武汉市第十一中学2020年高一期中考试

高一数学参考答案

一、选择题：BBCDA　CBCCB　BB

二、填空题：13．11　14．$\frac{2}{3}$　15．$-2\le m\le 4$　16．$\frac{9}{8}$

三、解答题：

17．解：法一：由题意，$a>b>c$，$a-b=p>0$，$b-c=q>0$，则$a-c=p+q>0$，那么不等式转化为$\frac{2}{p}+\frac{1}{q}\ge\frac{m}{q+p}$，则有 $\frac{2q+p}{qp}\ge\frac{m}{q+p}$，可得：$\frac{2q^2+3pq+p^2}{pq}\ge m$

即$\frac{2q}{p}+\frac{p}{q}+3\ge 3+2\sqrt{\frac{2q}{p}\times\frac{p}{q}}=3+2\sqrt{2}$.(当且仅当$\sqrt{2}q=p$时取等号)

∴实数 m 的最大值为$3+2\sqrt{2}$.

法二：由题意，$a-b>0$，$b-c>0$，$a-c>0$，

∴ $\frac{2}{a-b}+\frac{1}{b-c}\ge\frac{m}{a-c}$转化为：$\frac{2(a-c)}{a-b}+\frac{a-c}{b-c}\ge m$.

可得：$\frac{2(a-b+b-c)}{a-b}+\frac{a-b+b-c}{b-c}\ge m$.

分离：$2+\frac{2(b-c)}{a-b}+1+\frac{a-b}{b-c}\ge 3+2\sqrt{2}$.(当且仅当$(a-b)=\sqrt{2}(b-c)$时取等号)

∴实数 m 的最大值为$3+2\sqrt{2}$.

18．解：（1）∵A，B，C成等差数列，∴$A+C=2B$，

∵$A+B+C=\pi$，∴$B=\frac{1}{3}\pi$，

∵ $b^2=ac$，由正弦定理有：∴$\sin A\sin C=\sin^2 B=\frac{3}{4}$；

（2）由（1）可知，$\sin A\sin C=\frac{3}{4}$，∴$\sin A\sin(120^\circ-A)=\frac{3}{4}$，

∴$\sin A(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A+\frac{1}{2}\sin A)=\frac{3}{4}$，

∴$\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2A+\frac{1}{2}(1-\cos 2A)=\frac{3}{4}$，

∴$\sin(2A-\frac{\pi}{6})=1$，　∵$0<A<\frac{2\pi}{3}$，

∴$A=\frac{1}{3}\pi$，$B=\frac{1}{3}\pi$，即△ABC为正三角形，

∵$a=\sqrt{2}$，∴周长为$3\sqrt{2}$.

19．解：（1）∵$\vec{a}$与$\vec{b}-2\vec{c}$垂直，

∴$\vec{a}\cdot(\vec{b}-2\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}-2\vec{a}\cdot\vec{c}=0$，即$4\cos\alpha\sin\beta+4\sin\alpha\cos\beta-2(4\cos\alpha\cos\beta+4\sin\alpha\sin\beta)=0$，

学而思|武汉分校

$\therefore 4\sin(\alpha+\beta)-8\cos(\alpha+\beta)=0$，　$\therefore \tan(\alpha+\beta)=2$；

（2）$\because \vec{b}+\vec{c}=(\sin\beta+\cos\beta,4\cos\beta-4\sin\beta)$，

$\therefore |\vec{b}+\vec{c}|^2=(\sin\beta+\cos\beta)^2+(4\cos\beta-4\sin\beta)^2=17-30\sin\beta\cos\beta=17-15\sin 2\beta$，

$\therefore$ 当 $\sin 2\beta=-1$ 时，$|\vec{b}+\vec{c}|_{\max}=\sqrt{17+15}=4\sqrt{2}$.

