答案版.

一. 选择题

1~5: BCADC　　6~10: CABAC　　11~12: DA

第11. 解: $\log_3^2(m\cdot n)=(\log_3 m+\log_3 n)^2$

$\therefore \frac{\log_3^2(m\cdot n)}{4}=(\frac{\log_3 m+\log_3 n}{2})^2\geq \log_3 m\cdot\log_3 n\geq 4$

$\therefore \log_3^2(m\cdot n)\geq 16$

$\therefore m\cdot n\geq 3^4$

$\therefore m+n\geq 2\sqrt{mn}\geq 2\sqrt{3^4}=18$

当且仅当 $m=n=9$ 时等号成立.

12. 解: ① $q=1$ 时, $S_{2n}=2n\cdot a_1<3na_1=3S_n$, 成立.

② $q\neq 1$ 时, $S_{2n}=\frac{a_1(1-q^{2n})}{1-q}=\frac{a_1(1-q^n)(1+q^n)}{1-q}$

$$3S_n=\frac{3a_1(1-q^n)}{1-q}$$

$\therefore 1+q^n<3$, 即 $q^n<2$ 恒成立

$\therefore 0<q<1$

综上. $(0,1]$

二. 填空题:

13. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　14. $[0,\frac{1}{9})$　　15. 64　　16. 4

16. 解: $\because \frac{b}{a}+\frac{a}{b}=\frac{b^2+a^2}{ab}=6\cos C=6\,\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

$\therefore a^2+b^2=\frac{3}{2}c^2$

$\therefore \frac{\tan C}{\tan A}+\frac{\tan C}{\tan B}=\frac{\sin C\cos A}{\cos C\sin A}+\frac{\sin C\cos B}{\cos B\sin B}=\frac{\sin C}{\cos C}(\frac{\cos A}{\sin A}+\frac{\cos B}{\sin B})$

$=\frac{\sin C}{\cos C}\cdot\frac{\sin B\cos A+\cos B\sin A}{\sin A\sin B}=\frac{\sin^2 C}{\sin A\sin B\cos C}$

$=\frac{c^2}{ab\cos C}=\frac{c^2}{ab}\cdot\frac{2ab}{a^2+b^2-c^2}=\frac{2c^2}{\frac{3}{2}c^2-c^2}=4$

学而思武汉分校

扫描全能王 创建

三. 解答题

17. 解：(1) 设 $\vec{b}=(x,y)$，且 $|\vec{b}|=2\sqrt{5}$

$\therefore \begin{cases} x^2+y^2=20 \\ 2x=y \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$

$\therefore \vec{b}=(2,4)$ 或 $\vec{b}=(-2,-4)$

(2) $\because (2\vec{a}+\vec{c})\perp(4\vec{a}-3\vec{c})$

$\therefore (2\vec{a}+\vec{c})\cdot(4\vec{a}-3\vec{c})=8\vec{a}^2-3\vec{c}^2-2\vec{a}\cdot\vec{c}=0$

$\because |\vec{a}|=\sqrt{5}$，$|\vec{c}|=\sqrt{10}$

$\therefore \vec{a}\cdot\vec{c}=5$

$\therefore \cos\langle\vec{a},\vec{c}\rangle=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{c}}{|\vec{a}||\vec{c}|}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \vec{a}$ 与 $\vec{c}$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{4}$

18. 解：(1) $\begin{cases} a_2=a_1+d=5 \\ (a_1+2d)^2=a_1\cdot(a_1+10d) \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} a_1=2 \\ d=3 \end{cases}$

$\therefore a_n=2+(n-1)\cdot 3=3n-1$

(2) $\because S_n=\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{3^n}\right)$

$\therefore$ 当 $n\geq 2$ 时，$b_n=S_n-S_{n-1}$

$=\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{3^n}\right)-\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{3^{n-1}}\right)=\dfrac{1}{3^n}$

当 $n=1$ 时，满足 $b_1=\dfrac{1}{3}=S_1$

$\therefore b_n=\dfrac{1}{3^n}$

$\therefore a_n\cdot b_n=(3n-1)\cdot\dfrac{1}{3^n}$

$\therefore T_n=\dfrac{2}{3}+\dfrac{5}{3^2}+\dfrac{8}{3^3}+\cdots+\dfrac{3n-1}{3^n}$ ①

$\dfrac{1}{3}T_n=\quad\dfrac{2}{3^2}+\dfrac{5}{3^3}+\cdots+\dfrac{3n-4}{3^n}+\dfrac{3n-1}{3^{n+1}}$ ②

① − ② 得：

$\dfrac{2}{3}T_n=\dfrac{2}{3}+3\left(\dfrac{1}{3^2}+\cdots+\dfrac{1}{3^n}\right)-\dfrac{3n-1}{3^{n+1}}=3\times\dfrac{\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{3^n}\right)}{1-\frac{1}{3}}-\dfrac{1}{3}-\dfrac{3n-1}{3^{n+1}}$

