专题 9　分式方程中的参数问题

题型一　由分式方程解的情况求参数的值或取值范围

【典例 1】（2019•淅川县期末）若关于 x 的方程 $\frac{2m-3}{x-1}-\frac{x}{x-1}=0$ 无解，则 m 的值是（　　）

A．3　　B．2　　C．1　　D．－1

【点拨】分式方程去分母转化为整式方程，由分式方程无解得到 $x-1=0$，求出 x 的值，代入整式方程求出 m 的值即可．

【解析】解：去分母得：$2m-3-x=0$，

由分式方程无解，得到 $x-1=0$，即 $x=1$，

把 $x=1$ 代入整式方程得：$2m-4=0$，

解得：$m=2$，

故选：B．

【典例 2】（2019•吉安县期末）若 $\frac{m}{x-3}-\frac{1-x}{3-x}=0$ 无解，则 m 的值是（　　）

A．3　　B．－3　　C．－2　　D．2

【点拨】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 m 的值，经检验即可得到分式方程的解．

【解析】解：去分母得：$m-x+1=0$，

由分式方程无解，得到 $x-3=0$，即 $x=3$，

把 $x=3$ 代入整式方程得：$m=2$，

故选：D．

【典例 3】（2019•齐齐哈尔）关于 x 的分式方程 $\frac{2x-a}{x-1}-\frac{1}{1-x}=3$ 的解为非负数，则 a 的取值范围为 $a\leqslant 4$ 且 $a\neq 3$ ．

【点拨】根据解分式方程的方法和方程 $\frac{2x-a}{x-1}-\frac{1}{1-x}=3$ 的解为非负数，可以求得 a 的取值范围．

【解析】解：$\frac{2x-a}{x-1}-\frac{1}{1-x}=3$，

方程两边同乘以 $x-1$，得

$2x-a+1=3(x-1)$，

去括号，得

$2x-a+1=3x-3$，

移项及合并同类项，得

$x=4-a$，

∵关于 x 的分式方程 $\frac{2x-a}{x-1}-\frac{1}{1-x}=3$ 的解为非负数，$x-1\neq 0$，

∴ $\begin{cases}4-a\geq 0\\(4-a)-1\neq 0\end{cases}$，

解得，$a\leq 4$ 且 $a\neq 3$，

故答案为：$a\leq 4$ 且 $a\neq 3$．

【典例 4】（2019•江阴市期中）若分式方程 $\frac{x-2}{x-3}-2=\frac{m}{x-3}$ 有增根，则 m 的值为__1__．

【点拨】增根是分式方程化为整式方程后产生的使分式方程的分母为 0 的根．把增根代入化为整式方程的方程即可求出 m 的值．

【解析】解：方程的两边都乘以（$x-3$），得

$x-2-2(x-3)=m$，

化简，得

$m=-x+4$，

原方程的增根为 $x=3$，

把 $x=3$ 代入 $m=-x+4$，

得 $m=1$，

故答案为：1．

【典例 5】（2019•江都区四模）若关于 x 的分式方程 $\frac{1}{x-2}-\frac{m}{2-x}=1$ 的解是正数，求 m 的取值范围．

【点拨】分式方程去分母转化为整式方程，表示出整式方程的解，由分式方程的解为正数确定出 m 的范围即可．

【解析】解：去分母得：$1+m=x-2$，

解得：$x=m+3$，

由分式方程的解为正数，得到 $m+3>0$，且 $m+3\neq 2$，