

2018~2019学年广东深圳福田区深圳市高级中学高 中部高一下学期期中数学试卷

一、选择题（本大题共12题，每小题5分，共计60分）

1 已知 $A = \{a, 1\}$, $B = \{2, a\}$, 且 $A \cup B = \{1, 2, 4\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.

- A. $\{1, 2\}$ B. $\{2, 4\}$ C. $\{4\}$ D. \emptyset

2 下列函数中，在其定义域内既是增函数又是奇函数的是（ ）.

- A. $y = x^2$ B. $y = -\log_2 x$ C. $y = 3^x$ D. $y = x^3 + x$

3 α 是第三象限角，且 $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，则 $\tan \alpha = (\quad)$.

- A. $-\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

4 已知向量 \vec{a} , \vec{b} 的夹角为 60° , $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, 则 $|\vec{a} + 2\vec{b}| = (\quad)$.

- A. $2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. 4 D. 2

5 若 $\triangle ABC$ 中，角 A 、 B 、 C 所对边的边长分别为 a 、 b 、 c , $\angle A = 60^\circ$, $a = 4\sqrt{3}$, $b = 4\sqrt{2}$, 则 $\angle B$ 的度数为（ ）.

- A. 45° 或 135° B. 45° C. 135° D. 90°

6 在 a , b 中插入 n 个数，使他们和 a 、 b 组成等差数列 a , a_1 , a_2 , ..., a_n , b , 则 $a_1 + a_2 + \dots + a_n = (\quad)$.

- A. $n(a+b)$ B. $\frac{n(a+b)}{2}$ C. $\frac{(n+1)(a+b)}{2}$ D. $\frac{(n+2)(a+b)}{2}$

7 若 $a > b > 0$, $c < d < 0$, 则一定有（ ）.

- A. $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ B. $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$ C. $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$ D. $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$

8 在等比数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_1 - a_5 = -\frac{15}{2}$ ，前四项的和 $S_4 = -5$ ，则 $a_4 = (\quad)$ 。

- A. 1 B. -1 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

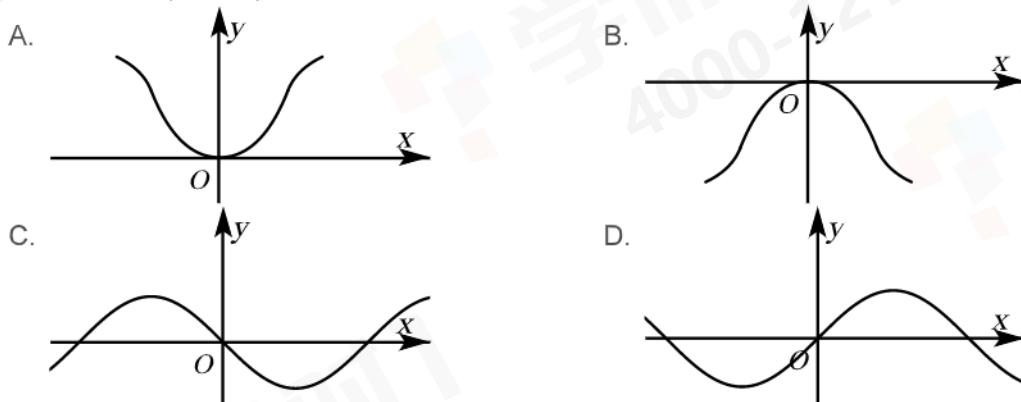
9 已知函数 $f(x) = \log_2(x^2 - ax + 3a)$ 在 $[2, +\infty)$ 上是增函数，则 a 的取值范围是（ ）。

- A. $(-\infty, 4]$ B. $(-\infty, 2]$ C. $(-4, 4]$ D. $(-4, 2]$

10 圆锥的高 h 和底面半径 r 之比 $h:r = 2:1$ ，且圆锥的体积 $V = 18\pi$ ，则圆锥的表面积为（ ）。

- A. $18\sqrt{5}\pi$ B. $9(1+2\sqrt{5})\pi$ C. $9\sqrt{5}\pi$ D. $9(1+\sqrt{5})\pi$

