

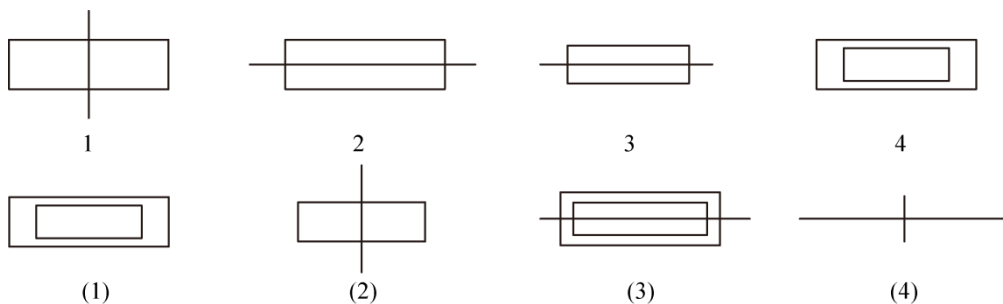
2019 年秋季期末初三数学深圳外国语试卷分析

一、选择题（共 12 小题，共 36 分）

1. 下列计算正确的是（ ）

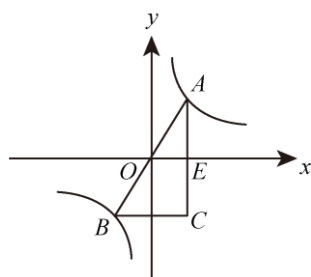
- A. $a^2 + a^2 = 2a^4$ B. $(a^{-1})^2 = a^{-2}$ C. $(-2a^4)^4 = 16a^8$ D. $a^5 \cdot a^2 = a^{10}$

2. 定义 $A*B$ 、 $B*C$ 、 $C*D$ 、 $D*B$ ，分别对应图形 1、2、3、4，那么图形 (1)、(2)、(3)、(4) 中，可表示 $A*D$ 、 $A*C$ 的分别为（ ）



- A. (1), (2) B. (2), (4) C. (2), (3) D. (1), (4)

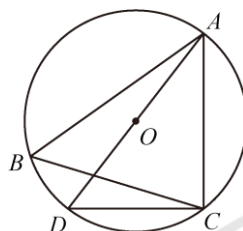
3. 如图所示， A 、 B 是函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上关于原点 O 对称的任意两点， AC 平行于 y 轴， BC 平行于 x 轴， $\triangle ABC$ 的面积为 S ，则（ ）



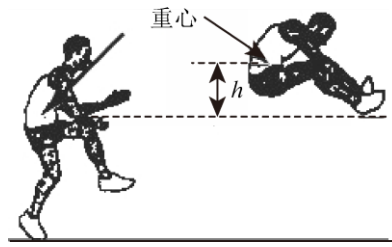
- A. $S=1$ B. $1 < S < 2$ C. $S=2$ D. $S > 2$

4. 如图 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， AD 是 $\odot O$ 的直径，连接 CD ，若 $\odot O$ 的半径 $r = \frac{3}{2}$ ， $AC = 2$ ，则 $\sin B$ 的值是（ ）

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{2}{3}$
C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$



5. 如图，小敏在今年的校运动会跳远比赛中跳出了满意一跳，函数 $h = 3.5t - 4.9t^2$ (t 的单位: s, h 的单位: m) 可以描述他跳跃时重心高度的变化，则他起跳后到重心最高时所用的时间约是 ()



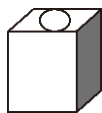
- A. 0.71s B. 0.70s C. 0.63s D. 0.36s

6. 下列四种说法:

- ①如果一个角的两边与另一个角的两边分别平行，那么这两个角相等；
 ②将 2020 减去它的 $\frac{1}{2}$ ，再减去剩下的 $\frac{1}{3}$ ，再减去余下的 $\frac{1}{4}$ ，再减去余下的 $\frac{1}{5}$ ……依次减下去，一直到减去余下的 $\frac{1}{2020}$ ，结果是 1；
 ③实验的次数越多，频率越靠近理论概率；
 ④对于任何实数 x 、 y ，多项式 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 7$ 的值不小于 2. 其中正确的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 某种工件是由一个长方体钢块中间钻了一个上下通透的圆孔制作而成，其俯视图如图所示，则此工件的左视图是 ()