20．答案：（1）$(-\infty,1)$；

（2）$a=0$ 时，$(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$

$0<a<1$ 时，$(-\infty,1)\cup(\dfrac{1}{1-a},+\infty)$

$a>1$ 时，$(\dfrac{1}{1-a},1)$

21．解：（I）$\because$ 在 ΔABC 中，$AD=DC=\dfrac{1}{2}AC$

$$\therefore \frac{S_{\Delta BDC}}{S_{\Delta ABC}}=\frac{\frac{1}{2}DC\cdot h}{\frac{1}{2}AC\cdot h}=\frac{DC}{AC}=\frac{1}{2}$$ ……（2 分）

又 $\because \sin\angle ABC=\sin\angle DBC$　$\therefore \dfrac{S_{\Delta BDC}}{S_{\Delta ABC}}=\dfrac{\frac{1}{2}BD\cdot BC\cdot\sin\angle DBC}{\frac{1}{2}AB\cdot BC\cdot\sin\angle ABC}=\dfrac{BD}{AB}=\dfrac{1}{2}$ ……（5 分）

（II）在 ΔABC 中，$AB^2=BC^2+AC^2-2BC\cdot AC\cdot\cos\angle BCD$

$=4^2+10^2-2\times4\times10\times\cos\angle BCD=116-80\cos\angle BCD$ ……①

在 ΔBDC 中，$BD^2=BC^2+DC^2-2BC\cdot DC\cdot\cos\angle BCD$

$=4^2+5^2-2\times4\times5\times\cos\angle BCD=41-40\cos\angle BCD$ ……②

而 $\dfrac{BD}{AB}=\dfrac{1}{2}$，即 $AB^2=4BD^2$ ……（8 分）

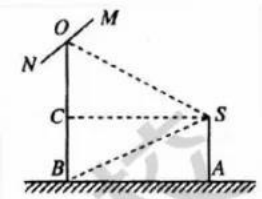
所以，$116-80\cos\angle BCD=4(41-40\cos\angle BCD)$　$\therefore \cos\angle BCD=\dfrac{3}{5}$ ……（9 分）

$\therefore \sin\angle BCD=\dfrac{4}{5}$ $\therefore S_{\Delta BDC}=\dfrac{1}{2}BC\cdot CD\sin\angle BCD=8$

学而思 | 武汉分校

又因为 $\frac{BE}{ED}=\frac{BC}{DC}=\frac{4}{5}$　$\therefore \frac{S_{\Delta BEC}}{S_{BDC}}=\frac{\frac{1}{2}BE\cdot BC\sin\angle DBC}{\frac{1}{2}BD\cdot BC\sin\angle DBC}=\frac{BE}{BD}=\frac{4}{9}$ ……（11 分）

$\therefore \frac{S_{\Delta CED}}{S_{BDC}}=\frac{5}{9}\therefore S_{\Delta CED}=\frac{5}{9}\times 8=\frac{40}{9}$ ……（12 分）



22．解：（1）如图，作 $SC\perp OB$ 于 C，依题意 $\angle CSB=30°,\angle ASB=60°$

又 $SA=\sqrt{3}$，故在 $Rt\triangle SAB$ 中，可求得 $AB=\frac{SA}{\tan 30°}=\frac{\sqrt{3}}{\tan 30°}=3$ ……2 分

即摄影爱好者到立柱的水平距离 AB 为 3 米 ……5 分

在 $Rt\triangle SCO$ 中，$SC=3$，$\angle CSO=30°$，$OC=SC\cdot tan30°=\sqrt{3}$，

又 $BC=SA=\sqrt{3}$，故 $OB=2\sqrt{3}$，

即立柱的高度 OB 为 $2\sqrt{3}$ 米 ……7 分

（2）存在 ……8 分

因为 $\cos\angle MOS=-\cos\angle NOS$，

所以 $\frac{MO^2+SO^2-SM^2}{2MO\cdot SO}=-\frac{NO^2+SO^2-SN^2}{2NO\cdot SO}$

于是得 $SM^2+SN^2=26$，从而

$cos\,\theta=\frac{SM^2+SN^2-MN^2}{2SM\cdot SN}\geq\frac{SM^2+SN^2-MN^2}{SM^2+SN^2}=\frac{11}{13}$

又 $\angle MSN$ 为锐角，

故当视角 $\angle MSN$ 取最大值时，$\cos\theta=\frac{11}{13}$ ……12 分

学而思 | 武汉分校