中考数学专题复习第十五讲　二次函数的应用

【基础知识回顾】

一、　二次函数与一元二次方程：

二次函数 $y= ax^2+bx+c$ 的同象与 x 轴的交点的横坐标对应着一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的实数根，它们都由根的判别式 _____ 决定

抛物线 x 轴有____个交点　＜＝b^2-4ac>0＝＞一元二次方程有_____ 实数根

抛物线 x 轴有____个交点　＜＝b^2-4ac=0＝＞一元二次方程有_____ 实数根

抛物线 x 轴有____个交点　＜＝b^2-4ac<0＝＞一元二次方程有_____ 实数根

【赵老师提醒：若抛物线与 x 轴有两交点为 A（x1,0）B(x2,0)则抛物线对称轴式 x= 两交点间距离 AB_____　】

二、二次函数解析式的确定：

1、设顶点式，即：设_____

当知道抛物线的顶点坐标或对称轴方程与函数最值时，除代入这一点外，再知道一个点的坐标即可求函数解析式

2、设一般式，即：设_____

知道一般的三个点坐标或自变量与函数的三组对应数值可设为一般式，从而列三元一次方程组求的函数解析式

【赵老师提醒：求二次函数解析式，根据具体同象特征灵活设不同的关系或除上述常用方法以外，还有：如抛物线顶点在原点可设_____ 以 y 轴为对称轴，可设_____ 顶点在 x 轴上，可设_____ 抛物线过原点_____ 等】

三、二次函数的应用

1、实际问题中解决最值问题：

步骤：1、分析数量关系　建立模型

2、设自变量　建立函数关系

3、确定自变量的取值范围

4、根据顶点坐标公式或配法结合自变量的取值范围求出函数最值

2、与一次函数或直线形图形结合的综合性问题

一般步骤：1、求一些特殊点的坐标

2、将点的坐标代入函数关系式求出函数的解析式

3、结合图像根据自变量取值讨论点的存在性或图形的形状等问题

【赵老师提醒：1、在有关二次函数最值的应用问题中一定要注意自变量的取值范围

2、有关二次函数综合性问题中一般作为中考压轴题出现，解决此类问题时要将题目分解开来，讨论过程中要尽量将问题】

【重点考点例析】

考点一：二次函数的最值

例 1　（2012•呼和浩特）已知：M，N 两点关于 y 轴对称，且点 M 在双曲线 $y=\frac{1}{2x}$ 上，点 N 在直线 y=x+3 上，设点 M 的坐标为（a，b），则二次函数 $y=-abx^2+(a+b)x$（　　）

A．有最大值，最大值为 $-\frac{9}{2}$　　B．有最大值，最大值为 $\frac{9}{2}$

C．有最小值，最小值为 $\frac{9}{2}$　　D．有最小值，最小值为 $-\frac{9}{2}$

思路分析：先用待定系数法求出二次函数的解析式，再根据二次函数图象上点的坐标特征求出其最值即可．

解：∵M，N 两点关于 y 轴对称，点 M 的坐标为（a，b），

∴N 点的坐标为（-a，b），

又∵点 M 在反比例函数 $y=\frac{1}{2x}$ 的图象上，点 N 在一次函数 y=x+3 的图象上，

$\therefore \begin{cases} b=\frac{1}{2a} \\ b=-a+3 \end{cases}$，

整理得 $\begin{cases} ab=\frac{1}{2} \\ a+b=3 \end{cases}$，

故二次函数 $y=-abx^2+(a+b)x$ 为 $y=-\frac{1}{2}x^2+3x$，

∴二次项系数为 $-\frac{1}{2}<0$，故函数有最大值，最大值为 $y=\frac{-3^2}{4\times(-\frac{1}{2})}=\frac{9}{2}$，

故选：B．

点评：本题考查的是二次函数的最值．求二次函数的最大（小）值有三种方法，第一种可由图象直接得出，第二种是配方法，第三种是公式法．本题是利用公式法求得的最值．

对应训练

1．（2012•兰州）已知二次函数 $y=a(x+1)^2-b$（a≠0）有最小值 1，则 a，b 的大小关系为（　　）

A．a＞b　　B．a＜b　　C．a=b　　D．不能确定

1．A

解：∵二次函数 $y=a(x+1)^2-b$（a≠0）有最小值，

∴抛物线开口方向向上，即 a＞0；

又最小值为 1，即-b=1，∴b=-1，

∴a＞b．

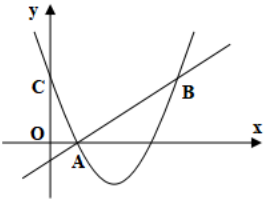
故选 A．

考点二：确定二次函数关系式

例 2　（2012•珠海）如图，二次函数 $y=(x-2)^2+m$ 的图象与 y 轴交于点 C，点 B 是点 C 关于该二次函数图象的对称轴对称的点．已知一次函数 y=kx+b 的图象经过该二次函数图象上点 A（1，0）及点 B．

