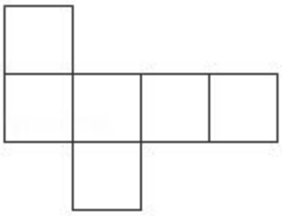
2019－2020 学年度第二学期初三数学第一次单元测试试题卷

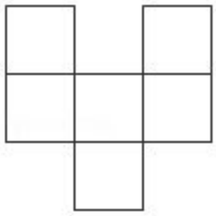
一．选择题（每小题 3 分，共 24 小题，共 72 分）

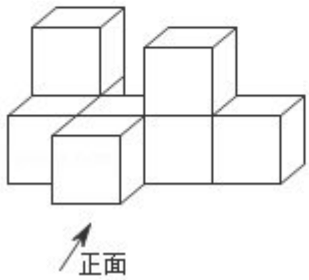
1．$-\frac{1}{3}$的绝对值是（　　）

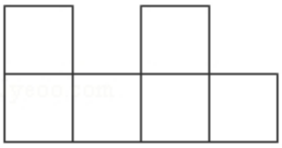
A．$\frac{1}{3}$　　B．－3　　C．3　　D．$-\frac{1}{3}$

2.如图所示的几何体从左面看到的形状图是（　　）

A. 

B. 



C. 

D. 

3.2015 年诺贝尔医学奖得主中国科学家屠呦呦，发现了一种病毒的长度约为 0.00000456 毫米，则数据 0.00000456 用科学记数法表示为（　　）

A．0.456×10^{-5}　　B．4.56×10^{-7}　　C．4.56×10^{-6}　　D．45.6×10^{-8}

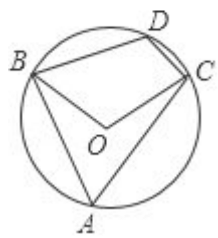
4．下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A. 　B. 　C. 　D. 

5．下列运算中，计算结果正确的是（　　）

A．$a^2\bullet a^3=a^6$　　B．$(a^2)^3=a^5$

C．$(a^2b)^2=a^2b^2$　　D．$(\pi-3.14)^0=1$



6.如图，⊙O 中，点 D，A 分别在劣弧 BC 和优弧 BC 上，∠BDC＝130°，则∠BOC＝（　　）

A．120°　　B．110°　　C．105°　　D．100°

7.下列命题中，正确的命题是（　　）

A．度数相等的弧是等弧　　B．正多边形既是轴对称图形，又是中心对称图形

C．垂直于弦的直径平分弦　　D．三角形的外心到三边的距离相等

8.下列各式分解因式正确的是（　　）

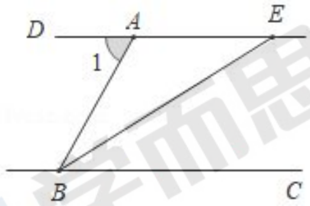
A．$\frac{1}{2}-2a^2=\frac{1}{2}(1+2a)(1-2a)$

B．$x^2+4y^2=(x+2y)^2$

C．$x^2-3x+9=(x-3)^2$

D．$x^2-y^2=(x-y)^2$

9. 如图，DE∥BC，BE 平分∠ABC，若∠1＝70°，则∠CBE 的度数为（　　）



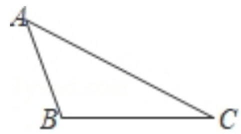
A．20°　　B．35°　　C．55°　　D．70°

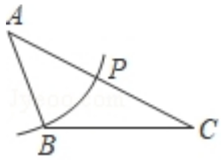
10. 已知二次函数 $y=-(x+3)^2$，那么这个二次函数的图象有（　　）

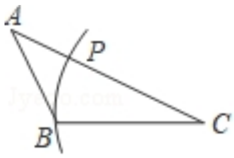
A．最高点（3，0）　　B．最高点（－3，0）

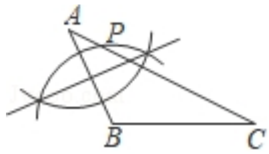
C．最低点（3，0）　　D．最低点（－3，0）

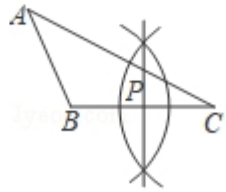
11. 如图，已知△ABC（AB＜BC＜AC），用尺规在 AC 上确定一点 P，使 PB+PC＝AC，则下列选项中，一定符合要求的作图痕迹是（　　）



A. 

