高一数学期中考试

一、选择题

1. 下列命题中，正确的是(　)

A. 若 $a>b$，则$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　B. 若 $ac>bc$，则 $a>b$

C. 若$\frac{a}{c^2}<\frac{b}{c^2}$，则 $a<b$　　D. 若 $a>b$，$c>d$，则 $ac>bd$

2. 在等差数列$\{a_n\}$中，已知$a_2=-8$，$a_4=-4$，则$a_{12}=$(　)

A. 10　B. 12　C. 14　D. 16

3. 已知全集为 R，集合 $A=\left\{x\left|(\frac{1}{2})^x\le 1\right.\right\}$，集合 $B=\{x|x^2-6x+8\le 0\}$，则 $A\cap C_RB=$(　　)

A. $\{x|x\le 0\}$　　B. $\{x|2\le x\le 4\}$

C. $\{x|0\le x<2$ 或 $x>4\}$　　D. $\{x|0<x\le 2$ 或 $x\ge 4\}$

4. 我国古代数学名著《算法统宗》中有如下问题：“远望巍巍塔七层，红光点点倍加增，共灯三百八十一，请问尖头几盏灯？”意思是：一座 7 层塔共挂了 381 盏灯，且相邻两层中的下一层灯数是上一层灯数的 2 倍，则塔的顶层共有灯(　)

A. 1 盏　　B. 3 盏　　C. 5 盏　　D. 9 盏

5. 设$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $a=acosB+bcosA$，则$\triangle ABC$ 的形状为(　)

A. 锐角三角形　B. 钝角三角形　C. 直角三角形　D. 等腰三角形

6.　有下列四个命题：

（1）对于非零$\vec{a}$，$\vec{b}$，若$\vec{a}\cdot\vec{b}>0$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为锐角

（2）若向量$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{CD}$是共线的向量，则点 A，B，C，D必在同一条直线上；

（3）若$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，则$\vec{a}=\vec{b}$或$\vec{a}=-\vec{b}$；

（4）若$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，则$\vec{a}=\vec{0}$或$\vec{b}=\vec{0}$；其中错误结论的个数是（　　）

A. 4　B. 3　C. 2　D. 1

7. 已知等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，且$S_5=3$，$S_{10}=12$，则$S_{15}=$（　　）

A．48　B．42　C．39　D．21

8. 已知点 $A(-1,1),B(1,2),C(-2,-1),D(3,4)$，则向量 $\overrightarrow{CD}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 方向上的投影为（　　）

A．$\frac{3\sqrt{2}}{2}$　B．$3\sqrt{5}$　C．$-\frac{3\sqrt{2}}{2}$　D．$-3\sqrt{5}$

9. 若两个等差数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的前 n 项和分别是S_n，T_n，已知$\frac{S_n}{T_n}=\frac{7n}{n+3}$，则$\frac{a_6}{b_6}$=(　　)

A. $\frac{2}{3}$　B. $\frac{11}{2}$　C. 7　D. $\frac{14}{3}$

10. 在锐角$\triangle ABC$ 中，若 $C=2B$，则$\frac{c}{b}$的范围为(　　)

A. $(\sqrt{2},\sqrt{3})$　B. $(\sqrt{3},2)$　C. $(0,2)$　D. $(\sqrt{2},2)$

11. 若不等式$x^2-ax\geq 16-3x-4a$ 对任意 $a\in[-2,4]$成立，则 x 的取值范围为（　　）

A.$(-\infty,-8]\cup[3,+\infty)$　B．$(-\infty,0)\cup[1,+\infty)$

C．$[-8,6]$　D．$(0,3]$

12. 在ΔABC 中，a，b，c 分别为角 A，B，C 所对的边，b=c，且满足$\frac{\sin B}{\sin A}=\frac{1-\cos B}{\cos A}$.若点 O 是ΔABC 外一点，$\angle AOB=\theta(0<\theta<\pi)$，$OA$=2，$OB$=4，则平面四边形 $OACB$ 面积的最大值（　　）

A．$2+5\sqrt{3}$B．$4+5\sqrt{3}$C．$6+5\sqrt{3}$D．$8+5\sqrt{3}$

二、填空题

13. 不等式$\frac{x^2-16}{x-1}\geq 0$ 的解集是_____.

