武汉外国语学校 2019-2020 学年度下学期期中考试

高二数学试题

考试时间：2020 年 4 月 25 日　　满分：150 分　　命题人：肖东升　　审题人：陈光启

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 $z=-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$（其中 i 为虚数单位），则其共轭复数 $\bar{z}$ 的虚部为（　　）

A. $\frac{3}{2}$　　B. $-\frac{3}{2}$　　C. $\frac{3}{2}i$　　D. $-\frac{3}{2}i$

2. 5 名同学分别报名参加学校的足球队、篮球队、乒乓球队，每人限报其中的一个运动队，则不同的报名方法的种数为（　）

A. 5^3　　B. 3^5　　C. A_5^3　　D. C_5^3

3. 式子 $C_3^2+C_4^2+C_5^2+\cdots+C_9^2=$（　　）

A. 83　　B. 84　　C. 119　　D. 120

4. 我国数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中做出了重大贡献，哥德巴赫猜想是：“任一大于 2 的偶数都可以写成两个质数之和”，如 32=13+19. 在不超过 32 的质数中，随机选取两个不同的数，其和等于 30 的概率为（　）

A. $\frac{1}{11}$　　B. $\frac{2}{11}$　　C. $\frac{3}{55}$　　D. $\frac{4}{55}$

5. 已知 ξ 的分布列为，

ξ	1	2	3	4
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	m

设 $\eta=2\xi-5$，则 $E(\eta)=$（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{2}$

6. 设 $f(x),g(x)$ 分别是定义在 R 上的奇函数和偶函数，$g(x)\neq 0$，当 $x<0$ 时，$f'(x)g(x)-f(x)g'(x)>0$，且 $f(-3)=0$，则不等式 $\frac{f(x)}{g(x)}<0$ 的解集为（　）

A. $(-3,0)\cup(3,+\infty)$　　B. $(-3,0)\cup(0,3)$　　C. $(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$　　D. $(-\infty,-3)\cup(0,3)$

7. 在三次独立重复试验中，事件 A 在每次试验中发生的概率相同，若事件 A 至少发生一次的概率为 $\frac{63}{64}$，则事件 A 恰好发生一次的概率为（　）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{9}{64}$　　D. $\frac{27}{64}$

8. 某同学有相同的画册 2 本，相同的集邮册 3 本，从中取出 4 本赠送给 4 位朋友，每位朋友 1 本，则不同的赠送方式共有（　）

A. 20 种　　B. 18 种　　C. 10 种　　D. 4 种

9. 关于对曲线 $y=f(x)$ 切线的理解，有如下论断：（其中 $f'(x_0)$ 表示函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的导数）

学而思培优 | 武汉分校

①若直线l与曲线$C:y=f(x)$有且只有一个公共点，则直线l一定是曲线$y=f(x)$的切线；

②若直线l与曲线$C:y=f(x)$相切于点$P(x_0,y_0)$，且直线l与曲线$C:y=f(x)$除点P外再没有其他的公共点，则在点P附近，直线l不可能穿过曲线$y=f(x)$；

③若$f'(x_0)$不存在，则曲线$y=f(x)$在点$(x_0,f(x_0))$处就没有切线；

④若曲线$y=f(x)$在点$(x_0,f(x_0))$处有切线，则$f'(x_0)$必存在.

则以上论断正确的个数是（　）

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

10. 已知x与y之间的几组数据如下表：

x	1	2	3	4	5	6
y	0	2	1	3	3	4

假设根据上表数据所得线性回归直线方程为$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，若某同学根据上表的前两组数据$(1,0)$和$(2,2)$求得的直线方程为$y=b'x+a'$，则以下结论中正确的是（　）

A. $\hat{b}>b',\hat{a}>a'$　　B. $\hat{b}>b',\hat{a}<a'$　　C. $\hat{b}<b',\hat{a}>a'$　　D. $\hat{b}<b',\hat{a}<a'$

11. 已知随机变量ξ的分布列为

ξ	x	y
P	y	x

，则下列说法正确的是（　）

A. 存在$x,y\in(0,1),E(\xi)>\frac{1}{2}$　　B. 对任意$x,y\in(0,1),E(\xi)\le\frac{1}{4}$

C. 对任意$x,y\in(0,1),D(\xi)<E(\xi)$　　D. 存在$x,y\in(0,1),D(\xi)>\frac{1}{4}$

12. 若函数$f(x)=x^3-ax^2+2bx-c(b<0)$有两个极值点x_1,x_2，且$f(x_1)=-x_1,f(x_2)=-2x_2$，则关于x的方程$3[f(x)]^2+2af(x)+2b=0$的不同实根个数是（　）