（1）求二次函数与一次函数的解析式；

（2）根据图象，写出满足 kx+b≥（x-2）^{2}+m 的 x 的取值范围．



思路分析：（1）将点 A（1，0）代入 y=（x-2）^{2}+m 求出 m 的值，根据点的对称性，将 y=3 代入二次函数解析式求出 B 的横坐标，再根据待定系数法求出一次函数解析式；
（2）根据图象和 A、B 的交点坐标可直接求出 kx+b≥（x-2）2+m 的 x 的取值范围．
解：（1）将点 A（1，0）代入 y=（x-2）^{2}+m 得，
（1-2）^{2}+m=0，
1+m=0，
m=-1，则二次函数解析式为 y=（x-2）^{2}-1．
当 x=0 时，y=4-1=3，
故 C 点坐标为（0，3），
由于 C 和 B 关于对称轴对称，在设 B 点坐标为（x，3），
令 y=3，有（x-2）^{2}-1=3，
解得 x=4 或 x=0．
则 B 点坐标为（4，3）．
设一次函数解析式为 y=kx+b，
将 A（1，0）、B（4，3）代入 y=kx+b 得，

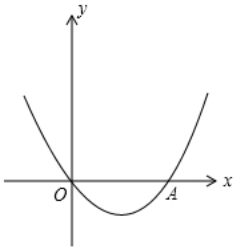
$$\begin{cases} k+b=0 \\ 4k+b=3 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} k=1 \\ b=-1 \end{cases}$，则一次函数解析式为 y=x-1；

（2）∵A、B 坐标为（1，0），（4，3），
∴当 kx+b≥（x-2）2+m 时，1≤x≤4．
点评：本题考查了待定系数法求一次函数解析式、待定系数法求二次函数解析式、二次函数与不等式组，求出 B 点坐标是解题的关键．

对应训练

2．（2012•佳木斯）如图，抛物线 y=x^2+bx+c 经过坐标原点，并与 x 轴交于点 A（2，0）．
（1）求此抛物线的解析式；
（2）写出顶点坐标及对称轴；
（3）若抛物线上有一点 B，且 $S_{\triangle OAB}$=3，求点 B 的坐标．



2．分析：（1）直接把（0，0），（2，0）代入 y=x2+bx+c 中，列方程组求 b、c 的值即可；
（2）将二次函数解析式写成顶点式，可求顶点坐标及对称轴；
（3）设点 B 的坐标为（a，b），根据三角形的面积公式 求 b 的值，再将纵坐标 b 代入抛物线解析式求 a 的值，确定 B 点坐标．
解：（1）把（0，0），（2，0）代入 $y=x^2+bx+c$ 得

$$\begin{cases} c=0 \\ 4+2b=0 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} b=-2 \\ c=0 \end{cases}$，

所以解析式为 $y=x^2-2x$。
（2）∵$y=x^2-2x=(x-1)^2-1$，
∴顶点为（1，-1），
对称轴为：直线 x=1 。

（3）设点 B 的坐标为（a，b），则
$\frac{1}{2}\times 2|b|=3$，
解得 b=3 或 b=-3，
∵顶点纵坐标为-1，-3<-1 （或 $x^2-2x=-3$ 中，x 无解）
∴b=3，
∴$x^2-2x=3$，
解得 $x_1=3$，$x_2=-1$
所以点 B 的坐标为（3，3）或（-1，3）。
点评：本题考查了待定系数法求二次函数解析式，二次函数的性质．关键是将抛物线上两点坐标代入解析式，列方程组求解析式，将抛物线解析式写成顶点式，可求顶点坐标及对称轴．

考点三：二次函数与 x 轴的交点问题

例 3 （2012•天津）若关于 x 的一元二次方程（x-2）（x-3）=m 有实数根 x_1、x_2，且 $x_1\neq x_2$，有下列结论：

①$x_1=2$，$x_2=3$；②$m>-\frac{1}{4}$；③二次函数 $y=(x-x_1)(x-x_2)+m$ 的图象与 x 轴交点的坐标为（2，0）和（3，0）．

其中，正确结论的个数是（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

思路分析：将已知的一元二次方程整理为一般形式，根据方程有两个不相等的实数根，得到根的判别式大于 0，列出关于 m 的不等式，求出不等式的解集即可对选项②进行判断；再利用根与系数的关系求出两根之积为 6-m，这只有在 m=0 时才能成立，故选项①错误；将选项③中的二次函数解析式整理后，利用根与系数关系得出的两根之和与两根之积代入，整理得到确定出二次函数解析式，令 y=0，得到关于 x 的方程，求出方程的解得到 x 的值，确定出二次函数图象与 x 轴的交点坐标，即可对选项③进行判断．

解：一元二次方程（x-2）（x-3）=m 化为一般形式得：$x^2-5x+6-m=0$，

∵方程有两个不相等的实数根 x_1、x_2，

∴$b^2-4ac=(-5)^2-4(6-m)=4m+1>0$，

解得：$m>-\frac{1}{4}$，故选项②正确；

∵一元二次方程实数根分别为 x1、x2，

∴$x_1+x_2=5$，$x_1x_2=6-m$，

而选项①中 $x_1=2$，$x_2=3$，只有在 m=0 时才能成立，故选项①错误；

二次函数 $y=(x-x_1)(x-x_2)+m=x_2-(x_1+x_2)x+x_1x_2+m=x^2-5x+(6-m)+m=x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$，

