冲刺小卷 13　二次函数

一、选择题

1．（2019•翁牛特旗期中）二次函数 $y=\frac{1}{2}(x-4)^2+5$ 的图象的开口方向、对称轴、顶点坐标分别是

A．向上，直线 $x=4$，（4，5）　　B．向上，直线 $x=-4$，（－4，5）

C．向上，直线 $x=4$，（4，－5）　　D．向下，直线 $x=-4$，（－4，5）

【答案】A

【解析】二次函数 $y=\frac{1}{2}(x-4)^2+5$ 的图象的开口向上、对称轴为直线 $x=4$、顶点坐标为（4，5）．

2．（2019•通城县模拟）已知二次函数 $y=ax^2+bx+3$ 自变量 x 的部分取值和对应函数值 y 如表：

x	…	－2	－1	0	1	2	3	…
y	…	－5	0	3	4	3	0	…

则在实数范围内能使得 $y+5>0$ 成立的 x 取值范围是

A．$x>-2$　　B．$x<-2$　　C．$-2<x<4$　　D．$x>-2$ 或 $x<4$

【答案】C

【解答】解：∵$y+5>0$.∴$y>-5$，

观察表中数据可得该二次函数的对称轴为 $x=1$∵$1-(-2)=3$，$1+3=4$，

∴当 $x=-2$ 时的函数值与当 $x=4$ 时的函数值相等∵$x=-2$ 时，$y=-5$，

∴$x=4$ 时，$y=-5$ 观察表中数据，可知函数为开口向下的二次函数，

∴当 $-2<x<4$ 时，$y>-5$，即 $y+5>0$．

3．（2019•碑林区模拟）将二次函数 $y=x^2$ 的图象先向下平移 2 个单位，再向右平移 1 个单位，得到的图象与一次函数 $y=2x+b$ 的图象有公共点，则实数 b 的取值范围是

A．$b\geq-5$　　B．$b>-5$　　C．$b\geq5$　　D．$b>5$

【答案】A

【解析】由题意得：平移后得到的二次函数的解析式为：$y=(x-1)^2-2$，

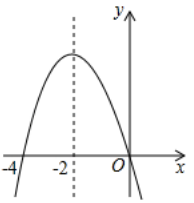
则 $\begin{cases}y=(x-1)^2-2\\y=2x+b\end{cases}$，

$(x-1)^2-2=2x+b$，$x^2-4x-1-b=0$，

$\triangle=(-4)^2-4\times1\times(-1-b)\geq0$，$b\geq-5$．

4．（2019•望花区四模）在平面直角坐标系中，二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象如图所示，现给出下

列结论：①$ab<0$；②$b^2-4ac>0$；③$9a-3b+c<0$；④$b-4a=0$；⑤$ax^2+bx=0$ 的两个根为 $x_1=0$，$x_2=-4$，其中正确的结论有



A．①③④　　B．②④⑤　　C．①②⑤　　D．②③⑤

【答案】B

【解析】∵抛物线开口向下，∴$a<0$，

∵$-\frac{b}{2a}=-2$，∴$b=4a$，$ab>0$，∴$b-4a=0$，∴①错误，④正确，

∵抛物线与 x 轴交于 -4，0 处两点，∴$b^2-4ac>0$，方程 $ax^2+bx=0$ 的两个根为 $x_1=0$，$x_2=-4$，

∴②⑤正确，∵当 $x=-3$ 时 $y>0$，即 $9a-3b+c>0$，∴③错误，

故正确的有②④⑤．故选 B．

二、填空题

5．（2020•武汉模拟）在直角坐标系中，将抛物线 $y=-x^2-2x$ 先向下平移一个单位，再向右平移一个单位，所得新抛物线的解析式为_____．

【答案】$y=-x^2$．

【解析】抛物线 $y=-x^2-2x=-(x+1)^2+1$，它的顶点坐标为（-1，1），把点（-1，1）先向下平移一个单位，再向右平移一个单位得到对应点的坐标为（0，0），所以新的抛物线解析式是 $y=-x^2$．

6．（2019•河南模拟）二次函数 $y=-(x+\sqrt{3})^2+2$ 的图象上有三个点，分别为 $A(-2,y_1)$，$B(-1,y_2)$，$C(1,y_3)$，则 y_1，y_2，y_3 的大小关系是_____．

【答案】$y_3<y_2<y_1$．

【解析】∵二次函数的解析式 $y=-(x+\sqrt{3})^2+2$，

∴该二次函数的抛物线开口向下，且对称轴为 $x=-\sqrt{3}$．

∵$A(-2,y_1)$，$B(-1,y_2)$，$C(1,y_3)$ 为二次函数 $y=-(x+\sqrt{3})^2+2$ 的图象上三个点，

且三点横坐标距离对称轴 $x=1$ 的距离远近顺序为：$C(1,y_3)$、$B(-1,y_2)$、$A(-2,y_1)$，

∴三点纵坐标的大小关系为：$y_3<y_2<y_1$．

7．（2019•市南区二模）某商场将每件进价为 80 元的某种商品原来按每件 100 元出售，一天可售出 100 件．后来经过市场调查，发现这种商品单价每降低 1 元，其销量可增加 10 件，则商场按元销售时可获得最大利润_____．

【答案】95

【解析】设售价为 x 元，总利润为 w，根据题意可得：

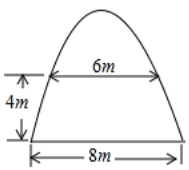
$w=(x-80)[100+10(100-x)]$

$=-10x^2+1900x-88000$

$=-10(x-95)^2+2250$，

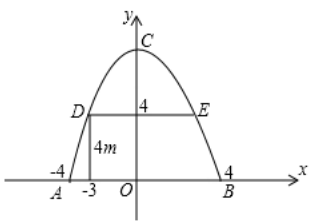
故商场按 95 元销售时可获得最大利润 2250 元．

8．（2019•南关区二模）如图，有一个横截面边缘为抛物线的水泥门洞，门洞内的地面宽度为 8m，两侧距地面 4m 高处各有一盏灯，两灯间的水平距离为 6m，则这个门洞的高度为_____m．（精确到 0.1m）