A. 6　　B. 5　　C. 4　　D. 3

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 设i为虚数单位，化简$\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3$的最后结果是_____　。

14. 某地区空气质量监测资料表明，一天的空气质量为优良的概率是 0.75，连续两天为优良的概率是 0.6。已知某天的空气质量为优良，则随后一天的空气质量为优良的概率为_____　。

15. 若$(1+x)(1-2x)^7=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_8x^8$，则$a_1+a_2+\cdots+a_7$的值为_____。

16. 已知函数$f(x)=x^3+ax^2+x+1$在区间$(-\frac{2}{3},-\frac{1}{3})$内是减函数，则实数$a$的取值范围是_____。

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分.

17.（本小题共 10 分）已知$(\sqrt[3]{x^2}+3x^2)^n$展开式中各项系数和比它的二项式系数和大 992，其中$n\in N_+, n\geq 2$

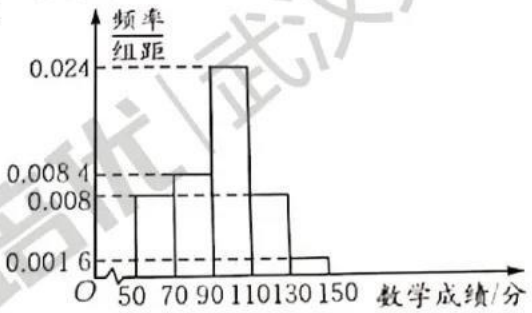
(I)求n的值；　　(II)求其展开式中的有理项.

18.（本小题共 12 分）已知函数$f(x)=\frac{1}{3}x^3-x+1$

(I)求函数$f(x)$的极值；

(II)求函数$f(x)$的图像经过点$P(3,f(3))$的切线方程。

19.（本小题共 12 分）某次考试中 500 名学生的物理（满分为 150 分）成绩服从正态分布$N(100,17.5^2)$，数学成绩的频率分布直



(I)如果成绩大于 135 分为特别优秀，那么本次考试中的物理、数学特别优秀的大约各有多少人？

(II)如果物理和数学两科都特别优秀的共有 4 人，是否有 99.9%的把握认为物理特别优秀的学生，数学也特别优秀？

附：①若$x\sim N(\mu,\sigma^2)$，则$P(\mu-\sigma<x\leq\mu+\sigma)\approx 0.684$，

$P(\mu-2\sigma<x\leq\mu+2\sigma)\approx 0.952$

②表及公式：

$P(k^2\geq k_0)$	0.50	0.40	…	0.010	0.005	0.001
k_0	0.455	0.708	…	6.635	7.879	10.828

，$k^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

学而思培优 | 武汉分校

20.（本小题共 12 分）一个盒子中装有大小相同的小球 n 个，在小球上分别标有 $1,2,3\cdots,n$ 的号码，已知从盒子中随机取出两个球，两球号码的的最大值为 n 的概率为 $\frac{1}{4}$。

(I)盒子中装有几个小球？

(II)现从盒子中随机地取出 4 个球，记所取 4 个球的号码中，连续自然数的个数的最大值为随机变量 X（如取标号分别为 $2,4,6,8$ 的小球时 $X=1$；取标号分别为 $1,2,4,6$ 的小球时 $X=2$；取标号分别为 $1,2,3,5$ 的小球时 $X=3$），求 $P(X=2)$ 的值。

21.（本小题共 12 分）已知函数 $f(x)=\ln x-\frac{1}{2}ax^2+x, a\in R$.

(I)求函数 $f(x)$ 的单调区间；

(II)是否存在实数 a，使得函数 $f(x)$ 的极值大于 0. 若存在，求 a 的取值范围；若不存在请说明理由.

22..（本小题共 12 分）为有效预防新冠肺炎对老年人的侵害，某医院到社区检查老年人的体质健康情况。从该社区全体老年人中，随机抽取 12 名进行体质健康测试，根据测试成绩（百分制）绘制茎叶图如下。根据老年人体质健康标准，可知成绩不低于 80 分为优良，且体质优良的老年人感染新冠肺炎的可能性较低。

5	2
6	5
7	2 8
8	6 6 6 7 7 8
9	0 8

(I)从抽取的 12 人中随机选取 3 人，记 ξ 表示成绩优良的人数，求 ξ 的分布列及数学期望；

(II)将频率视为概率，根据用样本估计总体的思想，在该社区全体老年人中依次抽取 10 人，若抽到 K 人的成绩是优良的可能性最大，求 K 的值。

学而优精优|武汉分校