令 y=0，可得（x-2）（x-3）=0，

解得：x=2 或 3，

∴抛物线与 x 轴的交点为（2，0）或（3，0），故选项③正确．

综上所述，正确的结论有 2 个：②③．

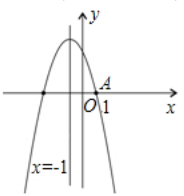
故选 C．

点评：此题考查了抛物线与 x 轴的交点，一元二次方程的解，根与系数的关系，以及根的判别式的运用，是中考中常考的综合题．

对应训练

3．（2012•株洲）如图，已知抛物线与 x 轴的一个交点 A（1，0），对称轴是 x=-1，则该抛物线与 x 轴的另一交点坐标是（　　）

A．（-3，0）　B．（-2，0）　C．x=-3　　D．x=-2



3．A

解：抛物线与 x 轴的另一个交点为 B（b，0），

∵抛物线与 x 轴的一个交点 A（1，0），对称轴是 x=-1，

∴$\frac{1+b}{2}=-1$，解得 b=-3，

∴B（-3，0）．

故选 A．

考点四：二次函数的实际应用

例 4 （2012•绍兴）教练对小明推铅球的录像进行技术分析，发现铅球行进高度 y（m）与水平距离 x（m）之间的关系为 $y=-\frac{1}{12}(x-4)^2+3$，由此可知铅球推出的距离是_____m．

思路分析：根据铅球落地时，高度 y=0，把实际问题可理解为当 y=0 时，求 x 的值即可．

解：令函数式 $y=-\frac{1}{12}(x-4)^2+3$ 中，y=0，

$0=-\frac{1}{12}(x-4)^2+3$，

解得 $x_1=10$，$x_2=-2$（舍去），

即铅球推出的距离是 10m．

故答案为：10．

点评：本题考查了二次函数的应用中函数式中自变量与函数表达的实际意义，需要结合题意，取函数或自变量的特殊值列方程求解是解题关键．

例 5 （2012•重庆）企业的污水处理有两种方式，一种是输送到污水厂进行集中处理，另一种是通过企业的自身设备进行处理．某企业去年每月的污水量均为 12000 吨，由于污水厂处于调试阶段，污水处理能力有限，该企业投资自建设备处理污水，两种处理方式同时进行．1 至 6 月，该企业向污水厂输送的污水量 y1（吨）与月份 x（$1\le x\le 6$，且 x 取整数）之间满足的函数关系如下表：

月份 x	1	2	3	4	5	6
输送的污水量 y_1（吨）	12000	6000	4000	3000	2400	2000

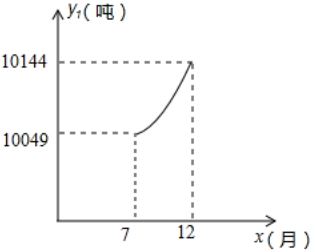
7 至 12 月，该企业自身处理的污水量 y_2（吨）与月份 x（$7\le x\le 12$，且 x 取整数）之间满足二次函数关系式为 $y_2=ax^2+c(a\neq 0)$．其图象如图所示．1 至 6 月，污水厂处理每吨污水的费用：z_1（元）与月份 x 之间满足函数关系式：$z_1=\frac{1}{2}x$，该企业自身处理每吨污水的费用：z_2（元）与月份 x 之间满足函数关系式：$z_2=\frac{3}{4}x-\frac{1}{12}x^2$；7 至 12 月，污水厂处理每吨污水的费用均为 2 元，该企业自身处理每吨污水的费用均为 1.5 元．

（1）请观察题中的表格和图象，用所学过的一次函数、反比例函数或二次函数的有关知识，分别直接写出 y_1，y_2 与 x 之间的函数关系式；

（2）请你求出该企业去年哪个月用于污水处理的费用 W（元）最多，并求出这个最多费用；

（3）今年以来，由于自建污水处理设备的全面运行，该企业决定扩大产能并将所有污水全部自身处理，估计扩大产能后今年每月的污水量都将在去年每月的基础上增加 a%，同时每吨污水处理的费用将在去年 12 月份的基础上增加（a-30）%，为鼓励节能降耗，减轻企业负担，财政对企业处理污水的费用进行 50%的补助．若该企业每月的污水处理费用为 18000 元，请计算出 a 的整数值．

（参考数据：$\sqrt{231}\approx 15.2$，$\sqrt{419}\approx 20.5$，$\sqrt{809}\approx 28.4$）



思路分析：（1）利用表格中数据可以得出 xy=定值，则 y_1 与 x 之间的函数关系为反比例函数关系求出即可，再利用函数图象得出：图象过（7，10049），（12，10144）点，求出解析式即可；

（2）利用当 1≤x≤6 时，以及当 7≤x≤12 时，分别求出处理污水的费用，即可得出答案；

（3）利用今年每月的污水量都将在去年每月的基础上增加 a%，同时每吨污水处理的费用将在去年 12 月份的基础上增加（a－30）%，得出等式 12000（1+a%）×1.5×[1+（a-30）%]×（1-50%）=18000，进而求出即可．

解：（1）根据表格中数据可以得出 xy=定值，则 y_1 与 x 之间的函数关系为反比例函数关系：

$y_1=\frac{k}{x}$，将（1，12000）代入得：

k=1×12000=12000，

故 $y_1=\frac{2000}{x}$（1≤x≤6，且 x 取整数）；

根据图象可以得出：图象过（7，10049），（12，10144）点，

代入 $y_2=ax^2+c(a\neq 0)$得：

$$\begin{cases}10049=49a+c\\10144=144a+c\end{cases},$$

解得：$\begin{cases}a=1\\c=10000\end{cases}$，

故 $y_2=x^2+10000$（7≤x≤12，且 x 取整数）；

（2）当 1≤x≤6，且 x 取整数时：

$W=y_1\cdot z_1+(12000-y_1)\cdot z_2=\frac{12000}{x}\cdot\frac{1}{2}x+(12000-\frac{12000}{x})\cdot(\frac{3}{4}x-\frac{1}{12}x^2)$，

