二、填空

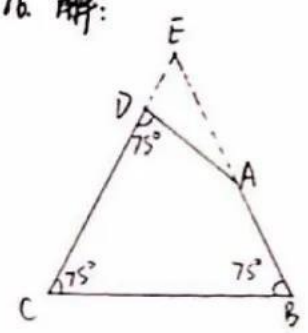
13. ④⑤

14. $(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$

15. $\frac{4039}{2}$ （$n\le2020$时，$a_n+a_{4041-n}=1$）

16. $(\sqrt{6}-\sqrt{2},\sqrt{6}+\sqrt{2})$

16. 解：



延长BA，CD交于点E，$\because\angle C=\angle B=75°$ $\therefore$等腰$\triangle ECB$

$\therefore\angle E=30°$，$\angle EDA=105°$，$\angle EAD=45°$，设$AD=x$

由正弦定理，可得$AE=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}x$，$ED=\frac{\sqrt{2}}{2}x$

设$AB=a$ $\therefore EB=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}x+a$

$\because BC=2$，等腰$\triangle ECB$ $\therefore EB\sin15°=1$

$\Rightarrow\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}x+a=\sqrt{6}+\sqrt{2}$ 可知$x\in(0,4)$

又$\because EC=EB$ $\therefore CD=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}x+m-\frac{\sqrt{2}}{2}x=\sqrt{6}+\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}x$

$\therefore CD\in(\sqrt{6}-\sqrt{2},\sqrt{6}+\sqrt{2})$

三、解答

17. 解：(1) $\vec{x}=k\vec{a}-3\vec{b}=(-12-k,3k-6)$ $\vec{y}=\vec{a}+\vec{b}=(3,5)$

$\because\vec{x}\parallel\vec{y}$ $\therefore 9k-18=-60-5k\Rightarrow k=-3$

(2) $\vec{x}\cdot\vec{y}=12k-66$ $|\vec{x}|=\sqrt{10k^2-12k+180}$ $|\vec{y}|=\sqrt{34}$

$\because$夹角为钝角 $\therefore\cos\langle\vec{x},\vec{y}\rangle\in(-1,0)$

$$\cos\langle\vec{x},\vec{y}\rangle=\frac{\vec{x}\cdot\vec{y}}{|\vec{x}||\vec{y}|}=\frac{12k-66}{\sqrt{34}\cdot\sqrt{10k^2-12k+180}}$$

$\cos\langle\vec{x},\vec{y}\rangle<0\Rightarrow k<\frac{11}{2}$

$\cos\langle\vec{x},\vec{y}\rangle>-1\Rightarrow(k+3)^2>0$ 即$k\neq-3$

综上 $k<\frac{11}{2}$且$k\neq-3$

扫描全能王 创建

22. 解 1)∵ $\frac{1}{3}a_n \le a_{n+1} \le 3a_n$

$\therefore \begin{cases} \frac{1}{3}a_2 \le a_3 \le 3a_2 \\ \frac{1}{3}a_3 \le a_4 \le 3a_3 \end{cases} \Rightarrow 2 \le a_3 \le 9 \quad \therefore x \in [2,9]$

2) ∵ 等比数列 $\{a_n\}$ $\therefore a_n \neq 0$ 又∵ $\frac{a_n}{3} \le 3a_n$ $\therefore a_n > 0$

$\therefore \frac{1}{3}S_n \le S_{n+1}$ 恒成立

又∵ $\frac{1}{3}a_n \le a_{n+1} \le 3a_n$，等比数列 $\{a_n\}$ $\therefore \frac{1}{3} \le q \le 3$

1° $q=1$ 时，$S_n = n$，$S_{n+1} = n+1$

$n+1 \le 3n$ 即 $S_{n+1} \le 3S_n$ 恒成立 $\therefore$ 满足

2° $q \neq 1$ 时，$S_{n+1} \le 3S_n$ 即 $\frac{1-q^{n+1}}{1-q} \le 3 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$ 恒成立

① $1 < q \le 3$ 时，则 $(3-q)\cdot q^n \ge 2$ 恒成立

∵ $q^n \ge q$，$n \in N^*$ $\therefore (3-q)q \ge 2 \Rightarrow 1 < q \le 2$

② $\frac{1}{3} \le q < 1$ 时，则 $(3-q)\cdot q^n \le 2 \Rightarrow \frac{1}{3} \le q < 1$

综上 $q \in [\frac{1}{3}, 2]$

3) 设公差为 d，$\frac{1}{3}a_n \le a_{n+1} \le 3a_n$，且 $a_1 = 1$

得 $\frac{1}{3}[1+(n-1)d] \le 1 \le 3[1+(n-1)d]$

$\therefore \begin{cases} (2n+1)d \ge -2 \\ (2n-3)d \ge -2 \end{cases}$ 当 $n=1$ 时，$-\frac{2}{3} \le d \le 2$

当 $n \ge 2$ 时，$\frac{-2}{2n+1} > \frac{-2}{2n-3}$ $\therefore d \ge \frac{-2}{2n+1}$

$\therefore 2020 = ka_1 + \frac{k(k-1)}{2}d \ge k + \frac{k(k-1)}{2} \cdot \frac{-2}{2k-1}$

即 $k^2 - 4040k + 2020 \le 0$ 得 $k \le 4039$ $(k \in Z)$ $\therefore k_{max} = 4039$

