§ 2.1　合情推理与演绎逻辑（二）

【内容分析】：

类比是重要的推理方法，在掌握一定的数学基础知识（如数列、立体几何、空间向量等等）后，对数学问题的探究方法加以总结，上升为思想方法。

【教学目标】：

1 、知识与技能：

（ 1 ）结合数学实例，了解类比推理的含义

（ 2 ）能利用类比方法进行简单的推理，

2 、过程与方法：

通过课例，加深对类比这种思想方法的认识。

3 、情感态度与价值观：

体验并认识类比推理在数学发现中的作用。

【教学重点】：

（ 1 ）体会并实践类比推理的探索过程

（ 2 ）类比推理的局限

【教学难点】：

引导和训练学生从已知的线索中归纳出正确的结论

【教学过程设计】：

教学环节	教学活动	设计意图
一、问题情景 学生阅读	1. 工匠鲁班类比带齿的草叶和蝗虫的牙齿 ， 发明了锯 2. 仿照鱼类的外型和它们在水中沉浮的原理 ， 发明了潜水艇 3. 科学家对火星进行研究 ， 发现火星与地球有许多类似的特征 ； 1) 火星也绕太阳运行、饶轴自转的行星 ； 2) 有大气层 ， 在一年中也有季节变更 ； 3) 火星上大部分时间的温度适合地球上某些已知生物的生存 ， 等等 ． 科学家猜想 ； 火星上也可能有生命存在 ． 4 ． 利用平面向量的本定理类比得到空间向量的基本定理 ．	引入课题 通过阅读教材体会类比推理的思维过程
二 、	由两类对象具有某些类似特征和其中一类对象的某些已知特征，	类比

概念教学

推出另一类对象也具有这些特征的推理． 简言之,类比推理是由特殊到特殊的推理．

类比练习：

（i）圆有切线，切线与圆只交于一点，切点到圆心的距离等于半径． 由此结论如何类比到球体?

（ii）平面内不共线的三点确定一个圆，由此结论如何类比得到空间的结论?

由圆的一些特征，类比得到球体的相应特征．（教材 73 探究填表）

小结：平面→空间，圆→球，线→面．

讨论：以平面向量为基础学习空间向量，试举例其中的一些类比思维．

推理——联想——普遍联系

三、例题讲解

例 2：类比实数的加法和乘法，列出它们相似的运算性质．（得到如下表格）

类比角度	实数的加法	实数的乘法
运算结果	若 $a,b\in R$，则 $a+b\in R$	若 $a,b\in R$，则 $ab\in R$
运算律	$a+b=b+a$ $(a+b)+c=a+(b+c)$	$ab=ba$ $(ab)c=a(bc)$
逆运算	加法的逆运算是减法,使得方程 $a+x=0$ 有唯一解 $x=-a$	乘法的逆运算是除法,使得方程 $ax=1$ 有唯一解 $x=\frac{1}{a}$
单位元	$a+0=a$	$a\cdot 1=1$

例 3、类比平面内直角三角形的勾股定理，试给出空间中四面体性质的猜想．

思维：直角三角形中，$\angle C=90^0$，3 条边的长度 a,b,c，2 条直角边 a,b 和 1 条斜边 c；

→ 3 个面两两垂直的四面体中，

分析探索过程

	$\angle PDF=\angle PDE=\angle EDF=90^{0}$ ，4 个面的面积 S_1,S_2,S_3 和 S 3 个“直角面” S_1,S_2,S_3 和 1 个“斜面” S ．→ 拓展：三角形到四面体的类比． 例 4 、（可作为研究性学习材料）	
四、课堂训练	例 :(2001 年上海) 已知两个圆① $x^2+y^2=1$: 与② $x^2+(y-3)^2=1$，则由①式减去②式可得上述两圆的对称轴方程．将上述命题在曲线仍然为圆的情况下加以推广，即要求得到一个更一般的命题，而已知命题应成为所推广命题的一个特例。 解析：类比猜想 1) 圆心 2) 半径 推广的命题为： 设圆的方程为 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ ① 与 $(x-c)^2+(y-d)^2=r^2$ ②（ $a\neq c$ 或 $b\neq d$），则由①式减去②式可得上述两圆的对称轴方程。	
五、小结	类比推理的几个特点 1 ）类比是从已经掌握了的事物的属性，推测正在研究的事物的属性，是以旧有的认识为基础，类比出新的结果． 2)类比是从一种事物的特殊属性推测另一种事物的特殊属性． 3 ）类比的结果是猜测性的不一定可靠，但它却有发现的功能． 练习 P 93 1 ， 2.3 ， 4.5 ；P 94 1	1)联想 2)探索性 3)不确定性 指出类比推理的结果不一定可靠

【 练习与测试 】：

（基础题）

1 ）已知扇形的弧长为 l ，半径为 r ，类比三角形的面积公式 S ＝ $\frac{1}{2}ah$ ，可知扇形的面积公式为 ________

2) 类比平面内正三角形的“三边相等，三内角相等”的性质，可推出正四面体的下列哪些性质，你认为比较恰当的是（ ）

①各棱长相等，同一顶点上的任两条棱的夹角都相等；②各个面都是全等的正三角形，相邻两个面所成的二面角都相等；③各个面都是全等的正三角形，同一顶点上的任两条棱的夹角都相等