$=-1000x^2+10000x-3000$，

∵a=-1000＜0，$x=-\frac{b}{2a}=5$，1≤x≤6，

∴当 x=5 时，$W_{最大}=22000$（元），

当 7≤x≤12 时，且 x 取整数时，

$W=2\times(12000-y_2)+1.5y_2=2\times(12000-x^2-10000)+1.5(x^2+10000)$，

$=-\frac{1}{2}x^2+1900$，

∵a=$-\frac{1}{2}$<0，x=$-\frac{b}{2a}$=0，
当 7≤x≤12 时，W 随 x 的增大而减小，
∴当 x=7 时，$W_{最大}$=18975.5（元），
∵22000>18975.5，
∴去年 5 月用于污水处理的费用最多，最多费用是 22000 元；

（3）由题意得：12000（1+a%）×1.5×[1+（a-30）%]×（1-50%）=18000，
设 t=a%，整理得：$10t^2+17t-13=0$，

解得：t=$\frac{-17\pm\sqrt{809}}{20}$，

∵$\sqrt{809}$≈28.4，

∴t_1≈0.57，t_2≈-2.27（舍去），
∴a≈57，
答：a 的值是 57．
点评：此题主要考查了二次函数的应用和根据实际问题列反比例函数关系式和二次函数关系式、求二次函数最值等知识．此题阅读量较大，得出正确关于 a%的等式方程是解题关键．

对应训练

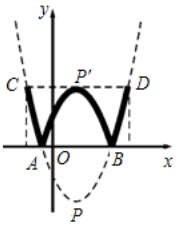
4．（2012•襄阳）某一型号飞机着陆后滑行的距离 y（单位：m）与滑行时间 x（单位：s）之间的函数关系式是 $y=60x-1.5x^2$，该型号飞机着陆后滑行_____m 才能停下来．
4．600
解：∵-1.5<0，
∴函数有最大值．

∴s 最大值=$\frac{-60^2}{4\times(-1.5)}=600$，

即飞机着陆后滑行 600 米才能停止．
故答案为：600．
点评：此题主要考查了二次函数的应用，运用二次函数求最值问题常用公式法或配方法得出是解题关键．

5．（2012•益阳）已知：如图，抛物线 $y=a(x-1)^2+c$ 与 x 轴交于点 A（1-$\sqrt{3}$，0）和点 B，将抛物线沿 x 轴向上翻折，顶点 P 落在点 P'（1，3）处．
（1）求原抛物线的解析式；
（2）学校举行班徽设计比赛，九年级 5 班的小明在解答此题时顿生灵感：过点 P'作 x 轴的平行线交抛物线于 C、D 两点，将翻折后得到的新图象在直线 CD 以上的部分去掉，设计成一个“W”型的班徽，“5”的拼音开头字母为 W，“W”图案似大鹏展翅，寓意深远；而且小明通过计算惊奇的发现这个“W”图案的高与宽（CD）的比非常接近黄金分割比$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$（约等于 0.618）．请你计算这个“W”图案的高与宽的比到底是多少？（参考数据：$\sqrt{5}$≈2.236，

$\sqrt{6}$≈2.449，结果可保留根号）



5．考点：二次函数的应用．分析：（1）利用P与P′（1，3）关于x轴对称，得出P点坐标，利用待定系数法求出二次函数的解析式即可；
（2）根据已知得出C，D两点坐标，进而得出“W”图案的高与宽（CD）的比．
解：（1）∵P与P′（1，3）关于x轴对称，
∴P点坐标为（1，-3）；

∵抛物线y=a（x-1）^{2}+c过点A（1-$\sqrt{3}$，0），顶点是P（1，-3），

$\therefore \begin{cases} a(1-\sqrt{3}-1)^2+c=0 \\ a(1-1)^2+c=-3 \end{cases}$；

解得$\begin{cases} a=1 \\ c=-3 \end{cases}$；

则抛物线的解析式为y=（x-1）^{2}-3，
即y=x^2-2x-2．
（2）∵CD平行x轴，P′（1，3）在CD上，
∴C、D两点纵坐标为3；
由（x-1）^{2}-3=3，

解得：x_1=1-$\sqrt{6}$，x_2=1+$\sqrt{6}$，

∴C、D两点的坐标分别为（1-$\sqrt{6}$，3），（1+$\sqrt{6}$，3）

∴CD=2$\sqrt{6}$。

∴“W”图案的高与宽（CD）的比=$\frac{3}{2\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{4}$（或约等于0.6124）．

点评：此题主要考查了待定系数法求二次函数的解析式以及二次函数的应用，根据已知得出C，D两点坐标是解题关键．

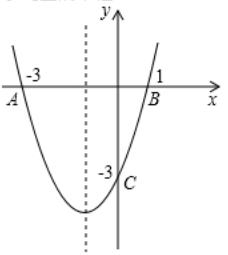
考点五：二次函数综合性题目

例 6 （2012•自贡）如图，抛物线 l 交 x 轴于点 A（-3，0）、B（1，0），交 y 轴于点 C（0，-3）．将抛物线 l 沿 y 轴翻折得抛物线 l_1．

