2016年四川成都锦江区成都七中嘉祥外国语学校自主招生数学试卷

A卷（100分）

一、选择题

（本大题共10个小题，每小题3分，共30分）

1. 如果a的倒数是1，那么a的相反数是（　）.

A. 1　　B. -1　　C. 0　　D. 2

2. 下列运算正确的是（　）.

A. $a^2+a^4=a^6$　　B. $(a^4)^2=a^6$　　C. $a^2\cdot a^4=a^6$　　D. $a^6\div a^2=a^3$

3. 鸟巢的建筑面积约为258000平方米，将258000用科学记数法表示应为（　）.

A. 2.58×10^5　　B. 2.6×10^5　　C. 2.58×10^4　　D. 2.58×10^6

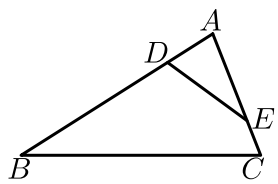
4. 在函数$y=\dfrac{\sqrt{x+2}}{3x}$中，自变量x的取值范围是（　）.

A. $x\geqslant-2$且$x\neq0$　　B. $x\leqslant2$且$x\neq0$　　C. $x\neq0$　　D. $x\leqslant-2$

5. 一只盒子中有红球m个，白球8个，黑球n个，每个球颜色外都相同，从中任取一个球，取得白球的概率与不是白球的概率相同，那么m与n的关系是（　）.

A. $m=3,n=5$　　B. $m=n=4$　　C. $m+n=8$　　D. $m+n=4$

6. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle AED=\angle B$，则下列等式成立的是（　）.



A. $\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{AD}{DB}$　　B. $\dfrac{AE}{BC}=\dfrac{AD}{BD}$　　C. $\dfrac{DE}{CB}=\dfrac{AE}{AB}$　　D. $\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}$

7. 下列说法正确的是（　）.

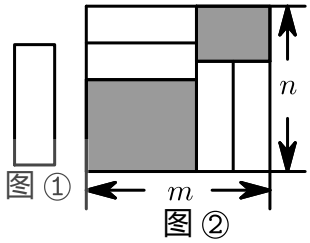
A. 9的平方根是3

B. 设a是实数，则$|a|-a$的值可能是正数，也可能是负数

C. 点$P(2,-3)$关于原点的对称点的坐标是$(-2,-3)$

D. 抛物线$y=x^2-x-6$的顶点在第四象限

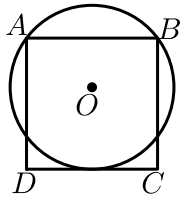
8. 把四张形状大小完全相同的小长方形卡片（如图①）不重叠的放在一个底面为长方形（长为m，宽为n）的盒子底部（如图②），盒子底面未被卡片覆盖的部分用阴影表示，则图②中两块阴影部分的周长和是（　）.



图①　　图②

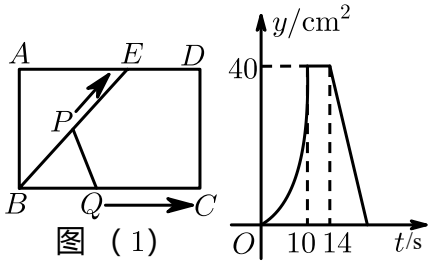
A. $4m$　　B. $4n$　　C. $2(m+n)$　　D. $4(m+n)$

9. 已知⊙O过正方形$ABCD$顶点A、B，且与CD相切，若正方形边长为2，则圆的半径为（　）.



A. $\frac{4}{3}$　　B. $\frac{5}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D. 1

10. 如图（1），E为矩形$ABCD$边AD上一点，点P从点B沿折线$BE-ED-DC$运动到点C时停止，点Q从点B沿BC运动到点C时停止，它们运动的速度都是1cm/s．如果点P、Q同时开始运动，设运动时间为t(s)，$\triangle BPQ$的面积为y(cm^2)，已知y与t的函数关系的图象如图（2）所示，那么下列结论正确的是（　）.



图（1）

图（2）

A. $AE=8$　　B. $\sin\angle EBC=\frac{3}{5}$

C. 当$0\leqslant t\leqslant 10$时，$y=\frac{2}{5}x^2$　　D. 当$t=12$s时，$\triangle BPQ$是等腰三角形

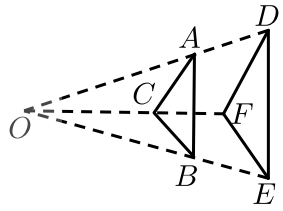
二、填空题

（本大题共4个小题，每小题4分，共16分）

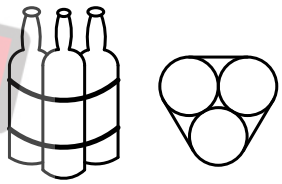
11. 已知两圆的直径分别是一元二次方程 $x^2-10x+24=0$的两根，圆心距为 10，则这两圆的位置关系是 _____ .