11 函数 $f(x) = \left(\frac{1-2^x}{1+2^x}\right) \cos x$ 的图象大致为（ ）。



12 设 $a+b=2$, $b>0$ ，则 $\frac{1}{2|a|} + \frac{|a|}{b}$ 的最小值为（ ）。

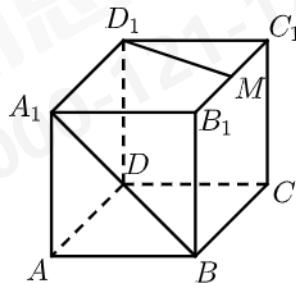
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{4}$

二、填空题（本大题共4题，每小题5分，共计20分）

13 在等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_2a_3a_4 = 8$, $a_7 = 8$ ，则 $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14 已知 $\tan \alpha = 2$ ，则 $\frac{\sin \alpha - 3 \cos \alpha}{2 \sin \alpha + \cos \alpha} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 15 如图，正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1， M 为 B_1C_1 中点，连接 A_1B ， D_1M ，则异面直线 A_1B 和 D_1M 所成角的余弦值为_____.



- 16 在 $\triangle ABC$ 中，角 A 、 B 、 C 所对的边分别是 a 、 b 、 c ， M 是 BC 的中点， $BM = 2$ ， $AM = c - b$ ， $\triangle ABC$ 面积的最大值为_____.

三、解答题（本大题共6题，共计70分）

- 17 已知 $A = \{x | -x^2 + 4 < 0\}$ ， $B = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$ ，求 $A \cap B$ 及 $A \cup B$.

- 18 已知在 $\triangle ABC$ 中，角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c ， $2c \cos B = 2a + b$.

- (1) 求角 C 的值.
(2) 若 $a = 2b$ ，求 $\tan A$.

- 19 北京某附属中学为了改善学生的住宿条件，决定在学校附近修建学生宿舍，学校总务办公室用1000万元从政府购得一块廉价土地，该土地可以建造每层1000平方米的楼房，楼房的每平方米建筑费用与建筑高度有关，楼房每升高一层，整层楼每平方米建筑费用提高0.02万元，已知建筑第5层楼房时，每平方米建筑费用为0.8万元.

- (1) 若学生宿舍建筑为 x 层楼时，该楼房综合费用为 y 万元（综合费用是建筑费用与购地费用之和），写出 $y = f(x)$ 的表达式.
(2) 为了使该楼房每平方米的平均综合费用最低，学校应把楼层建成几层？此时平均综合费用为每平方米多少万元？

- 20 已知 $f(x) = 2 \sin x \cos x + \sqrt{3}(\cos^2 x - \sin^2 x)$.

(1) 求函数 $y = f(x)$ 的最小正周期和对称轴方程.

(2) 若 $x \in \left[0, \frac{5\pi}{12}\right]$, 求 $y = f(x)$ 的值域.

21 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 公比 $q > 0$, $S_2 = 2a_2 - 2$, $S_3 = a_4 - 2$.

(1) 求等比数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2) 设 $b_n = \log_2 a_n$, 求 $\left\{\frac{1}{b_n b_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 T_n .

22 已知函数 $f(x) = ax^2 + bx + c (a > b > c)$ 的图象上有两点 $A(m_1, f(m_1))$, $B(m_2, f(m_2))$ ($m_1 \neq m_2$).

函数 $f(x)$ 满足 $f(1) = 0$, 且 $(a + f(m_1))(a + f(m_2)) = 0$.

(1) 求证: $-2 < \frac{c}{a} < -\frac{1}{2}$.

(2) 求证: $b \geq 0$.

(3) 能否保证 $f(m_1 + 3)$ 和 $f(m_2 + 3)$ 中至少有一个为正数? 请证明你的结论.