（1）求 l_1 的解析式；

（2）在 l_1 的对称轴上找出点 P，使点 P 到点 A 的对称点 A1 及 C 两点的距离差最大，并说出理由；

（3）平行于 x 轴的一条直线交抛物线 l_1 于 E、F 两点，若以 EF 为直径的圆恰与 x 轴相切，求此圆的半径．



思路分析：（1）首先求出翻折变换后点 A、B 所对应点的坐标，然后利用待定系数法求出抛物线 l_1 的解析式；

（2）如图 2 所示，连接 B_1C 并延长，与对称轴 x=1 交于点 P，则点 P 即为所求．利用轴对称的性质以及三角形三边关系（三角形两边之差小于第三边）可以证明此结论．为求点 P 的坐标，首先需要求出直线 B_1C 的解析式；

（3）如图 3 所示，所求的圆有两个，注意不要遗漏．解题要点是利用圆的半径表示点 F（或点 E）的坐标，然后代入抛物线的解析式，解一元二次方程求出此圆的半径．

解：（1）如图 1 所示，设经翻折后，点 A、B 的对应点分别为 A_1、B_1，

依题意，由翻折变换的性质可知 A_1（3，0），B_1（-1，0），C 点坐标不变，

因此，抛物线 l_1 经过 A_1（3，0），B_1（-1，0），C（0，-3）三点，

设抛物线 l_1 的解析式为 $y=ax^2+bx+c$，则有：

$9a+3b+c=0$ $a-b+c=0$ $c=-3$ ，

解得 a=1，b=-2，c=-3，

故抛物线 l_1 的解析式为：$y=x^2-2x-3$．

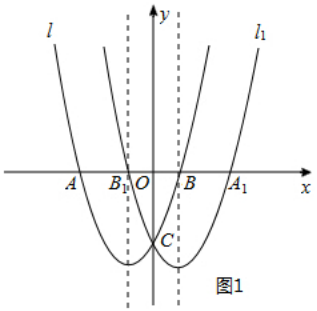


图1

（2）抛物线 l_1 的对称轴为：$x=-\frac{b}{2a}=1$，

如图 2 所示，连接 B_1C 并延长，与对称轴 x=1 交于点 P，则点 P 即为所求．

此时，$|PA_1-PC|=|PB_1-PC|=B_1C$．

设 P′为对称轴 x=1 上不同于点 P 的任意一点，则有：

$|P'A-P'C|=|P'B_1-P'C|<B_1C$（三角形两边之差小于第三边），

故$|P'A-P'C|<|PA_1-PC|$，即$|PA_1-PC|$最大．

设直线 B_1C 的解析式为 y=kx+b，则有：

$\begin{cases}-k+b=0\\b=-3\end{cases}$，解得 k=b=-3，

故直线 B_1C 的解析式为：y=-3x-3．

令 x=1，得 y=-6，

故 P（1，-6）．

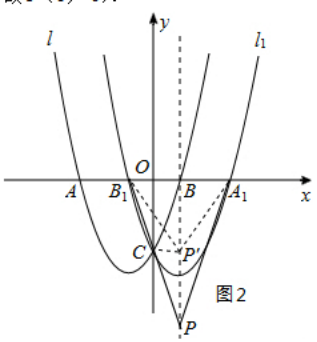


图2

（3）依题意画出图形，如图 3 所示，有两种情况．

①当圆位于 x 轴上方时，设圆心为 D，半径为 r，

由抛物线及圆的对称性可知，点 D 位于对称轴 x=1 上，

则 D（1，r），F（1+r，r）．

∵点 F（1+r，r）在抛物线 $y=x^2-2x-3$ 上，
∴$r=（1+r）^2-2（1+r）-3$，化简得：$r^2-r-4=0$

解得 $r_1=\frac{\sqrt{17}+1}{2}$，$r_2=-\frac{\sqrt{17}+1}{2}$（舍去），

∴此圆的半径为 $\frac{\sqrt{17}+1}{2}$；

②当圆位于 x 轴下方时，同理可求得圆的半径为 $\frac{\sqrt{17}-1}{2}$．

综上所述，此圆的半径为 $\frac{\sqrt{17}+1}{2}$或$\frac{\sqrt{17}-1}{2}$．

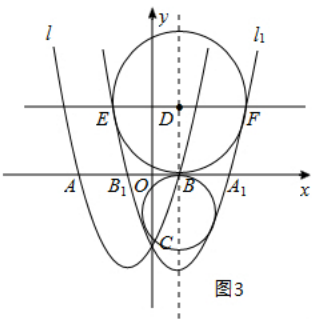


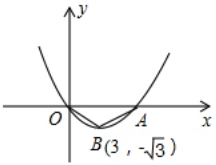
图3

点评：本题考查内容包括二次函数的图象与性质、待定系数法、翻折变换、轴对称的性质、三角形三边关系、圆的相关性质等，涉及考点较多，有一定的难度．第（2）问中，注意是“两线段之差最大”而不是“两线段之和最大”，后者比较常见，学生们已经有大量的训练基础，而前者接触较少，但二者道理相通；第（3）问中，首先注意圆有 2 个，不要丢解，其次注意利用圆的半径表示点的坐标，运用方程的思想求出圆的半径．

对应训练

6．（2012•遵义）如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象经过原点 O，交 x 轴于点 A，其顶点 B 的坐标为（3，$-\sqrt{3}$）．

（1）求抛物线的函数解析式及点 A 的坐标；
（2）在抛物线上求点 P，使 $S_{△POA}=2S_{△AOB}$；
（3）在抛物线上是否存在点 Q，使△AQO 与△AOB 相似？如果存在，请求出 Q 点的坐标；如果不存在，请说明理由．