B. 

C. 

D. 

12. 甲袋里有红、白两球，乙袋里有红、红、白三球，两袋的球除颜色不同外都相同，分别往两袋里任摸一球，则同时摸到红球的概率是（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{5}$　　D. $\frac{1}{6}$

13. 下列说法正确的是（　　）

A．“367 人中有 2 人同月同日生”为必然事件

B．检测某批次灯泡的使用寿命，适宜用全面调查

C．可能性是 1%的事件在一次试验中一定不会发生

D．数据 3，5，4，1，－2 的中位数是 4

14. $-1^{2020}-\left|\sqrt{2}-2\right|-2\sin 45°+\sqrt{8}=$（　　）

A. 1　　B. 3　　C. $2\sqrt{2}-1$　　D. $2\sqrt{2}-3$

15. 化简 $\left(1+\frac{1}{x-1}\right)\div\left(1+\frac{1}{x^2-1}\right)$ 的结果为（　　）

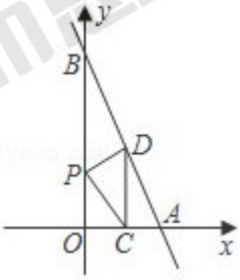
A．1　　B．x+1　　C．$\frac{x+1}{x}$　　D．$\frac{1}{x-1}$

16. 函数 $y=\frac{\sqrt{2x+1}}{x^2-4}$ 的自变量 x 的取值范围是（　　）

A．$x\geqslant-\frac{1}{2}$　　B．$x>\frac{1}{2}$ 且 $x\neq\pm2$　　C．$x\geqslant-\frac{1}{2}$ 且 $x\neq2$　　D．$x\geqslant\frac{1}{2}$ 且 $x\neq2$

17.若关于 x 的方程 $mx^2-2x+3=0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围是（　　）

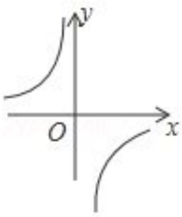
A．$m<-\frac{1}{3}$　　B．$m\le\frac{1}{3}$，且 $m\neq0$　　C．$m<\frac{1}{3}$，且 $m\neq0$　　D．$m>\frac{1}{3}$

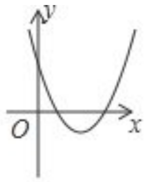


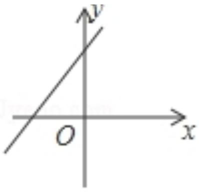
18.如图，一次函数 $y=-2x+4$ 的图象与 x 轴、y 轴分别交于点 A、B，点 C 是 OA 的中点，过点 C 作 $CD\perp OA$ 于 C 交一次函数图象于点 D，P 是 OB 上一动点，则 $PC+PD$ 的最小值为（　　）

A．4　　B．$\sqrt{5}$　　C．$2\sqrt{2}$　　D．$2\sqrt{2}+2$

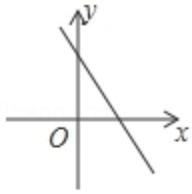
19. 若函数 $y=\frac{k}{x}$ 与 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，则函数 $y=kx-b$ 的大致图象为（　　）



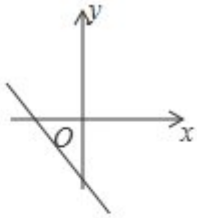




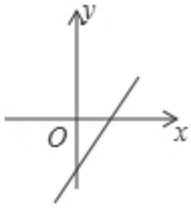
A．



B．



C．



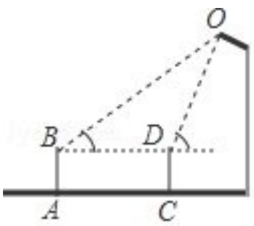
D．

20. 小明同学在数学实践课中测量路灯的高度．如图，已知他的目高 AB 为 1.5 米，他先站在 A 处看路灯顶端 O 的仰角为 30°，向前走 3 米后站在 C 处，此时看灯顶端 O 的仰角为 60°（$\sqrt{3}\approx1.732$），则灯顶端 O 到地面的距离约为（　　）

