

### 一、三维目标:

1、知识与技能：了解离散型随机变量的方差、标准差的意义，会根据离散型随机变量的分布列求出方差或标准差。

2、过程与方法：了解方差公式“ $D(a\xi + b) = a^2 D\xi$ ”，以及“若 $\xi \sim B(n, p)$ ，则 $D\xi = np(1-p)$ ”，并会应用上述公式计算有关随机变量的方差。

3、情感、态度与价值观：承前启后，感悟数学与生活的和谐之美，体现数学的文化功能与人文价值。

二、教学重点：离散型随机变量的方差、标准差。

三、教学难点：比较两个随机变量的期望与方差的大小，从而解决实际问题。

### 四、教学过程：

#### (一)、复习引入:

1. 数学期望：一般地，若离散型随机变量  $\xi$  的概率分布为

$\xi$	$x_1$	$x_2$	$\dots$	$x_n$	$\dots$
P	$p_1$	$p_2$	$\dots$	$p_n$	$\dots$

则称  $E\xi = x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_np_n + \dots$  为  $\xi$  的数学期望，简称期望。

2. 数学期望是离散型随机变量的一个特征数，它反映了离散型随机变量取值的平均水平。

3. 期望的一个性质： $E(a\xi + b) = aE\xi + b$

4、如果随机变量 X 服从两点分布为

X	1	0
P	p	1 - p

$$E\xi = np$$

5、如果随机变量 X 服从二项分布，即  $X \sim B(n, p)$ ，则  $EX=np$

#### (二)、讲解新课:

1、(探究 1) 某人射击 10 次，所得环数分别是：1，1，1，1，2，2，2，3，3，4；则所得的平均环数是多少？

$$\bar{X} = \frac{1+1+1+1+2+2+2+3+3+4}{10} = 1 \times \frac{4}{10} + 2 \times \frac{3}{10} + 3 \times \frac{2}{10} + 4 \times \frac{1}{10} = 2$$

(探究 2) 某人射击 10 次, 所得环数分别是: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4; 则这组数据的方差是多少?

$$s^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_i - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2]$$

$$s^2 = \frac{1}{10} [(1-2)^2 + (1-2)^2 + (1-2)^2 + (1-2)^2 + (2-2)^2 + (2-2)^2 + (2-2)^2 + (3-2)^2 + (3-2)^2 + (4-2)^2] = 1$$

$$s^2 = \frac{4}{10} \times (1-2)^2 + \frac{3}{10} \times (2-2)^2 + \frac{2}{10} \times (3-2)^2 + \frac{1}{10} \times (4-2)^2$$

2、离散型随机变量取值的方差的定义:

设离散型随机变量 X 的分布为:

X	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	...	X <sub>i</sub>	...	X <sub>n</sub>
P	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	...	P <sub>i</sub>	...	P <sub>n</sub>

则  $(x_i - EX)^2$  描述了  $x_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 相对于均值 EX 的偏离程度, 而

$$= \sum_{i=1}^n (x_i - EX)^2 p_i$$

DX

为这些偏离程度的加权平均, 刻画了随机变量 X 与其均值 EX 的平均偏离程度。

我们称 DX 为随机变量 X 的方差, 其算术平方根  $\sqrt{DX}$  叫做随机变量 X 的标准差。

随机变量的方差与标准差都反映了随机变量偏离于均值的平均程度的平均程度, 它们的值越小, 则随机变量偏离于均值的平均程度越小, 即越集中于均值。

### (三)、基础训练

1、已知随机变量 X 的分布

X	0	1	2	3	4
P	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1

$\sqrt{DX}$  求  $DX$  和

解:  $EX = 0 \times 0.1 + 1 \times 0.2 + 2 \times 0.4 + 3 \times 0.2 + 4 \times 0.1 = 2$

$$\sqrt{DX} = \sqrt{1.2} \approx 1.095$$

$$DX = (0-2)^2 \times 0.1 + (1-2)^2 \times 0.2 + (2-2)^2 \times 0.4 + (3-2)^2 \times 0.2 + (4-2)^2 \times 0.1 = 1.2$$

(四)、方差的应用

例 1 : 甲、乙两名射手在同一条件下射击, 所得环数  $X_1$ ,  $X_2$  分布列如下:

$X_1$	8	9	10
P	0.2	0.6	0.2
$X_2$	8	9	10
P	0.4	0.2	0.4

用击中环数的期望与方差分析比较两名射手的射击水平。

$$DX_1 = 0.4, DX_2 = 0.8 \text{ 解: } EX_1 = 9, EX_2 = 9$$

表明甲、乙射击的平均水平没有差别, 在多次射击中平均得分差别不会很大, 但甲通常发挥比较稳定, 多数得分在 9 环, 而乙得分比较分散, 近似平均分布在 8 - 10 环。

问题 1 : 如果你是教练, 你会派谁参加比赛呢?

问题 2 : 如果其他对手的射击成绩都在 8 环左右, 应派哪一名选手参赛?

问题 3 : 如果其他对手的射击成绩都在 9 环左右, 应派哪一名选手参赛?

例 2 . 有甲乙两个单位都愿意聘用你, 而你能获得如下信息:

甲单位不同职位月工资 $X_1$ / 元	1200	1400	1600	1800
获得相应职位的概率 $P_1$	0.4	0.3	0.2	0.1
乙单位不同职位月工资 $X_2$ / 元	1000	1400	1800	2000
获得相应职位的概率 $P_2$	0.4	0.3	0.2	0.1

根据工资待遇的差异情况, 你愿意选择哪家单位?

解: 根据月工资的分布列, 利用计算器可算得

深圳小学家长群: 254317299

深圳初中家长群: 90482695

深圳高中家长群: 175743089

更多资料详见: <http://sz.jiajiaoban.com/>

咨询电话: 4000-121-121

$$EX_1 = 1200 \times 0.4 + 1400 \times 0.3 + 1600 \times 0.2 + 1800 \times 0.1$$

$$= 1400 ,$$

$$DX_1 = (1200-1400)^2 \times 0.4 + (1400-1400)^2 \times 0.3$$

$$+ (1600-1400)^2 \times 0.2 + (1800-1400)^2 \times 0.1$$

$$= 40000 ;$$

$$EX_2 = 1000 \times 0.4 + 1400 \times 0.3 + 1800 \times 0.2 + 2200 \times 0.1 = 1400 ,$$

$$DX_2 = (1000-1400)^2 \times 0.4 + (1400-1400)^2 \times 0.3 + (1800-1400)^2 \times 0.2$$

$$+ (2200-1400)^2 \times 0.1$$

$$= 160000 .$$

因为  $EX_1 = EX_2$  ,  $DX_1 < DX_2$  , 所以两家单位的工资均值相等, 但甲单位不同职位的工资相对集中, 乙单位不同职位的工资相对分散. 这样, 如果你希望不同职位的工资差距小一些, 就选择甲单位; 如果你希望不同职位的工资差距大一些, 就选择乙单位.

(五)、几个常用公式:

(1) 若  $X$  服从两点分布, 则  $DX = p(1-p)$  .

(2) 若  $X \sim B(n, p)$  , 则  $DX = np(1-p)$  .

(3)  $D(ax+b) = a^2 DX$  ;

(六)、练习:

1、已知  $\eta = 3\xi + \frac{1}{8}$  , 且  $D\xi = 13$  , 则  $D\eta =$  \_

2、已知随机变量  $X$  的分布列

$X$	0	1	2	3	4
$P$	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1

$\sqrt{DX}$  求  $DX$  和

3、若随机变量  $X$  满足  $P(X=c) = 1$  , 其中  $c$  为常数, 求  $DX$  .

(七)、小结:

1、离散型随机变量取值的方差、标准差及意义

2、记住几个常见公式:

深圳小学家长群:254317299

深圳初中家长群:90482695

深圳高中家长群:175743089

更多资料详见: <http://sz.jiajiaoban.com/>

咨询电话: 4000-121-121

( 1 ) 若  $X$  服从两点分布, 则  $DX=p(1-p)$  。

( 2 ) 若  $X \sim B(n, p)$ , 则  $DX= np(1-p)$  。

( 3 )  $D(ax+b) = a^2 DX$  ;

( 八 ) 、作业: P69 1、4