6．分析：（1）根据函数经过原点，可得 c=0，然后根据函数的对称轴，及函数图象经过点（3，$-\sqrt{3}$）可得出函数解析式，根据二次函数的对称性可直接得出点 A 的坐标．

（2）根据题意可得点 P 到 OA 的距离是点 B 到 OA 距离的 2 倍，即点 P 的纵坐标为 $2\sqrt{3}$，代入函数解析式可得出点 P 的横坐标；

（3）先求出∠BOA 的度数，然后可确定∠Q_1OA=的度数，继而利用解直角三角形的知识求出 x，得出 Q_1 的坐标，利用二次函数图象函数的对称性可得出 Q2 的坐标．

解：（1）由函数图象经过原点得，函数解析式为 $y=ax^2+bx$（a≠0），

又∵函数的顶点坐标为（3，$-\sqrt{3}$），

$$\therefore \begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=3 \\ 9a+3b=-\sqrt{3} \end{cases},$$

解得：$\begin{cases} a=\dfrac{\sqrt{3}}{9} \\ b=-\dfrac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases}$，

故函数解析式为：$y=\dfrac{\sqrt{3}}{9}x^2-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}x$，

由二次函数图象的对称性可得点 A 的坐标为（6，0）；

（2）∵$S_{△POA}=2S_{△AOB}$，

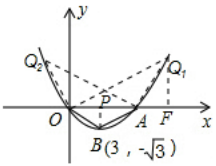
∴点 P 到 OA 的距离是点 B 到 OA 距离的 2 倍，即点 P 的纵坐标为 $2\sqrt{3}$，

代入函数解析式得：$2\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{9}x^2-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}x$，

解得：$x_1=3+3\sqrt{3}$，$x_2=3-3\sqrt{3}$，

即满足条件的点 P 有两个，其坐标为：P_1（$3+3\sqrt{3}$，$2\sqrt{3}$），P_2（$3-3\sqrt{3}$，$2\sqrt{3}$）．

（3）存在．



过点 B 作 BP⊥OA，则 tan∠BAP=$\frac{BP}{OP}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

故可得∠BOA=30°，

设 Q_1坐标为（x，$\frac{\sqrt{3}}{9}x^2-\frac{2\sqrt{3}}{3}x$），过点 Q_1作 Q_1F⊥x 轴，

∵△OAB∽△OQ_1A，
∴∠Q_1OA=30°，

故可得 OF= 3 Q_1F，即 x=$\sqrt{3}$（$\frac{\sqrt{3}}{9}x^2-\frac{2\sqrt{3}}{3}x$），

解得：x=9 或 x=0（舍去），
经检验得此时 $OA=AQ_1$，△OQ_1A 是等腰三角形，且和△OBA 相似．

即可得 Q_1坐标为（9，$3\sqrt{3}$ ），

根据函数的对称性可得 Q_2坐标为（-3，$3\sqrt{3}$）．

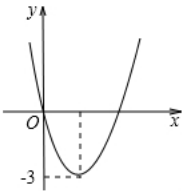
∴在抛物线上存在点 Q，使△AQO 与△AOB 相似，其坐标为：（9，$3\sqrt{3}$）或（-3，$3\sqrt{3}$）．

点评：此题属于二次函数的综合题目，涉及了相似三角形的判定与性质，三角形的面积及一元二次方程的解，综合性较强，需要我们仔细分析，分步解答．

【聚焦山东中考】

1．（2012•泰安）二次函数 $y=ax^2+bx$ 的图象如图，若一元二次方程 $ax^2+bx+m=0$ 有实数根，则 m 的最大值为（　　）

A．-3　　B．3　　C．-6　　D．9

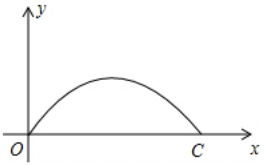


1．考点：抛物线与x轴的交点．专题：探究型．
分析：先根据抛物线的开口向上可知a＞0，由顶点纵坐标为-3得出b与a关系，再根据一元二次方程ax2+bx+m=0有实数根可得到关于m的不等式，求出m的取值范围即可．
解：∵抛物线的开口向上，顶点纵坐标为-3，

∴a＞0，$\frac{-b^2}{4a}$=-3，即b^2=12a，

∵一元二次方程ax^2+bx+m=0有实数根，
∴△=b^2-4am≥0，即12a-4am≥0，即12-4m≥0，解得m≤3，
∴m的最大值为3．
故选B．
点评：本题考查的是抛物线与x轴的交点，根据题意判断出a的符号及a、b的关系是解答此题的关键．

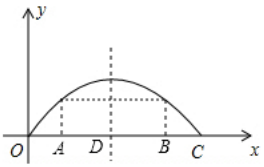
2．（2012•滨州）抛物线$y=-3x^2-x+4$与坐标轴的交点个数是（　　）
A．3　B．2　C．1　D．0
2．A
分析：令抛物线解析式中x=0，求出对应的y的值，即为抛物线与y轴交点的纵坐标，确定出抛物线与y轴的交点坐标，令抛物线解析式中y=0，得到关于x的一元二次方程，求出方程的解有两个，可得出抛物线与x轴有两个交点，综上，得到抛物线与坐标轴的交点个数．
解：抛物线解析式$y=-3x^2-x+4$，
令x=0，解得：y=4，∴抛物线与y轴的交点为（0，4），
令y=0，得到$-3x^2-x+4=0$，即$3x^2+x-4=0$，
分解因式得：（3x+4）（x-1）=0，
解得：$x_1=-\frac{4}{3}$，$x_2=1$，
∴抛物线与x轴的交点分别为（$-\frac{4}{3}$，0），（1，0），
综上，抛物线与坐标轴的交点个数为3．
故选A
点评：此题考查了抛物线与x轴的交点，以及一元二次方程的解法，其中令抛物线解析式中x=0，求出的y值即为抛物线与y轴交点的纵坐标；令y=0，求出对应的x的值，即为抛物线与x轴交点的横坐标．
3．（2012•济南）如图，济南建邦大桥有一段抛物线型的拱梁，抛物线的表达式为$y=ax^2+bx$．小强骑自行车从拱梁一端O沿直线匀速穿过拱梁部分的桥面OC，当小强骑自行车行驶10秒时和26秒时拱梁的高度相同，则小强骑自行车通过拱梁部分的桥面OC共需_____秒．