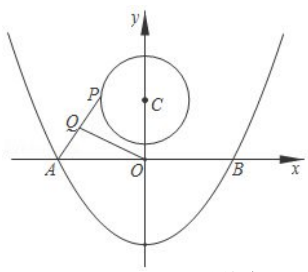
A．3.2 米　　B．4.1 米　　C．4.7 米　　D．5.4 米

21. 如图，抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2-4$ 与 x 轴交于 A、B 两点，P 是以点 C（0，3）为圆心，2 为半径的圆上的动点，Q 是线段 PA 的中点，连结 OQ．则线段 OQ 的最大值是（　　）

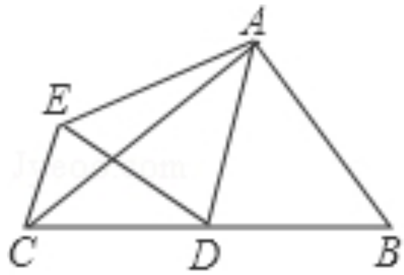
A．3　　B．$\frac{\sqrt{41}}{2}$　　C．$\frac{7}{2}$　　D．4



20 题图



21 题图



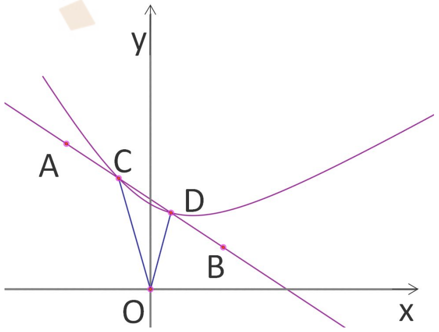
22 题图

22. 如图，△ABC 中，∠BAC＝90°，AB＝3，AC＝4，点 D 是 BC 的中点，将△ABD 沿 AD 翻折得到△AED，连 CE，则线段 CE 的长等于（　　）

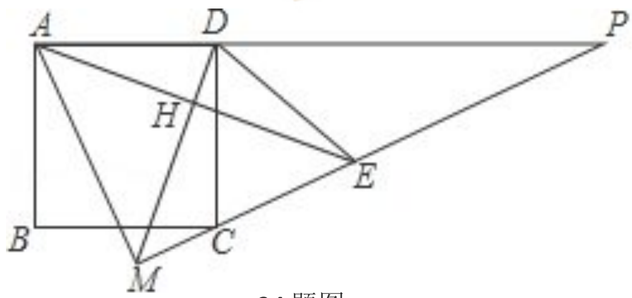
A．2　　B．$\frac{5}{4}$　　C．$\frac{5}{3}$　　D．$\frac{7}{5}$

23．将反比例函数 $y=\dfrac{4}{x}$ 的图象绕坐标原点 O 逆时针旋转 30°，得到如图的新曲线，与过点 A（-3，$3\sqrt{3}$），B（$\dfrac{3}{2}\sqrt{3}$，$\dfrac{3}{2}$）的直线相交于点 C、D，则△OCD 的面积为（　　）.

A. 8　　　B.　3　　　C.　$2\sqrt{3}$　　　D. $\dfrac{3}{2}\sqrt{3}$



23 题图



24 题图

24. 如图，正方形 ABCD 的边长为$\sqrt{5}$，E 在正方形外，DE＝DC，过 D 作 DH⊥AE 于 H，直线 DH，EC 交于点 M，直线 CE 交直线 AD 于点 P，则下列结论正确的是（　　）

①∠DAE＝∠DEA；②∠DMC＝45°；③$\dfrac{AM+CM}{MD}=\sqrt{2}$；

④若 MH＝2，则 $S_{\triangle CMD}=\dfrac{1}{2}S_{\triangle CED}$

A. 1 个　　　B. 2 个　　　C. 3 个　　　D. 4 个

二．解答题（共 3 小题，满分 28 分）

25.（8 分）现有 A、B 两种商品，已知买一件 A 商品要比买一件 B 商品少 30 元，用 160 元全部购买 A 商品的数量与用 400 元全部购买 B 商品的数量相同.