14. 某观察站 C 与两灯塔 A、B 的距离分别为 300 米和 500 米，测得灯塔 A 在观察站 C 北偏东 30°，灯塔 B 在观察站 C 南偏东 30°处，则两灯塔 A、B 间的距离为_____米

15. 已知向量$\vec{a}=(3,-2)$，$\vec{b}=(x,y-1)$，且$\vec{a}//\vec{b}$，若 x，y 均为正数，则$\frac{3}{x}+\frac{2}{y}$的最小值是_____.

学而思 武汉分校

16. 数列$\{a_n\}$满足：$a_n=\begin{cases}a^{n-5},n\le 7\\(a-4)n+17，n>7\end{cases}$，且$\{a_n\}$是递增数列，则实数 a 的范围是_____

三、解答题

17. 已知向量$|\vec{a}|=2$，$\vec{b}=(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，且$\vec{a}$与$\vec{b}$夹角为$\frac{2\pi}{3}$，

(1)求$|\vec{a}+2\vec{b}|$；

(2)若$(\vec{a}+k\vec{b})\perp(2\vec{b}-\vec{a})$，求实数 k 的值.

18. $\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知$\triangle ABC$ 的面积为$\frac{a^2}{3\sin A}$.

(1)求 $\sin B\sin C$；

(2)若 $6\cos B\cos C=1$，$a=3$，求$\triangle ABC$ 的周长.

19. 设数列$\{a_n\}$满足$a_1+3a_2+\ldots+(2n-1)a_n=2n$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)求数列$\{\frac{a_n}{2n+1}\}$的前 n 项和.

20. 已知函数 $f(x)=2x^2+4x-k$，$g(x)=x^2-2x$.

（1）若存在 $x\in[2,4]$，使 $f(x)\le g(x)$ 成立，求实数 k 的取值范围；

（2）若对任意 $x_1\in[-3,3]$，存在 $x_2\in[-3,3]$，都有 $f(x_1)\le g(x_2)$ 成立，求实数 k 的取值范围.

学而思 武汉分校

21. 中国的电动汽车革命早已展开，通过以新能源汽车替代汽/柴油车，中国正在大力实施一项将重塑全球汽车行业的计划．2018 年某企业计划引进新能源汽车生产设备，通过市场分析，全年需投入固定成本 2500 万元，每生产 x(百辆)，需另投入成本 $C(x)$ 万元，由于生产能力有限，x 不超过 a（$a>40$）且 $C(x)=$

$\begin{cases} 10x^2+100x, 0<x<40 \\ 501x+\frac{10000}{x}-4500, 40\le x\le a \end{cases}$. 由市场调研知，每辆车售价 5 万元，且全年内生产的车辆当年能全部销售完．

（Ⅰ）求出 2018 年的利润 $L(x)$(万元)关于年产量 x(百辆)的函数关系式；(利润=销售额−成本)

（Ⅱ）2018 年产量为多少百辆时，企业所获利润最大？并求出最大利润．

22. 已知数列$\{a_n\}$是首项为$a_1=\frac{1}{4}$，公比为$q=\frac{1}{4}$的等比数列，设$b_n+2=3\log_{\frac{1}{4}}a_n\left(n\in N^*\right)$，数列$\{c_n\}$满足$c_n=a_n\cdot b_n$．

（1）求证：$\{b_n\}$是等差数列；

（2）求数列$\{c_n\}$的前n项和S_n；

（2）若$c_n\le\frac{1}{4}m^2-m-1$一切正整数n恒成立，求实数m的取值范围．

学而思 武汉分校