$\therefore T_n=\dfrac{7}{4}-\dfrac{6n+7}{4\cdot 3^n}$

学而思 | 武汉分校

扫描全能王 创建

19. 解：(1) $y=2\cdot\frac{450}{x}-3+x=\frac{900}{x}+x-3$

定义域为 $\{x\mid 0<x<150\}$

(2) $y=\frac{900}{x}+x-3\geq 2\sqrt{\frac{900}{x}\cdot x}-3=60-3=57$

当且仅当 $\begin{cases}\frac{900}{x}=x\\ x>0\end{cases}$，即 $x=30$ 时取等，

∴ 长为30米，宽为15米，总长最短小

(3) 设 $f(x)=\frac{900}{x}+x-3$，$(0<x\leq 25)$

易知 $f(x)$ 在 $(0,30)$ 上为单调递减函数

∴ 当 $x=25$ 时，$f(x)_{min}=f(25)=\frac{900}{25}+25-3=58$

∴ 长为25米，宽为18米时，最小

20. 解：(1) $\begin{cases}q+3+a_2=12\\ q=\frac{3+a_2}{q}\end{cases}$

∴ $q=3$ 或 $q=-4$（舍去），$a_2=6$

∴ $a_n=3n$，$b_n=3^{n-1}$

(2) ∵ $S_n=\frac{3n(n+1)}{2}$

∴ $S_{b_n}=\frac{3}{2}b_n(b_n+1)=\frac{3}{2}(b_n^2+b_n)$

∴ $T_n=\frac{3}{2}[(b_1+b_2+\cdots+b_n)+(b_1^2+b_2^2+\cdots b_n^2)]$

$=\frac{3}{2}[(3^0+3^1+\cdots+3^{n-1})+(3^0+3^2+\cdots+3^{2n-2})]$

$=\frac{3}{2}(\frac{1-3^n}{1-3}+\frac{1-3^{2n}}{1-3^2})$

$=\frac{3^{2n+1}}{16}+\frac{3^{n+1}}{4}-\frac{15}{16}$

学而思 | 武汉分校

扫描全能王 创建

21. 解：(1) ∵ $\cos 2A - \cos 2B = 1 - 2\sin^2 A - (2\cos^2 B - 1) = 2 - 2\sin^2 A - 2\cos^2 B$

$2\cos(\frac{\pi}{6} - A)\cos(\frac{\pi}{6} + A) = 2(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A + \frac{1}{2}\sin A)(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A - \frac{1}{2}\sin A)$

$= \frac{3}{2}\cos^2 A - \frac{1}{2}\sin^2 A$

∴ $2 - 2\sin^2 A - 2\cos^2 B = \frac{3}{2}\cos^2 A - \frac{1}{2}\sin^2 A = \frac{3}{2} - 2\sin^2 A$

∴ $\cos^2 B = \frac{1}{4}$ ∴ $\cos B = \pm\frac{1}{2}$

∴ $\angle B = 60°$ 或 $120°$

(2) ∵ $b = \sqrt{3} \leq a$, ∴ $B = 60°$

∴ $A \geq 60°$, $C \leq 60°$

∴ $C \leq b = \sqrt{3}$

∵ $\frac{b}{\sin B} = 2$

∴ $a - \frac{1}{2}c = 2\sin A - \sin C = 2\sin A - \sin(\frac{2\pi}{3} - A)$

$= \frac{3}{2}\sin A - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos A = \sqrt{3}\sin(A - \frac{\pi}{6})$

∵ $\frac{\pi}{3} \leq A < \frac{2\pi}{3}$, $\frac{\pi}{6} \leq A - \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{2}$

∴ $a - \frac{1}{2}c = \sqrt{3}\sin(A - \frac{\pi}{6}) \in [\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3})$

22. 解：(1) $\frac{\sin A\cos B}{\cos A\sin B} = \frac{a}{b}\cdot\frac{\cos B}{\cos A} = \frac{a}{b}\cdot\frac{\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}}{\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}} = \frac{a^2+c^2-b^2}{b^2+c^2-a^2}$

$= \frac{\frac{c^2}{3} + c^2}{c^2 - \frac{c^2}{3}} = 2$

(2) ∵ $\tan C = 3$ ∴ $\cos C = \frac{\sqrt{10}}{10}$

∴ $\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{\sqrt{10}}{10}$

∴ $c^2 = a^2 + b^2 - \frac{\sqrt{10}ab}{5} = 3(a^2 - b^2)$

∴ $10a^2 + \sqrt{10}ab - 20b^2 = 0$, $a = 2\sqrt{2}$

∴ 解得：$b = \sqrt{5}$

∴ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab\cdot\sin C = \sqrt{10}\cdot\sin C = \sqrt{10}\cdot\frac{3\sqrt{10}}{10} = 3$

学而思武汉分校

扫描全能王 创建