8. 同学们喜欢足球吗？足球一般是用黑白两种颜色的皮块缝制而成的，如图所示，黑色皮块是正五边形、白色皮块是正六边形，若一个球上共有黑白皮块共 32 块，请你计算一下，黑色皮块和白线皮块的块数依次为 ()

- A. 16 块, 16 块 B. 8 块, 24 块
 C. 20 块, 12 块 D. 12 块, 20 块

9. 甲、乙、丙三名射击运动员在某场测试中各射击 20 次，3 人的测试成绩如下表

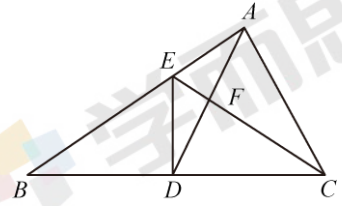


甲乙丙 3 名运动员测试成绩最稳定的是 ()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 3 人成绩稳定情况相同

10. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AD=AC$, 延长 CD 至 B , 使 $BD=CD$, $ED \perp BC$ 交 AB 于 E , EC 交 AD 于 F , 下列四个结论:

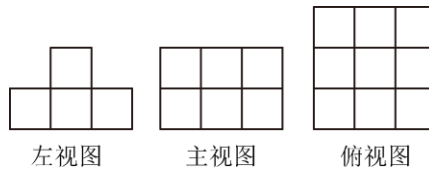
- ① $EB=EC$;
 ② $BC=2AD$;
 ③ $\triangle ABC \sim \triangle FCD$;
 ④ 若 $AC=6$, 则 $DF=3$.



其中正确的个数有 ()

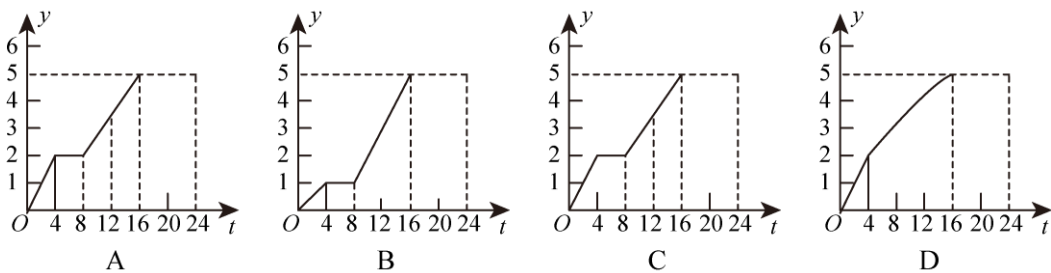
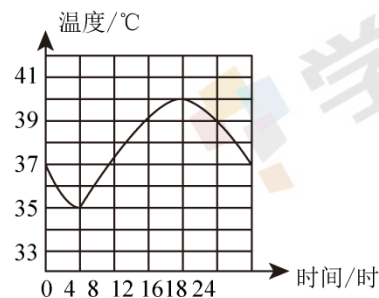
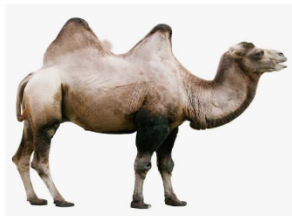
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

11. 如图, 是由一些相同的小正方体围成的立方体图形的三视图, 则构成这种几何体的小正方形的个数是 ()



- A. 4 B. 6 C. 9 D. 12

12. 骆驼被称为“沙漠之舟”, 它的体温随时间的变化而发生较大的变化, 其体温 ($^{\circ}\text{C}$) 与时间 (时) 之间的关系如图所示. 若 y ($^{\circ}\text{C}$) 表示 0 时到 t 时内骆驼体温的温差 (即 0 时到 t 时最高温度与最低温度的差). 则 y 与 t 之间的函数关系用图象表示, 大致正确的是 ()



一、填空题 (每小题 3 分, 共 12 分)

13. x 台拖拉机, 每天工作 x 小时, x 天耕地 x 亩, 则 y 台拖拉机, 每天工作 y 小时, y 天耕地_____亩.