3．36

思路分析：10秒时和26秒时拱梁的高度相同，则A，B一定是关于对称轴对称的点，据此即可确定对称轴，则O到对称轴的时间可以求得，进而即可求得OC之间的时间．解答：

解：如图，设在10秒时到达A点，在26秒时到达B，



∵10秒时和26秒时拱梁的高度相同，

∴A，B关于对称轴对称．则从A到B需要16秒，则从A到D需要8秒．

∴从O到D需要10+8=18秒．

∴从O到C需要2×18=36秒．

故答案是：36．

点评：本题考查了二次函数的应用，注意到A、B关于对称轴对称是解题的关键．

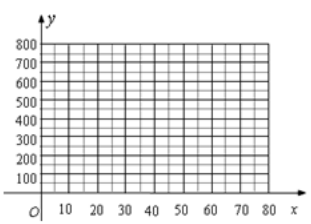
4．（2012•菏泽）牡丹花会前夕，我市某工艺厂设计了一款成本为10元/件的工艺品投放市场进行试销．经过调查，得到如下数据：

销售单价x（元/件）	…	20	30	40	50	60	…
每天销售量（y件）	…	500	400	300	200	100	…

（1）把上表中x、y的各组对应值作为点的坐标，在下面的平面直角坐标系中描出相应的点，猜想y与x的函数关系，并求出函数关系式；

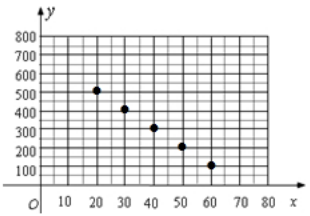
（2）当销售单价定为多少时，工艺厂试销该工艺品每天获得的利润最大？最大利润是多少？（利润=销售总价-成本总价）

（3）菏泽市物价部门规定，该工艺品销售单价最高不能超过35元/件，那么销售单价定为多少时，工艺厂试销该工艺品每天获得的利润最大？



4．分析：（1）利用表中x、y的各组对应值作为点的坐标，在坐标系中描出即可，再根据点

的分布得出 y 与 x 的函数关系式，求出即可；
（2）根据利润=销售总价-成本总价，由（1）中函数关系式得出 W=（x-10）(-10x+700)，，进而利用二次函数最值求法得出即可；
（3）利用二次函数的增减性，结合对称轴即可得出答案．
解：（1）画图如图：



由图可猜想 y 与 x 是一次函数关系，
设这个一次函数为 y=kx+b（k≠0），
∵这个一次函数的图象经过（20，500）、（30，400）这两点，

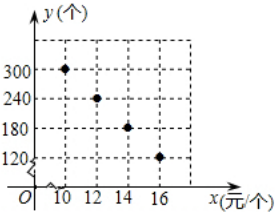
$$\therefore \begin{cases} 500 = 20k + b \\ 400 = 30k + b \end{cases},$$

解得：$\begin{cases} k = -10 \\ b = 700 \end{cases}$，

∴函数关系式是 y=-10x+700．

（2）设工艺厂试销该工艺品每天获得的利润是 W 元，依题意得：
W=（x-10）(-10x+700)，
$=-10x^2+800x-7000$，
$=-10((x-40)^2+9000$，
∴当 x=40 时，W 有最大值 9000．

（3）对于函数 $W=-10(x-40)^2+9000$，
当 x≤35 时，W 的值随着 x 值的增大而增大，
故销售单价定为 35 元/件时，工艺厂试销该工艺品每天获得的利润最大．
点评：此题主要考查了二次函数的应用以及待定系数法求一次函数解析式以及二次函数增减性应用等知识，此题难度不大是中考中考查重点内容．
5．（2012•青岛）在“母亲节”期间，某校部分团员参加社会公益活动，准备购进一批许愿瓶进行销售，并将所得利润捐给慈善机构．根据市场调查，这种许愿瓶一段时间内的销售量 y（个）与销售单价 x（元/个）之间的对应关系如图所示：
（1）试判断 y 与 x 之间的函数关系，并求出函数关系式；
（2）若许愿瓶的进价为 6 元/个，按照上述市场调查的销售规律，求销售利润 w（元）与销售单价 x（元/个）之间的函数关系式；
（3）若许愿瓶的进货成本不超过 900 元，要想获得最大利润，试确定这种许愿瓶的销售单价，并求出此时的最大利润．