12. 在日常生活中如取款、上网等都需要密码．有一种用“因式分解”法产生的密码，方便记忆，原理是：如对于多项式 x^4-y^4，因式分解的结果是 $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$，若取 $x=9$，$y=9$ 时，则各个因式的值是：$(x-y)=0$，$(x+y)=18$，$(x^2+y^2)=162$，于是就可以把“ 018162 ”作为一个六位数的密码．对于多项式 $4x^3-xy^2$，取 $x=10$，$y=10$时，用上述方法产生的密码是：_____（写出一个即可）．

13. 如图，$\triangle ABC$与 $\triangle DEF$是位似图形，相似比为 $2:3$，已知 $AB=4$，则 DE的长为 _____ .



14. 如图，用两道绳子捆扎着三瓶外径均为 6cm的瓶子，若不计绳子接头，则捆绳总长为 _____ .



三、解答题

（本大题共6个小题，共54分）

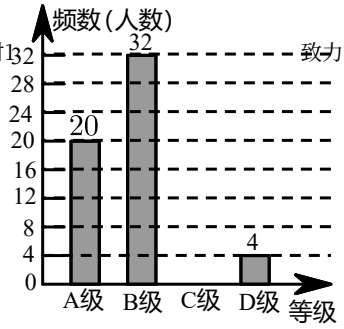
15. 解答下列各题：

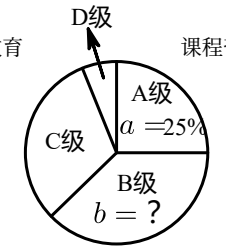
（1）计算：$-3^2+\sqrt{3}\times(-2013)^0-\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}+|\tan 30^\circ-2|$.

（2）解方程：$2\left(\frac{1}{2}-x\right)^2-\left(x-\frac{1}{2}\right)-1=0$.

16. 先化简，再求值：$\left(\frac{1}{a+1}-\frac{a-2}{a^2-1}\right)\div\frac{1}{a+1}$，其中 $a=-\sqrt{3}+2$.

17. 锦江区对某校九年级全体同学体育测试情况进行调查，他们随机抽查部分同学体育测试成绩（由高到低分 A，B，C，D四个等级），根据调查的数据绘制成如下的条形统计图和扇形统计图．





请根据以上不完整的统计图提供的信息，解答下列问题：

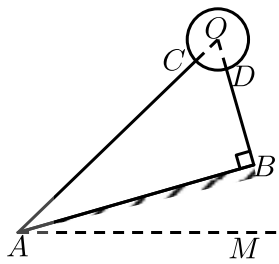
（1）抽查 _____ 名同学的体育测试成绩，扇形统计图中 B级所占的百分比 $b=$ _____ .

（2）补全条形统计图.

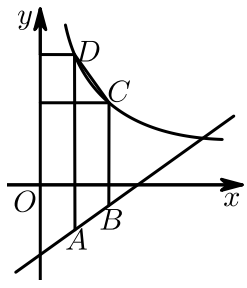
（3）若该校九年级共有800名同学，请估计该校九年级同学体育测试达标（测试成绩 C级以上，含 C级）约有 _____ 名.

（4）小王与小刘是该校取得 A等级的学生中成绩最优秀的学生，学校决定采用抽卡片的方式从中选取一人参加区集训队，规则是：将背面完全相同，正面分别写有 1， 2， 3， 4的四张卡片混合后，小王从中随机抽取一张，记下数字后放回，混合后小刘再随机抽取一张，记下数字，如果所记得两数字之和大于 4，则选小王．如果所记的两数字之和不大于 4，则选小刘．此规则公平吗？说明你的理由.