（1）**（4 分）**求 A、B 两种商品每件各是多少元？

（2）**（4 分）**如果小亮准备购买 A、B 两种商品共 10 件，总费用不超过 380 元，且不低于 300 元，则如何购买才能使总费用最低？最低费用是多少？

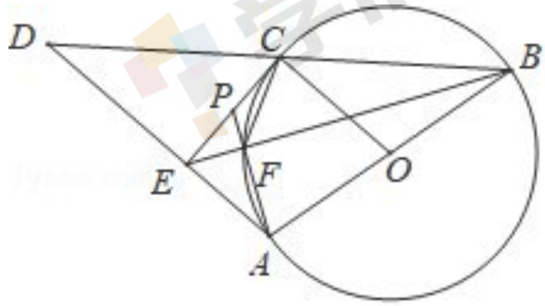
26.（10 分）如图，AB 为圆 O 的直径，C 为圆 O 上一点，D 为 BC 延长线一点，且 BC＝CD，CE⊥AD 于点 E.

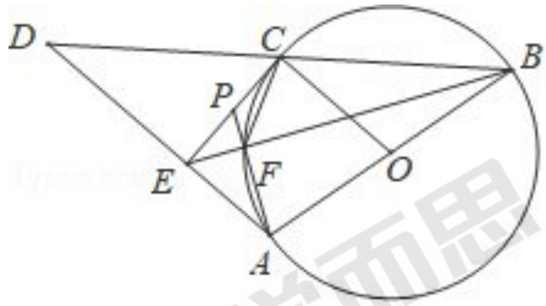
（1）（3 分）求证：直线 EC 为圆 O 的切线；

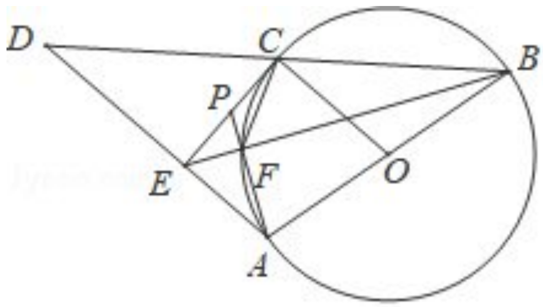
（2）设 BE 与圆 O 交于点 F，AF 的延长线与 CE 交于点 P，

（3 分）①求证：PC^2＝PF●PA

（4 分）②若 PC＝5，PF＝4，求 sin∠PEF 的值.







27.（10 分）已知抛物线的顶点 A（-1，4），且经过点 B（－2，3），与 x 轴分别交于 C．D 两点．

（1）**（3 分）**求直线 OB 和该抛物线的解析式；

（2）**（3 分）**如图 1，点 M 是抛物线上的一个动点，且在直线 OB 的上方，过点 M 作 x 轴的平行线与直线 OB 交于点 N，求 MN 的最大值；

（3）**（4 分）**如图 2，$AE // y$ 轴交 x 轴于点 E，点 P 是抛物线上 A、D 之间的一个动点，直线 PC、PD 与 AE 分别交于 F、G，当点 P 运动时，求 tan∠PCD+tan∠PDC 的值．

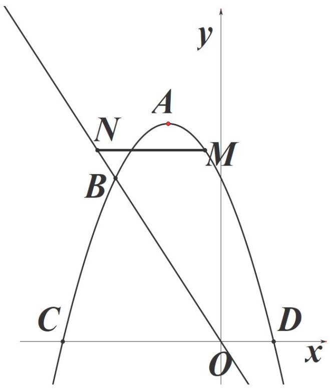


图 1

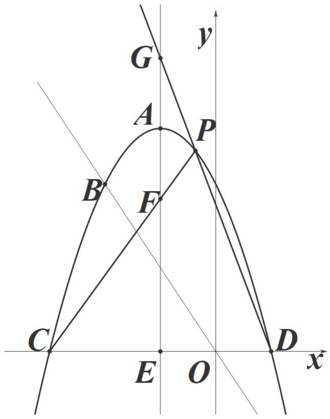


图 2

2019－2020 学年度第二学期初三数学第一次单元测试试题卷

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	D	C	A	D	D	C	A	B	B	C	A
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
A	D	C	C	C	C	B	B	C	D	B	C

二、解答题

25.（8 分）现有 A、B 两种商品，已知买一件 A 商品要比买一件 B 商品少 30 元，用 160 元全部购买 A 商品的数量与用 400 元全部购买 B 商品的数量相同.

