

### 一. 基本原理

1. 加法原理：做一件事有  $n$  类办法，则完成这件事的方法数等于各类方法数相加。

2. 乘法原理：做一件事分  $n$  步完成，则完成这件事的方法数等于各步方法数相乘。

注：做一件事时，元素或位置允许重复使用，求方法数时常用基本原理求解。

二. 排列：从  $n$  个不同元素中，任取  $m$  ( $m \leq n$ ) 个元素，按照一定的顺序排成一列，叫做从  $n$  个不同元素中取出  $m$  个元素的一个排列，所有排列的个数记为  $A_n^m$ 。

### 三. 处理排列组合应用题

1. ① 明确要完成的是一件什么事(审题)      ② 有序还是无序      ③ 分步还是分类。

2. 解排列、组合题的基本策略

(1) 两种思路：

① 直接法：

② 间接法：对有限制条件的问题，先从总体考虑，再把不符合条件的所有情况去掉。这是解决排列组合应用题时一种常用的解题方法。

分类处理：当问题总体不好解决时，常分成若干类，再由分类计数原理得出结论。

注意：分类不重复不遗漏。即：每两类的交集为空集，所有各类的并集为全集。

(3) 分步处理：与分类处理类似，某些问题总体不好解决时，常常分成若干步，再由分步计数原理解决。在处理排列组合问题时，常常既要分类，又要分步。其原则是先分类，后分步。

(4) 两种途径：① 元素分析法；② 位置分析法。

3. 排列应用题：

(1) 穷举法(列举法)：将所有满足题设条件的排列与组合逐一列举出来；

(2) 特殊元素优先考虑、特殊位置优先考虑；

例 1. 电视台连续播放 6 个广告，其中含 4 个不同的商业广告和 2 个不同的公益广告，要求首尾必须播放公益广告，则共有

种不同的播放方式(结果用数值表示)。

解：分二步：首尾必须播放公益广告的有  $A_2^2$  种；中间 4 个为不同的商业广告

有  $A_4^4$  种，从而应当填  $A_2^2 A_4^4 = 48$ 。从而应填 48。

例 2. 6 人排成一行，甲不排在最左端，乙不排在最右端，共有多少种排法？

解一：间接法：即

解二：(1) 分类求解：按甲排与不排在最右端分类。

1) 甲排在最右端时，有  $A_5^5$  种排法；

2) 甲不排在最右端(甲不排在最左端)时，则甲有  $A_4^4$  种排法，乙有  $A_4^4$  种排法，其他人有  $A_4^4$  种排法，共有  $A_4^4 A_4^4 A_4^4$  种排法，分类相加得共有  $A_5^5 + A_4^4 A_4^4 A_4^4 = 504$  种排法。

(3) 相邻问题：捆绑法：

对于某些元素要求相邻的排列问题，先将相邻接的元素“捆绑”起来，看作一“大”元素与其余元素排列，然后再对相邻元素内部进行排列。

(4) 全不相邻问题，插空法：某些元素不能相邻或某些元素要在某特殊位置时可采用插空法。即先安排好没有限制条件的元素，然后再将不相邻接元素在已排好的元素之间及两端的空隙之间插入。

(5) 顺序一定，除法处理。先排后除或先定后插

解法一：对于某几个元素按一定的顺序排列问题，可先把这几个元素与其他元素一同进行全排列，然后用总

的排列数除以这几个元素的全排列数。即先全排，再除以定序元素的全排列。

解法二：在总位置中选出定序元素的位置不参加排列，先对其他元素进行排列，剩余的几个位置放定序的元

素，若定序元素要求从左到右或从右到左排列，则只有1种排法；若不要求，则有2种排法；

例：有4个男生，3个女生，高矮互不相等，现将他们排成一行，要求从左到右，女生从矮到高排列，有多少

种排法？