

2017年四川成都金牛区成都实验外国语学校自主招生数学试卷

一、选择题

每小题4分，共40分

1. 根据调查，某市 2016年的房价为 9000元/平方米，预计 2018年的房价将达到 11000元/平方米，求这两年的平均增长率，设年平均增长率为 x ，根据题意，所列方程为（ ）。

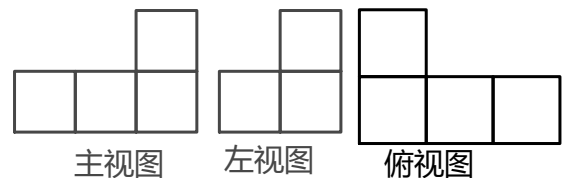
A. $9000(1+x) = 11000$ B. $9000(1+x)^2 = 11000$ C. $9000(1-x) = 11000$ D. $9000(1-x)^2 = 11000$

2. 关于 x 的方程 $ax^2 - (3a+1)x + 2(a+1) = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 ，且有

$x_1 - x_1x_2 + x_2 = 1 - a$ ，则 a 的值是（ ）。

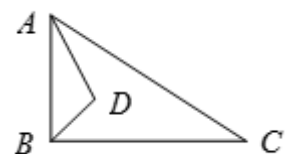
A. 1 B. -1 C. 1或-1 D. 2

3. 一个几何体由若干个小立方块搭成，它的主视图、左视图、俯视图分别如下，则搭出这个几何体的小立方块的个数是（ ）。



A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

4. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB \perp BC$ ， $AB = 3$ ， $BC = 4$ ， D 为 $\triangle ABC$ 的内心，则 $\triangle ABD$ 的面积是（ ）。



A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. 2

5. 对于任意的 $-1 \leq x \leq 1$ ， $ax + 2a - 3 > 0$ 恒成立， a 的取值范围为（ ）。

A. $a > 1$ 或 $a = 0$ B. $a > 3$ C. $a > 3$ 或 $a = 0$ D. $1 < a < 3$

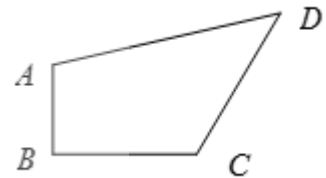
6. 一个平面封闭图形内（含边界）任意两点距离的最大值称为该图形的“直径”，封闭图形的周长与直径之比称为图形的“周率”，下面四个图形，正三角形、正方形、正六边形、圆的周率分别记为 a_1, a_2, a_3, a_4 ，则下列关系正确的是（ ）。

- A. $a_4 > a_2 > a_3$ B. $a_4 > a_1 > a_2$ C. $a_1 > a_2 > a_3$ D. $a_2 > a_3 > a_4$

7. $\triangle ABO$ 的顶点坐标分别为 $A(1, 4), B(2, 1), C(0, 0)$ ，若将 $\triangle ABO$ 绕点 O 按逆时针方向转 90° ，得到 $\triangle A'B'O'$ ，那么线段 $A'B'$ 的中点的坐标为（ ）。

- A. $(-\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$ B. $(-2, \frac{3}{2})$ C. $(-2, 2)$ D. $(-\frac{5}{2}, 2)$

8. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \perp BC, AB = 3, BC = 4, CD = 5, AD = 5\sqrt{2}$ ，则 BD 等于（ ）。



- A. $5\sqrt{3}$ B. $\sqrt{59}$ C. $\sqrt{65}$ D. 8

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D, E 分别为 BC, AB 的中点， F 在 AC 上且 $AF = 2FC$ ， AD 与 EF 交于点 G ，则 $S_{\triangle AEG} : S_{\text{四边形}DCFG} = ()$ 。

- A. 3 : 7 B. 4 : 9 C. 5 : 11 D. 6 : 13

10. 将函数 $y = 3x + b$ (b 为常数) 的图象位于 x 轴下方的部分沿 x 轴翻折至其上方后，所得的折线是函数 $y = |3x + b|$ 的图象，若该图象在直线 $y = 3$ 下方的点的横坐标 x 满足 $0 < x < 3$ ，则 b 的取值范围为（ ）。

- A. $b < -6$ 或 $b > -3$ B. $b \leq -6$ 或 $b \geq -3$ C. $-6 < b < -3$ D. $-6 \leq b \leq -3$

11. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)经过坐标原点，当 $x = -1$ 时， $-2 \leq y \leq 1$ ；当 $x = 2$ 时， $0 \leq y \leq 4$ ；则当 $x = 1$ 时， y 的取值范围是（ ）。

- A. $-\frac{4}{3} \leq y \leq -\frac{1}{3}$ B. $-\frac{4}{3} \leq y \leq 3$ C. $-\frac{1}{3} \leq y \leq 2$ D. $-\frac{1}{3} \leq y \leq 3$

12. 已知 a, b 为有理数， m, n 分别表示 $5 - \sqrt{7}$ 的整数部分与小数部分，且 $amn + bn^2 = 1$ ，则 $2a + b = ()$ 。