（1）**（4 分）**求 A、B 两种商品每件各是多少元？

（2）**（4 分）**如果小亮准备购买 A、B 两种商品共 10 件，总费用不超过 380 元，且不低于 300 元，则如何购买才能使总费用最低？最低费用是多少？

解：（1）设 A 商品每件 x 元，则 B 商品每件（$30+x$）元，

根据题意，得：$\frac{160}{x}=\frac{400}{30+x}$，……………………………………………2 分，累计 2 分

经检验：$x=20$ 是原方程的解，……………………………………………1 分，累计 3 分

所以 A 商品每件 20 元，则 B 商品每件 50 元. ……………………………1 分，累计 4 分

（2）设购买 A 商品 a 件，则购买 B 商品共（$10-a$）件，

列不等式组：$300\leqslant 20\cdot a+50\cdot(10-a)\leqslant 380$，

解得：$4\leqslant a\leqslant 6.7$，

a 取整数：4，5，6. ……………………………………………2 分，累计 6 分

（法 1）设购买总费用为 W 元，则 $W=20a+50(10-a)=-30a+500$，

$\because -30<0$，$\therefore W$ 随 a 的增大而增小，$\because 4\leqslant a\leqslant 6.7$ 的整数

$\therefore$ 当 $a=6$ 时，W 取得最小值，最小值为 320，………1 分，累计 7 分

答：当 A 商品 6 件，则购买 B 商品 4 件时所需总费用最低，最低费用为 320 元. ………………………………1 分，累计 8 分

（法 2）因为 A 商品比 B 商品便宜，所以 A 买的越多总费用越低………理由，1 分，累计 7 分

当 A 商品 6 件，则购买 B 商品 4 件；费用：$6\times 20+4\times 50=320$，

此时费用最低，为 320 元。……………………………………………答案，1 分，累计 8 分

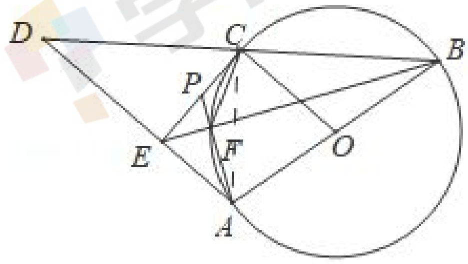
26. （10 分）如图，AB 为圆 O 的直径，C 为圆 O 上一点，D 为 BC 延长线一点，且 BC＝CD，CE⊥AD 于点 E.

（1）（3 分）求证：直线 EC 为圆 O 的切线；

（2）设 BE 与圆 O 交于点 F，AF 的延长线与 CE 交于点 P，

（4 分）①求证：PC^2＝PF●PA

（3 分）②若 PC＝5，PF＝4，求 sin∠PEF 的值.