A．①； B．①②； C．①②③； D．③

3) 由“ 正三角形的两腰相等”可以类比推出正棱锥的类似属性是

4 ）定义运算 a ＊ b= $\begin{cases} a & (a\le b) \\ b & (a>b) \end{cases}$ 则对 x $\in$ R，函数 f(x)=1 ＊ x 的解析式为 ________ 。

5 ）三角形的面积公式为 S ＝ $\frac{1}{2}ah$ （ a,h 分别表示三角形的边和该边上的高），类比四面体的体积 V ＝

6 ）在三角形 ABC 中，$\angle C=90^0, CD\perp AB$ 于 D，则有 $AC^2=AD\times AB$ ，类比此性质，给出空间四面体的一个猜想，并判断该猜想是否正确。

答案：

1 ） s= $\frac{1}{2}lr$

2 ） C

3 ）正棱锥的侧棱长相等

4 ） f(x)=1 ＊ x ＝ $\begin{cases} 1 & (1\le x) \\ x & (1>x) \end{cases}$

5 ） 四面体的体积 V ＝ $\frac{1}{3}Sh$ （ S,h 分别表示四面体的底面积和该面上的高）

6 ）在棱锥 S － ABC 中，$SC\perp 平面SAB, SO\perp 平面ABC于O$ ，则

$S^2_{\Delta SAB}=S_{\Delta OAB}\cdot S_{\Delta CAB}$

（中等题）

1 ） a,b 为实数，则由 $a\times b=0\Rightarrow a=0$ 或 $b=0$ ，类比向量运算中

$\vec{a}\bullet\vec{b}=0$ 可以得出什么结论？

2 ）若三角形的内切圆半径为 r 三边的长分别为 a,b,c, 则三角形的面积 $s=\frac{1}{2}r(a+b+c)$ 根据类比思想，若四面体的内切球半径为 r ，四个面的面积分别为 s_1,s_2,s_3,s_4 ，则此四面体的体积 V ＝ ________

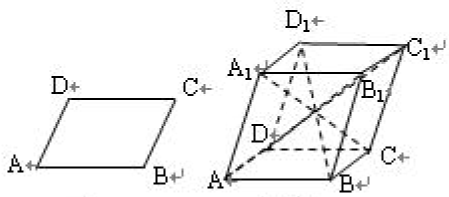


图1　　图2

3) 在 ΔABC 中，若 $AB\perp AC$, $AC=b$, $BC=a$ ，则 ΔABC 的外接圆半径 $r=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$ ，将此结论拓展到空间，可得出的正确结论是：在四面体 $S-ABC$ 中，若 SA、SB、SC 两两垂直， $SA=a$, $SB=b$, $SC=c$ ，则四面体 $S-ABC$ 的外接球半径 $R=$ ________ .

4) 六个面都是平行四边形的四棱柱称为平行 六面体 . 如图 1 在平行四边形 ABCD 中，有 $AC^2+BD^2=2(AB^2+AD^2)$ ，那么在图 2 所示的平行六面体 ABCD — $A_1B_1C_1D_1$ 中，有 $AC_1^2+BD_1^2+CA_1^2+DB_1^2=$ （ ）.

A ． $2(AB^2+AD^2+AA_1^2)$ B ． $3(AB^2+AD^2+AA_1^2)$

C ． $4(AB^2+AD^2+AA_1^2)$ D ． $4(AB^2+AD^2)$

答案：

1 ） $\vec{a}\bullet\vec{b}=0$ $\Rightarrow\vec{a}=0$ 或 $\vec{b}=0$ 或 $\vec{a}\perp\vec{b}$

2 ） V ＝ $\frac{1}{3}r(S_1+S_2+S_3+S_4)$

3 ） $\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2}$

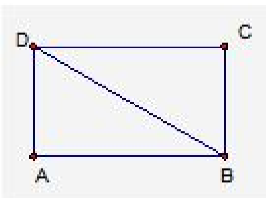
4 ） C

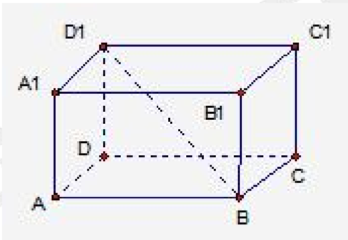
（难题）

1 ）若数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，对于 $b_n=\frac{1}{n}(a_1+a_2+\cdots+a_n)$ ，则数列 $\{b_n\}$ 也是等差数列。类比上述性质，若数列 $\{c_n\}$ 是各项都为正数的等比数列，对于 $d_n>0$ ，则 d_n ＝ $\sqrt[n]{a_1a_2a_3\ldots a_n}$ 时，数列 $\{d_n\}$ 也是等比数列。

2 ）如图，已知命题：若矩形 ABCD 的对角线 BD 与边 AB 和 BC 所成角分别为 α、β ，则 $\cos^2\alpha+\cos^2\beta=1$，若把它推广到长方体 ABCD—A 1 B 1 C 1 D 1 中，试写出相应命题形式：

____ .





答案：

1 ） d_n ＝ $\sqrt[n]{a_1a_2a_3\ldots a_n}$

2 ） 长方体 ABCD—A 1 B 1 C 1 D 1 中， BD 与同一顶点三个侧面所成角分别为 α、β、γ ，则 $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=2$