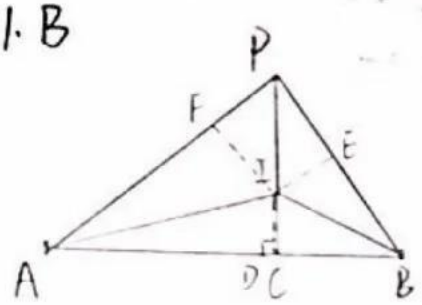
学而思 武汉分校

扫描全能王 创建

一、选择

1~5 D A B B B　　6~10 A D A B D

11. B



$\vec{BI}=\vec{BA}+\vec{AI}$ 则 $\vec{AI}=\lambda\left(\frac{\vec{AC}}{|\vec{AC}|}+\frac{\vec{AP}}{|\vec{AP}|}\right)$

即AI为∠PAB的角平分线

则I为△PAB角平分线交点

作三边垂线ID, IE, IF, 由三角形内心性质

设$|PE|=|PF|=x$, $|BD|=|BE|=y$, $|AF|=|AD|=z$

∵$|\vec{PA}|-|\vec{PB}|=4$, $|\vec{PA}-\vec{PB}|=10=|\vec{BA}|$

$\Rightarrow\begin{cases}(x+z)-(x+y)=4\\ y+z=10\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=3\\ z=7\end{cases}$

则 $\frac{\vec{BI}\cdot\vec{BA}}{|\vec{BA}|}=|BD|=y=3$　　故选B

12. A　　若n为偶数

$S_n=(a_1+a_2)+(a_3+a_4)+\cdots+(a_{n-1}+a_n)$

$=(2\times1+3)+\cdots+(2\times(n-1)+3)$

$=\frac{2n+6}{2}\cdot\frac{n}{2}=\frac{n(n+3)}{2}$

∵$S_n=800$　当$n=50$时 $S_{50}=1325>1300$

$n=52$时 $S_{52}=1430>1300$ 舍

∵$a_2<3$　∴$n=49$　故选A

若n为奇数

$S_n=a_1+(a_2+a_3)+\cdots+(a_{n-1}+a_n)$

$=5-a_2+(2\times2+3)+\cdots+(2\times(n-1)+3)$

$=5-a_2+\frac{(n+3)(n-1)}{2}$

$S_{51}=1380-a_2=1300\Rightarrow a_2=80$

$S_{49}=1277-a_2=1300\Rightarrow a_2=-23$

扫描全能王 创建

20解(1) 由题知 $S=c^2-(a-b)^2=\frac{1}{2}ab\sin C$

余弦定理 $\Rightarrow \frac{1}{2}ab\sin C=2ab-2ab\cos C$

$\frac{1}{2}\sin C+2\cos C=2$

解得 $\sin C=\frac{8}{17}$, $\cos C=\frac{15}{17}$

$\therefore \tan C=\frac{8}{15}$

(2) $\because R(\sin A+\sin B)=1$

$\therefore \frac{a}{2}+\frac{b}{2}=1 \Rightarrow a+b=2\geq 2\sqrt{ab}$

$\therefore ab\in(0,1]$，当且仅当 $a=b=1$ 时取等

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{4}{17}ab\leq\frac{4}{17}$

$\therefore$ 三角形面积 S 的最大值为 $\frac{4}{17}$

21. 解(1) $\cos\angle ACB=\frac{|\vec{AC}|^2+|\vec{BC}|^2-|\vec{AB}|^2}{2|\vec{AC}|\cdot|\vec{BC}|}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{1+4-|\vec{AB}|^2}{2\times1\times2}\Rightarrow|\vec{AB}|=\sqrt{3}$

(2) ① $\vec{AE}=\vec{AC}+\vec{CE}=\vec{AC}+\vec{CB}+\vec{BE}=\vec{AC}+\frac{1}{2}\vec{CB}=\frac{1}{2}\vec{CB}-\vec{CA}$

$\vec{CD}=\vec{CA}+\vec{AD}=\vec{CA}+\frac{1}{2}\vec{AB}=\vec{CA}+\frac{1}{2}(\vec{CB}-\vec{CA})=\frac{1}{2}\vec{CB}+\frac{1}{2}\vec{CA}$

$\therefore \vec{AE}\cdot\vec{CD}=(\frac{1}{2}\vec{CB}-\vec{CA})(\frac{1}{2}\vec{CB}+\frac{1}{2}\vec{CA})=\frac{1}{4}$

② 同① $\vec{AE}=(1-\lambda)\vec{CB}-\vec{CA}$ $\vec{CD}=\lambda\vec{CB}+(1-\lambda)\vec{CA}$

$\therefore \vec{AE}\cdot\vec{CD}=[(1-\lambda)\vec{CB}-\vec{CA}]\cdot[\lambda\vec{CB}+(1-\lambda)\vec{CA}]$

$=-3\lambda^2+2\lambda$

当 $\vec{AE}\perp\vec{CD}$ 时，有 $\vec{AE}\cdot\vec{CD}=0\Rightarrow-3\lambda^2+2\lambda=0$

解得 $\lambda=\frac{2}{3}$ 或 0

又 $\because\lambda\neq0$ $\therefore\lambda=\frac{2}{3}$

学而思 武汉分校

扫描全能王 创建