（法一）（1）证明：∵$CE \perp AD$ 于点 E

∴$\angle DEC=90^\circ$ ，……………………………………………1 分

∵$BC=CD$，

∴C 是 BD 的中点，又∵O 是 AB 的中点，

∴OC 是△BDA 的中位线，……………………………………………1 分，累计 2 分

∴$OC /\!/ AD$，∴$\angle OCE=\angle CED=90^\circ$

∴$OC \perp CE$，又∵点 C 在圆上，

∴CE 是圆 O 的切线. ……………………………………………1 分，累计 3 分

（法二）（1）证明：∵连接 AC，∵AC 是直径，∴∠ACB＝90°，

∵$BC=CD$，∴AC 是 BD 垂直平分线，

AD=AB（或证△ADC 全等△ABC），∠ADC=∠ABC，∠CAD=∠CAB……………1 分

∴$CE \perp AD$ 于点 E，∴$\angle DEC=90^\circ$ ，∠ECA+∠CAE=90°

∴∠ECA+∠OAC=90° ，∵OA=OC，∠OCA=∠OAC………………1 分，累计 2 分

∴∠ECA+∠OCA=90° ∴$OC \perp CE$，又∵点 C 在圆上，

∴CE 是圆 O 的切线. ………………1 分，累计 3 分

（2）（法一）①证明：过点 C 作直径 CH，连接 FH，AC，…………………………1 分

∵CH 是直径，∴$\angle CFH=90^\circ$

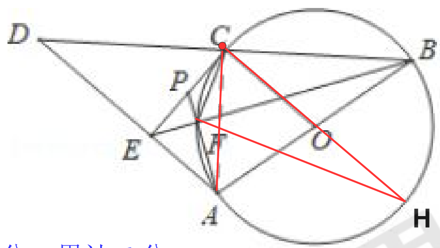
∴∠FCH+∠H=90°

∵CE 是圆 O 的切线，∴$CH \perp CE$，

∴∠PCF+∠FCH=90° ∴∠H=∠PCF

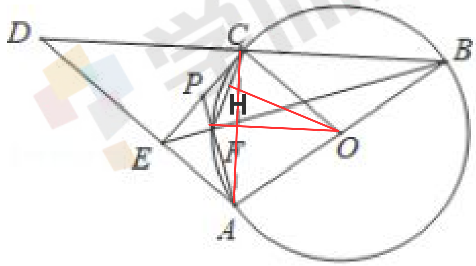
∵∠CAF=∠H，∴∠PCF=∠CAF…………………………3 分，累计 6 分

∵$\angle CPF=\angle CPA$， ∴$\triangle PCF \backsim \triangle PAC$



∴$\dfrac{PC}{PA}=\dfrac{PF}{PC}$ ∴$PC^2=PF\times PA$. …………………………………4 分，累计 7 分

（法二）①证明：$OH \perp CF$，连接 OF，AC，……………………………………1 分



∵$OH \perp CF$，$OC=OF$

∴$\angle COH+\angle OCH=90^\circ$，$\angle COH=\dfrac{1}{2}\angle COF$

∵CE 是圆 O 的切线，∴$CH \perp CE$，

∴$\angle PCF+\angle OCH=90^\circ$ ∴$\angle COH=\angle PCF$

∴$\angle CAF=\dfrac{1}{2}\angle COF$，$\angle COH=\dfrac{1}{2}\angle COF$∴$\angle CAF=\angle COH$

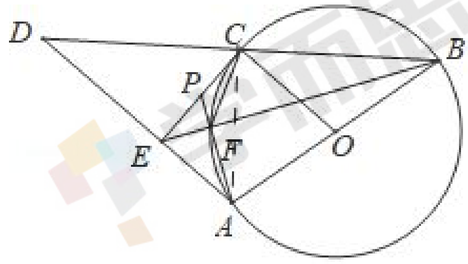
∴$\angle PCF=\angle CAF$……………………………………………3 分，累计 6 分

∵$\angle CPF=\angle CPA$，∴$\triangle PCF \backsim \triangle PAC$

∴$\dfrac{PC}{PA}=\dfrac{PF}{PC}$ ∴$PC^2=PF\times PA$. ……………………………………4 分，累计 7 分

（备注：用弦切角定理证只能得 2 分，老师要强调证明题最好不要用课本上没有的定理来证明，就要面临扣分的风险）

②∵直径 AB，∴$\angle AFB=90^\circ$ 即 $BE \perp AP$



∵$CE \perp AD$ ∴$\angle PFE=\angle PEA=90^\circ$

∵$\angle EPF=\angle APE$

∴$\triangle PEF \backsim \triangle PEA$ ∴$\dfrac{PE}{PA}=\dfrac{PF}{PE}$ ……1 分，累计 8 分

