$ 为直角三角形。

教师寄语：

吴慧彪老师：本卷难度适中，难易分明，符合中考的难度分布。压轴题考察点也是常规知识点，12属于动点轨迹问题，16属于矩形折叠问题，23考察对相似的应用。3道压轴题均有一定难度和计算量。但基础分是比较好拿的，希望孩子们能在考试中提高基础题的准确性，避免非智力性因素的出现。另外在压轴题的前两问是有把握拿满分的，都是有讲过的常规知识点，因此也不能放弃。建议考完对卷子进行自我分析，将不会的题目自己再次思考，并总结出对应的方法。