18. 某市规划局计划在一坡角为 $16°$ 的斜坡 AB 上安装一球形雕塑，其横截面示意图如图所示，已知支架 AC 与斜坡 AB 的夹角为 $28°$，支架 $BD\perp AB$ 于点 B，且 AC， BD 的延长线均过 $\odot O$ 的圆心，$AB=12\text{cm}$， $\odot O$ 的半径为 1.5m，求雕塑最顶端到水平地面的垂直距离．（结果精确到 0.01m，参考数据： $\cos 28°\approx 0.9$， $\sin 62°\approx 0.9$， $\sin 44°\approx 0.7$， $\cos 46°\approx 0.7$）



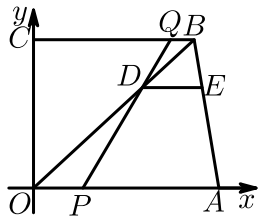
19. 已知反比例函数 $y=\dfrac{12}{x}$ 的图像和一次函数 $y=kx-7$ 的图像都过点 $(m,2)$.



（1）求这个一次函数的解析式.

（2）如图，等腰梯形 $ABCD$ 的顶点 AB 在一次函数图像上，顶点 C、D 在反比例函数图像上，两底 AD、BC 与 y 轴平行，且 AB 两点的横坐标分别为 a 和 $a+2$（$(a>0)$），求 a 的值.

20. 如图，在直角梯形 $OABC$ 中，$OA//BC$，A、B 两点的坐标分别为 $A(13,0)$，$B(11,12)$，动点 P，Q 分别从 O，B 两点同时出发，点 P 以每秒 2 个单位的速度沿 OA 向终点 A 运动，点 Q 以每秒 1 个单位的速度沿 BC 向 C 运动，当点 P 停止运动时，点 Q 同时停止运动，线段 OB，PQ 相交于 D，过点 D 作 $DE//OA$，交 AB 于点 E，设动点 PQ 运动时间为 t（单位：s）．



（1）当 t 为何值时，四边形 $PABQ$ 是平行四边形，请写出推理过程．

（2）通过推理论证：在 P，Q 的运动过程中，线段 DE 的长度不变．

B卷（共50分）

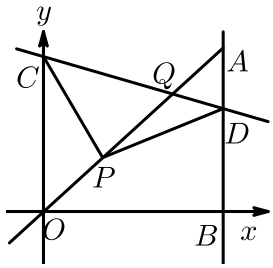
四、填空题

（本大题共5个小题，每小题4分，共20分）

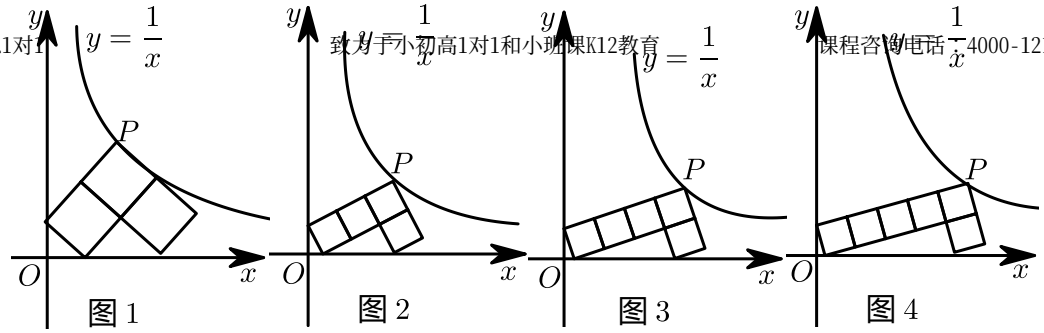
21. 若 a，b 都是实数，且满足 $a^2+b^2+5=4a-2b$，则 $(a+b)^{2013}$ 的值为 _____．

22. 有六张正面分别标有数字 -2，-1，0，2，3，4 的不透明卡片，它们除数字不同外其余均相同，现将它们背面朝上，洗匀后从中任取一张，将该卡片上的数字记为 m，则使关于 x 的分式方程 $\dfrac{1-mx}{1-x}-1=\dfrac{m^2-1}{x-1}$ 有正整数解的概率为 _____．

23. 如图，平面直角坐标系中，已知直线 $y=x$ 上一点 $P(1,1)$，C 为 y 轴上一点，连接 PC，线段 PC 绕点 P 顺时针旋转 $90°$ 至线段 PD，过点 D 作直线 $AB\perp x$ 轴，垂足为 B，直线 AB 与直线 $y=x$ 交于点 A，且 $BD=2AD$，连接 CD，直线 CD 与直线 $y=x$ 交于点 Q，则点 Q 的坐标为 _____．



24. 如图 1～4 所示，每个图中的“7”字形是由若干个边长相等的正方形拼接而成，“7”字形的一个顶点 P 落在反比例函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 的图象上，另“7”字形有两个顶点落在 x 轴上，一个顶点落在 y 轴上．



（1）图1中的每一个小正方形的面积是 _____ .