【答案】9.1

【解析】建立如图所示的平面直角坐标系．



由题意可知各点的坐标，$A(-4,0)$，$B(4,0)$，$D(-3,4)$．

设抛物线的解析式为：$y=ax^2+c$（$a\neq0$），把 $B(4,0)$，$D(-3,4)$ 代入，

得$\begin{cases}16a+c=0\\9a+c=4\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=-\frac{4}{7}\\c=\frac{64}{7}\end{cases}$，∴该抛物线的解析式为：$y=-\frac{4}{7}x^2+\frac{64}{7}$，则 $C(0,\ \frac{64}{7})$．

∵ $\frac{64}{7}$ m≈9.1m.

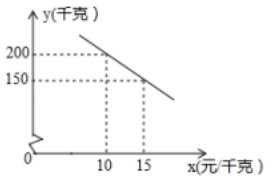
三、解答题

9．（2019•方城县二模）我县某乡镇实施产业扶贫，帮助贫困户承包田地种植“黄金梨”，已知该黄金梨的成本价为 8 元/千克，到了收获季节投入市场销售时，通过调查市场行情发现销售该黄金梨不会亏本，且每天的销售量 y（千克）与销售单价 x（元）之间的函数关系如图所示．

（1）求 y 与 x 的函数关系式，并写出 x 的取值范围；

（2）当黄金梨定价为多少元时，每天销售获得的利润最大？最大利润是多少？

（3）某农户今年共采摘黄金梨 4800 千克，若黄金梨的保质期为 40 天，则按（2）中的方式进行销售，能否销售完这批黄金梨？请说明理由．



【解析】（1）设 y 与 x 的函数关系为 $y=kx+b$，

将（10，200），（15，150）代入，得

$$\begin{cases}10k+b=200\\15k+b=150\end{cases}\text{，}\quad\begin{cases}k=-10\\b=300\end{cases}\text{，}$$

∴y 与 x 的函数关系式为 $y=-10x+300$（$8\leqslant x\leqslant 30$）．

（2）设每天销售获得利润为 w 元，根据题意，得 $w=(x-8)(-10x+300)$

$=-10x^2+380x-2400=-10(x-19)^2+1210$

∵$-10<0$，当 $x=19$ 时，w 有最大值为 1210，

答：黄金梨定价为 19 元时，每天销售获得的利润最大，最大利润是 1210 元．

（3）根据题意，得当定价 19 元时，$-10x+300=110$．

$110\times 40=4400<4800$ 答：不能销售完这批黄金梨．

10．（2019•方城县二模）已知：如图，抛物线 $y=ax^2+bx+6$ 与 x 轴交于点 B（6，0），C（-2，0），与 y 轴交于点 A．

（1）求抛物线的解析式；

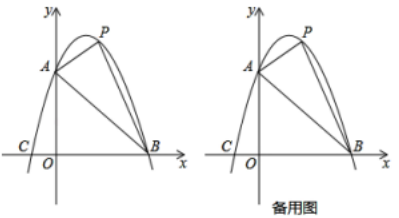
（2）如图①，点 P 是线段 AB 上方抛物线上的一个动点，连结 PA、PB．设△PAB 的面积为 S，点 P

的横坐标为 m．

①试求 S 关于 m 的函数关系式；

②请说明当点 P 运动到什么位置时，$\triangle PAB$ 的面积有最大值？

③过点 P 作 x 轴的垂线，交线段 AB 于点 D，再过点 P 做 $PE/\!/x$ 轴交抛物线于点 E，连结 DE，请问是否存在点 P 使$\triangle PDE$为等腰直角三角形？若存在，请直接写出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由．



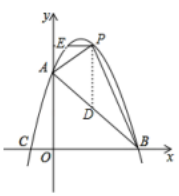
备用图

【解析】（1）抛物线的表达式为：$y=a(x-6)(x+2)=a(x^2-4x-12)$，

故 $-12a=6$，解得：$a=-\frac{1}{2}$，

故抛物线的表达式为：$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$；

（2）①过点 P 作 x 轴的垂线交 AB 于点 D，



由点 A（0，6）、B 的坐标可得，直线 AB 的表达式为：$y=-x+6$，

设点 P（m，$-\frac{1}{2}m^2+2m+6$），则点 D（m，$-m+6$），

$S=\frac{1}{2}\times PD\times OB=3PD=3(-\frac{1}{2}m^2+2m+6+m-6)=-\frac{3}{2}m^2+9m=-\frac{3}{2}(m-3)^2+\frac{27}{2}$，

②$S=-\frac{3}{2}m^2+9m$，$\because -\frac{3}{2}<0$，故 S 有最大值，此时 m=3；

③$\triangle PDE$为等腰直角三角形，则 $PE=PD$，点 P（m，$-\frac{1}{2}m^2+2m+6$），

函数的对称轴为：$x=2$，则点 E 的横坐标为：$4-m$，则 $PE=|2m-4|$，

即$-\frac{1}{2}m^2+2m+6+m-6=|2m-4|$，

解得：m=4 或 -2 或 $5+\sqrt{17}$ 或 $5-\sqrt{17}$（舍去 -2 和 $5+\sqrt{17}$）

故点P的坐标为：（4，6）或（$5-\sqrt{17}$，$3\sqrt{17}-5$）．