- A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. $\frac{5}{2}$

每小题4分，共40分

13. 已知实数 x 、 y ，且满足 $\sqrt{1+x} = (y-1)\sqrt{1-y}$ ，则 $x^{2017} - y^{2017} = \underline{\hspace{2cm}}$.
14. 关于 x 的方程 $a(x-m)^2 + b = 0$ 的解是 $x_1 = 1$ ， $x_2 = -2$ (a 、 m 、 b 均为常数， $a \neq 0$)，则方程 $a(x-m+2)^2 + b = 0$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
15. 若 $a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{3}$ ，则 $a - \frac{1}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$.
16. 若点 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上且 $x_1 x_2 < 0$ ，以线段 AB 为直径的圆的面积为 S ，则 S 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
17. 已知 a 是方程 $x^2 + x = 1 = 0$ 的一个根，则 $\frac{2}{a^2 - 1} - \frac{1}{a^2 - a} = \underline{\hspace{2cm}}$.
18. 若 $|x+2| + |x-3| \geq a$ 对任意实数 x 都成立，则 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
19. 水平相当的甲乙二人进行乒乓球比赛，赛制为五局三胜制，则甲以 3:1 战胜乙的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
20. 给定函数 $y = \frac{3x-1}{x-1}$ ，下列说法正确的有 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (1) 不等式 $y > 0$ 的解为 $x < \frac{1}{3}$ 或 $x > 1$;
 - (2) 无论 t 为何值，方程 $y = t$ 一定有解;
 - (3) 若点 (x_1, y_1) ， (x_2, y_2) 在该函数图象上且 $x_1 < x_2$ ，则 $y_1 > y_2$;
 - (4) 经过原点的直线和该函数的图象一定有交点;
 - (5) 该函数的图象既是中心对称图形，又是轴对称图形.

三、解答题

21. 计算:

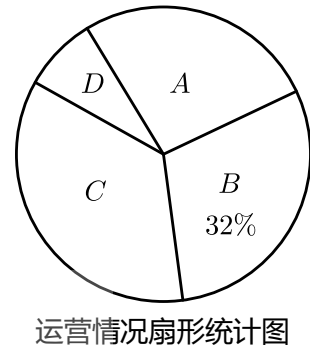
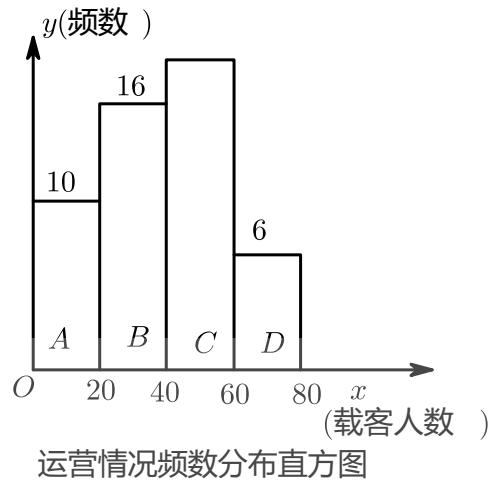
$$(1) \text{ 计算: } \left| \sqrt{2} - \frac{3}{2} \right| + \sqrt{27} + (3-\pi)^0 - 4 \tan 60^\circ + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} - \left(\frac{2}{5} \right)^{-1} .$$

$$(2) \text{ 先化简, 再求值: } \left(x - 2 - \frac{5}{x+2} \right) \div \frac{x-3}{2x+4}, \text{ 其中 } x = \sqrt{2} - 3 .$$

$$(3) \text{ 解关于 } x \text{ 的不等式组: } \begin{cases} -3(x-2) \leq 4-x \\ \frac{2x+1}{-3} > x-1 \end{cases} .$$

$$(4) \frac{1}{x-4} - \frac{2}{x-3} - \frac{3}{x-2} + \frac{4}{x-1} = 0 .$$

22. 为解决交通拥堵问题, 公交公司新开通了一条 555 路公交汽车线路, 为了解 555 路公交汽车的运营情况, 公交公司统计了某天 555 路公共汽车每个运行班次的载客量, 并按载客量的多少分成 A, B, C, D 四组, 得到如下统计图:

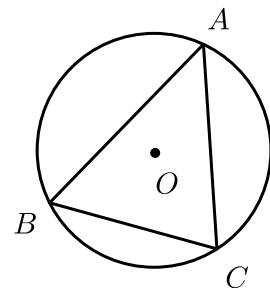


- (1) 求 A 组对应扇形圆心角的度数, 并写出这天载客量的中位数所在的组.
 (2) 求这天 555 路公共汽车平均每班的载客量.

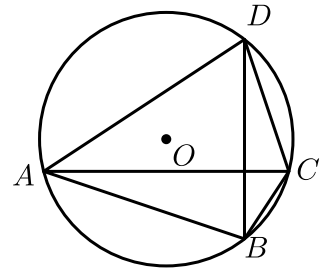
23. 已知某函数的图象只在第二、四象限, 图象上任意一点 P 向 x 轴作垂线, 垂足为 A , $\triangle AOP$ 的面积为 3.

- (1) 求函数的解析式.
 (2) 若 P 点横坐标为 2, 将点 P 沿 x 轴方向平移 3 个单位, 再沿 y 轴平移 n ($n > 0$) 个单位得到点 P' , 使点 P' 恰好在该函数的图象上, 求 n 的值和点 P 沿 y 轴平移得方向.

24. 如图, 圆 O 的半径为 R , 其内接锐角三角形 ABC 中, 角 A 、 B 、 C 所对的边分别为 a 、 b 、 c .



- (1) 求证: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.
 (2) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, $AC = \sqrt{2}$, 利用 (1) 的结论求 BC 长和 $\sin A$ 的值.



26. 过点 $F(0, 1)$ 的直线与二次函数 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的图象交于 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 两点.

(1) 求证： $y_1 y_2$ 为定值.

(2) 设 P 为二次函数 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的图象上的动点，求证：点 P 到点 F 的距离等于点 P 到定直线 $l: y = -1$ 的距离.

(3) 求证：定直线 $l: y = -1$ 是以线段 AB 为直径的圆的切线.