∴$PE^2=PF\times PA$

∵$PC^2=PF\times PA$

∴$PE=PC=5$………1 分，累计 9 分

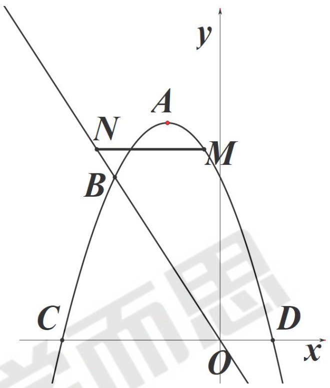
在 $Rt\triangle PEF$ 中，$\sin\angle PEF=\dfrac{PF}{PE}=\dfrac{4}{5}$. …1 分，累计 10 分

27.（已知抛物线的顶点 A（-1，4），且经过点 B（﹣2，3），与 x 轴分别交于 C．D 两点．

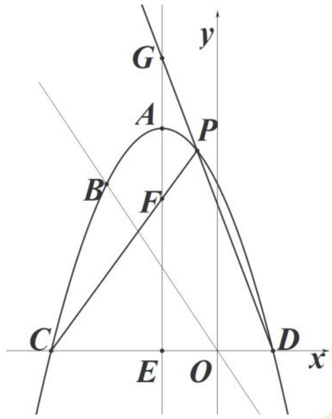
（1）（**3 分**）求直线 OB 和该抛物线的解析式；

（2）（**3 分**）如图 1，点 M 是抛物线上的一个动点，且在直线 OB 的上方，过点 M 作 x 轴的平行线与直线 OB 交于点 N，求 MN 的最大值；

（3）（**4 分**）如图 2，AE∥y 轴交 x 轴于点 E，点 P 是抛物线上 A、D 之间的一个动点，直线 PC、PD 与 AE 分别交于 F、G，当点 P 运动时，求 tan∠PCD+tan∠PDC 的值．



图



图

解：（1）设直线 OB 的解析式为 $y=kx$，

∵B（﹣2，3），∴﹣$2k=3$，∴$k=-\frac{3}{2}$，

∴直线 OB 的解析式为 $y=-\frac{3}{2}x$，…………………1 分

∵抛物线的顶点 A（﹣1，4），且经过点 B（﹣2，3），

∴设抛物线的解析式为 $y=a(x+1)^2+4$，∴$3=a(-2+1)^2+4$，∴$a=-1$，

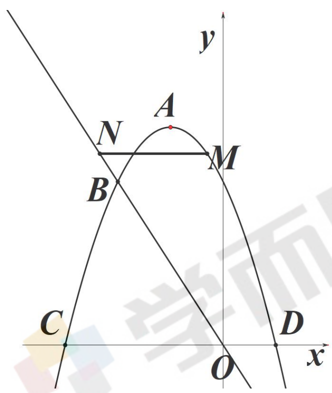
∴抛物线的解析式为 $y=-(x+1)^2+4=-x^2-2x+3$；…………………………2 分，累计 3 分

(法一）（2）设 $M(t, -t^2-2t+3)$，$MN=s$，

则 N 的横坐标为 $t-s$，纵坐标为 $-\frac{3}{2}(t-s)$，

$$\because \begin{cases} y=-\frac{3}{2}x \\ y=-x^2-2x+3 \end{cases} \therefore x_1=-2, x_2=\frac{3}{2}$$

∵点 M 是直线 OB 的上方抛物线的点



图

$\therefore -2<t<\frac{3}{2}$ ……………………1 分，累计 4 分

$\because MN /\!/ x$ 轴，$\therefore -t^2-2t+3=-\frac{3}{2}(t-s)$

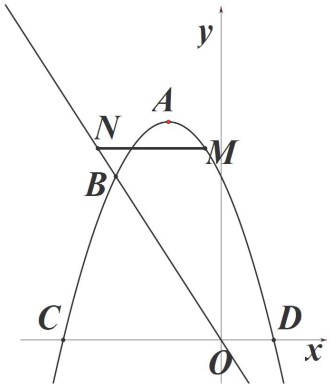
$\therefore s=-\frac{3}{2}t^2-\frac{1}{3}t+2=-\frac{3}{2}(t+\frac{1}{4})^2+\frac{49}{24}$ ……………………1 分，累计 5 分