14. 将一块弧长为 2π 的半圆形铁皮围成一个圆锥的侧面 (接头忽略不计), 则围成的圆锥的高为_____.

15. 一颗参天大树，树干周长为 3 米，地上有一根常青藤恰好绕了它 5 圈，藤尖离地面 20 米高. 那么，这根常青藤至少有_____米.

16. 已知方程 $2x^2 + kx - 2k + 1 = 0$ 的两实根的平方和为 $\frac{29}{4}$ ，则 k 的值为_____.

二、解答题（共 7 小题，共 52 分）

17. （6 分）当 $x = \sqrt{12} + 1$ ，求 $\left(x - \frac{x}{x+1}\right) \div \left(1 + \frac{1}{x^2-1}\right)$ 的值.

18. （6 分）将 A 、 B 、 C 、 D 四人随机分成甲、乙二组参加羽毛球比赛，每组两人.

（1） A 在甲组的概率是多少？

（2） A 、 B 都在甲组的概率是多少？

19. （7 分）一次函数 $y = k_1x + b$ 和反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图像相交于点 $P(m-1, n+1)$ ，点 $Q(0, a)$ 在函数 $y = k_1x + b$ 的图像上，且 m, n 是关于 x 的方程 $ax^2 - (3a+1)x + 2(a+1) = 0$ 的两个不相等的整数根，其中 a 为整数，求一次函数和反比例函数的解析式.

20. (7 分) 姐妹两人在 50 米的跑道上进行短跑比赛, 两人从出发点同时起跑, 姐姐到达终点时, 妹妹离终点还差了 3 米, 已知姐妹两人的平均速度分别为 a 米/秒, b 米/秒.

(1) 如果两人重新开始比赛, 姐姐从起点向后退 3 米, 姐妹同时起跑, 两人能否同时到达终点?

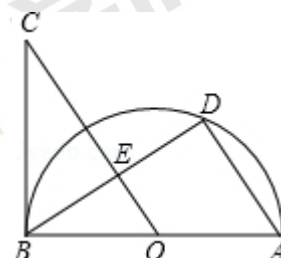
若能, 请求出两人到达终点的时间, 若不能, 请说明谁先到达终点;

(2) 如果两人想同时到达终点, 应如何安排两人的起跑位置? 请你设计两种方案.

21. (8 分) 如图, AB 为半圆 O 的直径, AD 为弦, $\angle DBC = \angle A$.

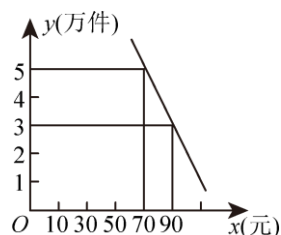
(1) 求证: BC 是半圆 O 的切线;

(2) 若 $OC \parallel AD$, OC 交 BD 于 E , $BD = 6$, $CE = 4$, 求 AD 的长.



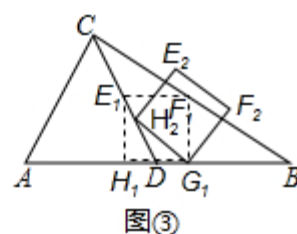
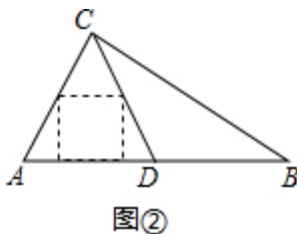
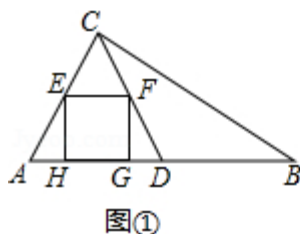
22. (8分) 某环保器材公司销售一种市场需求较大的新型产品, 已知每件产品的进价为 40 元, 经销过程中测出销售量 y (万件) 与销售单价 x (元) 存在如图所示的一次函数关系, 每年销售该种产品的总开支 z (万元) (不含进价) 与年销量 y (万件) 存在函数关系 $z = 10y + 42.5$

- (1) 求 y 关于 x 的函数关系;
- (2) 写出该公司销售该种产品年获利 w (万元) 关于销售单价 x (元) 的函数关系式: (年获利 = 年销售总金额 - 年销售产品的总进价 - 年总开支金额) 当销售单价 x 为何值时, 年获利最大? 最大值是多少?
- (3) 若公司希望该产品销售获利不低于 57.5 万元, 请你利用 (2) 小题中的函数图象帮助该公司确定这种产品的销售单价的范围, 在此条件下要使产品的销售量最大, 你认为销售单价应该定为多少元?