（2）按照图 1 →图 2 →图 3 →图 4 →⋯这样的规律拼接下去，第 n个图形中每一个小正方形的面积是 _____ . （用含 n的代数式表示）

25. 定义 $[a,b,c]$为函数 $y=ax^2+bx+c$的特征数，下面给出特征数为 $[2m,1-m,-1-m]$的函数的一些结论：①当 $m=-3$时，函数图像的顶点坐标是 $\left(\frac{1}{3},\frac{8}{3}\right)$；②当 $m>0$时，函数图像截 x轴所得的线段长度大于 $\frac{3}{2}$；③当 $m<0$时，函数在 $x>\frac{1}{4}$时， y随 x的增大而减小；④当 $m\neq 0$时，函数图像过定点．其中正确的结论有 _____ .

五、解答题

（本大题共3个小题，共30分）

26. 某市为了进一步改善居民的生活环境和城市面貌，决定增加公园 A和公园 B的绿化面积，要对两个公园各铺设一块新草坪，从市园林管理处得知：公园 A新草坪的面积比 B新草坪的面积的 2倍少 200m^2公园 B新草坪的面积比公园 A新草坪的面积的 $\frac{1}{3}$多 $400m^2$.

（1）分别求出公园 A、 B需铺设新草坪的面积．

（2）已知甲、乙两地分别有同种草皮 1600m^2和 1200m^2出售，且售价相同，市园林管理处从甲、乙两地购买草皮，其路程和运费单价如下表：

	公园 A		公园 B	
	路程（千米）	运费单价（元）	路程（千米）	运费单价（元）
甲地	30	0.25	20	0.25
乙地	25	0.3	40	0.3

（注：运费单价指将每平方米草皮运送 1千米所需的费用）

请设计出使总运费最省的草皮运送方案，并求出最省总运费．

27. 点 P在图形 M上，点 Q在图形 N上记 $d_{\max}(M,N)$为线段 PQ长度的最大值， $d_{\min}(M,N)$为线段 PQ长度的最小值，图形 M， N的平均距离 $Ed(M,N)=\frac{d_{\max}(M,N)+d_{\min}(M,N)}{2}$.

（1）

在平面直角坐标系 xOy 中，$\odot O$ 是以 O 为圆心，2 为半径的圆，且 $A(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$B(2,2\sqrt{3})$，求 $Ed(A,\odot O)$ 及 $Ed(B,\odot O)$．（直接写出答案即可）

（2）半径为 1 的 $\odot C$ 的圆心 C 与坐标原点 O 重合，直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 与 x 轴交于点 D，与 y 轴交于点 F，记线段 DF 为图形 G，求 $Ed(G,\odot C)$．

（3）在（2）的条件下，如果 $\odot C$ 的圆心 C 从原点沿 x 轴向右移动，$\odot C$ 的半径不变，且 $Ed(G,\odot C)=\frac{5}{2}$，求圆心 C 的横坐标．

28. 如图 1，已知直线 $y=kx$ 与抛物线 $y=-\frac{4}{27}x^2+\frac{22}{3}$ 交于点 $A(3,6)$．

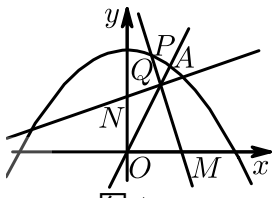


图 1

（1）求直线 $y=kx$ 的解析式和线段 OA 的长度．

（2）点 P 为抛物线第一角限内的动点，过点 P 作直线 PM，交 x 轴于点 M（点 M O 不重合），交直线 OA 于点 Q，再过点 Q 作直线 PM 的垂线，交 y 轴于点 N．试探究：线段 QM 与线段 QN 的长度之比是否为定值？如果是，求出这个定值．如果不是，说明理由．

（3）如图 2，若点 B 为抛物线上对称轴右侧的点，点 E 在线段 OA 上（与点 O A 不重合），点 $D(m,0)$ 是 x 轴正半轴上的动点，且满足 $\angle BAE=\angle BED=\angle AOD$，求出 B 点坐标，并探究，m 在什么范围时，符合条件的 E 点的个数分别是 1 个，2 个．

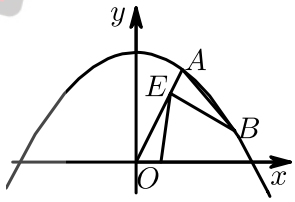


图 2