$\because -2<t<\frac{3}{2}$ $\therefore$ 当 $t=-\frac{1}{4}$ 时，MN 的最大值为 $\frac{49}{24}$；……………………1 分，累计 6 分

(法二) （2）设 $M(t,\ -t^2-2t+3)$ $\because$ 点 N 在 $y=-\frac{3}{2}x$ 上，且 $MN/\!/$x 轴

$\therefore -\frac{3}{2}x=-t^2-2t+3$，$\therefore x=\frac{2}{3}t^2+\frac{4}{3}t-2$，$\therefore N(\frac{2}{3}t^2+\frac{4}{3}t-2,-t^2-2t+3)$

$\because \begin{cases} y=-\frac{3}{2}x \\ y=-x^2-2x+3 \end{cases}$ $\therefore x_1=-2, x_2=\frac{3}{2}$



图

$\because$ 点 M 是直线 OB 的上方抛物线的点

$\therefore -2<t<\frac{3}{2}$ ……………………1 分，累计 4 分

$\therefore MN=t-(\frac{2}{3}t^2+\frac{4}{3}t-2)=-\frac{3}{2}t^2-\frac{1}{3}t+2=-\frac{3}{2}(t+\frac{1}{4})^2+\frac{49}{24}$……………1 分，累计 5 分

$\because -2<t<\frac{3}{2}$ $\therefore$ 当 $t=-\frac{1}{4}$ 时，MN 的最大值为 $\frac{49}{24}$；……………………1 分，累计 6 分

（3）解法一：

设 $P(t,\ -t^2-2t+3)$，则 $PQ=-t^2-2t+3$，$CQ=t+3$，$DQ=1-t$，

$\tan\angle PCD+\tan\angle PDC$

$=\frac{PQ}{CQ}+\frac{PQ}{DQ}$

$=\frac{-t^2-2t+3}{t+3}+\frac{-t^2-2t+3}{1-t}$ ……………………………………………4 分，累计 10 分

$=\frac{(t+3)(1-t)}{t+3}+\frac{(t+3)(1-t)}{1-t}$

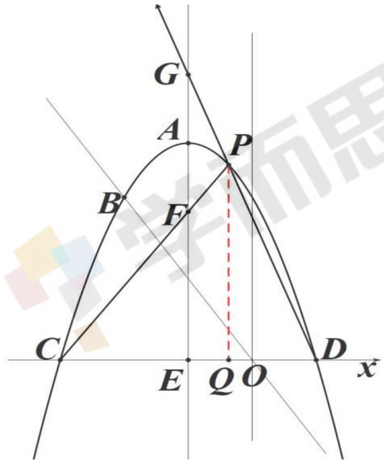
$=1-t+t+3$

$=4$

（3）解法二：

过点 P 作 $PQ /\!/ y$ 轴交 x 轴于 Q，则 $C(-3,0)$，$D(1,0)$，

设 $P(t,\ -t^2-2t+3)$，则 $PQ=-t^2-2t+3$，$CQ=t+3$，



$DQ=1-t$，由$\triangle CEF\backsim\triangle CQP$，得$\frac{EF}{PQ}=\frac{CE}{CQ}$，

$\therefore EF=\frac{CE}{CQ}\cdot PQ=\frac{2}{t+3}\cdot(-t^2-2t+3)$，

由$\triangle EGD\backsim\triangle QPD$，得$\frac{EG}{PQ}=\frac{DE}{DQ}$，

$\therefore EG=\frac{DE}{DQ}\cdot PQ=\frac{2}{1-t}\cdot(-t^2-2t+3)$，

$\therefore EF+EG=\frac{2}{t+3}\cdot(-t^2-2t+3)+\frac{2}{1-t}\cdot(-t^2-2t+3)$，

$=2(-t^2-2t+3)\cdot\frac{4}{-t^2-2t+3}=8$，…………………………………2 分，累计 8 分

$\because CE=\frac{1-(-3)}{2}=2$

$\therefore \tan\angle PCD+\tan\angle PDC=\frac{EF+EG}{CE}=4$．…………………………………2 分，累计 10 分