23. (10分) 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $AC = 1$, D 为 AB 的中点, EF 为 $\triangle ACD$ 的中位线, 四边形 $EFGH$ 为 $\triangle ACD$ 的内接矩形 (矩形的四个顶点均在 $\triangle ACD$ 的边上).

- (1) 计算矩形 $EFGH$ 的面积;
- (2) 将矩形 $EFGH$ 沿 AB 向右平移, F 落在 BC 上时停止移动. 在平移过程中, 当矩形与 $\triangle CBD$ 重叠部分的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{16}$ 时, 求矩形平移的距离;
- (3) 如图③, 将 (2) 中矩形平移停止时所得的矩形记为矩形 $E_1F_1G_1H_1$, 将矩形 $E_1F_1G_1H_1$ 绕 G_1 点按顺时针方向旋转, 当 H_1 落在 CD 上时停止转动, 旋转后的矩形记为矩形 $E_2F_2G_1H_2$, 设旋转角为 α , 求 $\cos \alpha$ 的值.



试卷难度分析、知识范围、难度情况分析表

题型	题号	考点	难度	学而思讲义对应点	分值
选择题	1	二次根式	★	初二暑假第 1 讲	3
	2	探索与表达规律	★	初一秋季第 6 讲	3
	3	反比例函数	★★	初三暑假第 6 讲	3
	4	圆中的计算	★	初三秋第 14 讲	3
	5	二次函数实际应用	★★	初三秋第 8 讲	3
	6	概念与命题	★★★	初一春季第 7 讲	3
	7	三视图	★	初一暑假第 10 讲	3
	8	概率与统计	★★	初二暑第 15 讲	3
	9	数据的分析	★	初二暑假第 4 讲	3
	10	几何综合	★★	初三暑假第 2 讲	3
	11	三视图	★★	初一暑第 10 讲	3
	12	函数图象与实际问题	★★★★	初二秋第 4 讲	3
填空题	13	函数实际问题	★★	初二春第 15 讲	3
	14	图形面积	★	初三暑第 15 讲	3
	15	勾股定理	★★	初二暑第 3 讲	3
	16	韦达定理	★★	初二春第 14 讲	3
解答题	17	分式化简求值	★	初二春第 4 讲	6
	18	概率与统计	★	初二暑第 15 讲	6
	19	一次函数与反比例函数	★★	初三寒第 6 讲	7
	20	方案设计	★★	初一秋第 11 讲	7
	21	切线判定及圆综合	★★	初三秋第 14 讲	8
	22	一次函数与实际问题	★★★★	初一秋第 12 讲	8
	23	几何动点	★★★★	初二秋第 15 讲	10

2019 年秋季期末初三数学深圳外国语试卷分析答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	B	C	B	D	C	A	D	A	C	D	A

二、填空题

13. $\frac{y^3}{x^2}$ 14. $\sqrt{3}$ 15. 25 16. 3

三、解答题

17. $2\sqrt{3}$ 18. (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{6}$

19. 一次函数: $y = 2x - 1$ 或 $y = -4x - 1$;

反比例函数: $y = \frac{1}{x}$ 或 $y = -\frac{3}{x}$.

20. (1) 姐姐用时 $\frac{53}{50k}$ 秒, 妹妹用时 $\frac{50}{47k}$ 秒; $\therefore$ 不能同时到, 姐姐先到

(2) 姐姐后退 $\frac{150}{47}$ 米或妹妹前进 3 米.

21. (1) 证明: $\because AB$ 是半圆 O 的直径,

$\therefore BD \perp AD$,

$\therefore \angle DBA + \angle A = 90^\circ$,

$\because \angle DBC = \angle A$,

$\therefore \angle DBA + \angle DBC = 90^\circ$ 即 $AB \perp BC$,

$\therefore BC$ 是半圆 O 的切线;

(2) 解: $\because OC \parallel AD$,

$\therefore \angle BEC = \angle D = 90^\circ$,

$\because BD \perp AD$, $BD = 6$,

$\therefore BE = DE = 3$,

$\because \angle DBC = \angle A$,

$\therefore \triangle BCE \sim \triangle BAD$,

$\therefore \frac{CE}{BD} = \frac{BE}{AD}$, 即 $\frac{4}{6} = \frac{3}{AD}$,

$\therefore AD = 4.5$

22. (1) $y = -\frac{1}{10}x + 12$;

(2) 当 $x = 85$ 元时, 年获利最大值为 80 万元;

(3) 销售单价定为 70 元.

23. 解: (1) 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中,
 $\because \angle ACB = 90^\circ, \angle B = 30^\circ, AC = 1$,
 $\therefore AB = 2$,

又 $\because D$ 是 AB 的中点,

$$\therefore AD = 1, CD = \frac{1}{2}AB = 1,$$

又 $\because EF$ 是 $\triangle ACD$ 的中位线,

$$\therefore EF = DF = \frac{1}{2},$$

在 $\triangle ACD$ 中, $AD = CD$, $\angle A = 60^\circ$,

$$\therefore \angle ADC = 60^\circ,$$

$$\text{在 } \triangle FGD \text{ 中, } GF = DF \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4},$$

$$\therefore \text{矩形 } EFGH \text{ 的面积 } S = EF \cdot GF = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{8};$$

(2) 如图②, 设矩形移动的距离为 x , 则 $0 < x \leq \frac{1}{2}$,

当矩形与 $\triangle CBD$ 重叠部分为三角形时,

$$\text{则 } 0 < x \leq \frac{1}{4}, S = \frac{1}{2}x \cdot \sqrt{3}x = \frac{\sqrt{3}}{16},$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{2}}{4} > \frac{1}{4} \text{ (舍去),}$$

当矩形与 $\triangle CBD$ 重叠部分为直角梯形时, 则 $\frac{1}{4} < x \leq \frac{1}{2}$,

$$\text{重叠部分的面积 } S = \frac{\sqrt{3}}{4}x - \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{16},$$

$$\therefore x = \frac{3}{8}, \text{ 即矩形移动的距离为 } \frac{3}{8} \text{ 时, 矩形与 } \triangle CBD \text{ 重叠部分的面积是 } \frac{\sqrt{3}}{16};$$

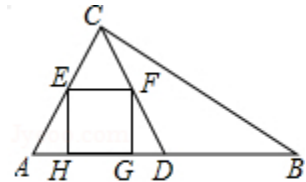
(3) 如图③, 作 $H_2Q \perp AB$ 于 Q ,

$$\text{设 } DQ = m, \text{ 则 } H_2Q = \sqrt{3}m, \text{ 又 } DG_1 = \frac{1}{4}, H_2G_1 = \frac{1}{2}.$$

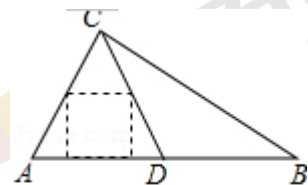
$$\text{在 } Rt \triangle H_2QG_1 \text{ 中, } (\sqrt{3}m)^2 + (m + \frac{1}{4})^2 = (\frac{1}{2})^2,$$

$$\text{解之得 } m = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{16} \text{ (负的舍去).}$$

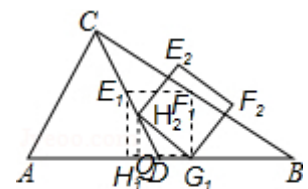
$$\therefore \cos \alpha = \frac{QG_1}{H_2G_1} = \frac{\frac{-1 + \sqrt{13}}{16} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{3 + \sqrt{13}}{8}.$$



图①



图②



图③

杨喆雯&吴江城教师寄语：

本卷难度较大。综合性与创新性较强。初一初二知识考得较多，其中函数与实际应用问题为高频考点。5、12、13、20、22 均为此类问题。概率与数据分析也是高频考点，如 6、8、9、18。试卷考点出其不意，尤其是 22 和 23 题，并没有按照传统的中考考点重点考察二次函数，更能考出学生的水平和心理素质。高分不易，想要考高分必须靠日积月累的努力。