5．分析：（1）观察可得该函数图象是一次函数，设出一次函数解析式，把其中两点代入即可求得该函数解析式，进而把其余两点的横坐标代入看纵坐标是否与点的纵坐标相同；
（2）销售利润=每个许愿瓶的利润×销售量；
（3）根据进货成本可得自变量的取值，结合二次函数的关系式即可求得相应的最大利润．
解：（1）y是x的一次函数，设y=kx+b，
图象过点（10，300），（12，240），

$$\begin{cases}10k+b=300\\12k+b=240\end{cases},$$

解得$\begin{cases}k=-30\\b=600\end{cases}$，

∴y=-30x+600，
当x=14时，y=180；当x=16时，y=120，
即点（14，180），（16，120）均在函数y=-30x+600图象上．
∴y与x之间的函数关系式为y=-30x+600；
（2）w=（x-6）（-30x+600）=$-30x^2+780x-3600$，
即w与x之间的函数关系式为$w=-30x^2+780x-3600$；

（3）由题意得：6（-30x+600）≤900，
解得x≥15．

$w=-30x^2+780x-3600$图象对称轴为：$x=\frac{-780}{2\times(-30)}=13$．

∵a=-30＜0，
∴抛物线开口向下，当x≥15时，w随x增大而减小，
∴当x=15时，$w_{最大}=1350$，
即以15元/个的价格销售这批许愿瓶可获得最大利润1350元．
点评：此题主要考查了二次函数的应用；注意结合自变量的取值求得二次函数的最值问题．
6．（2012•聊城）某电子厂商投产一种新型电子产品，每件制造成本为18元，试销过程中发现，每月销售量y（万件）与销售单价x（元）之间的关系可以近似地看作一次函数y=-2x+100．（利润=售价-制造成本）
（1）写出每月的利润z（万元）与销售单价x（元）之间的函数关系式；
（2）当销售单价为多少元时，厂商每月能获得350万元的利润？当销售单价为多少元时，厂商每月能获得最大利润？最大利润是多少？
（3）根据相关部门规定，这种电子产品的销售单价不能高于32元，如果厂商要获得每月不

低于 350 万元的利润，那么制造出这种产品每月的最低制造成本需要多少万元？

6．分析：（1）根据每月的利润 z=（x-18）y，再把 y=-2x+100 代入即可求出 z 与 x 之间的函数解析式，

（2）把 z=350 代入 $z=-2x^2+136x-1800$，解这个方程即可，将 $z=-2x^2+136x-1800$ 配方，得 $z=-2(x-34)^2+512$，即可求出当销售单价为多少元时，厂商每月能获得最大利润，最大利润是多少．

（3）结合（2）及函数 $z=-2x^2+136x-1800$ 的图象即可求出当 25≤x≤43 时 z≥350，再根据限价 32 元，得出 25≤x≤32，最后根据一次函数 y=-2x+100 中 y 随 x 的增大而减小，即可得出当 x=32 时，每月制造成本最低，最低成本是 18×（-2×32+100）．

解：（1）z=（x-18）y=（x-18）（-2x+100）

$=-2x^2+136x-1800$，

∴z 与 x 之间的函数解析式为 $z=-2x^2+136x-1800$；

（2）由 z=350，得 $350=-2x^2+136x-1800$，

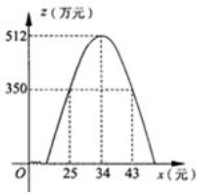
解这个方程得 $x_1=25$，$x_2=43$

所以，销售单价定为 25 元或 43 元，

将 $z=-2x^2+136x-1800$ 配方，得 $z=-2(x-34)^2+512$，

因此，当销售单价为 34 元时，每月能获得最大利润，最大利润是 512 万元；

（3）结合（2）及函数 $z=-2x^2+136x-1800$ 的图象（如图所示）可知，



当 25≤x≤43 时 z≥350，

又由限价 32 元，得 25≤x≤32，

根据一次函数的性质，得 y=-2x+100 中 y 随 x 的增大而减小，

∴当 x=32 时，每月制造成本最低．最低成本是 18×（-2×32+100）=648（万元），

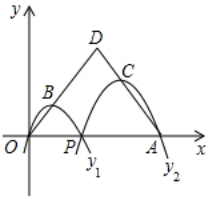
因此，所求每月最低制造成本为 648 万元．

点评：本题考查的是二次函数在实际生活中的应用，关键是根据题意求出二次函数的解析式，综合利用二次函数和一次函数的性质解决实际问题．

【备考真题过关】

一、选择题

2．（2012•湖州）如图，已知点 A（4，0），O 为坐标原点，P 是线段 OA 上任意一点（不含端点 O，A），过 P、O 两点的二次函数 y_1 和过 P、A 两点的二次函数 y_2 的图象开口均向下，它们的顶点分别为 B、C，射线 OB 与 AC 相交于点 D．当 OD=AD=3 时，这两个二次函数的最大值之和等于（　　）

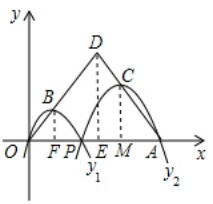


A．$\sqrt{5}$　　B．$\frac{4}{3}\sqrt{5}$　　C．3 D．4

2．思路分析：过 B 作 BF⊥OA 于 F，过 D 作 DE⊥OA 于 E，过 C 作 CM⊥OA 于 M，则 BF+CM 是这两个二次函数的最大值之和，BF // DE // CM，求出 AE=OE=2，DE=$\sqrt{5}$，设 P（2x，0），根据二次函数的对称性得出 OF=PF=x，推出△OBF∽△ODE，△ACM∽△ADE，得出$\frac{BF}{DE}=\frac{OF}{OE}$，$\frac{CM}{DE}=\frac{AM}{AE}$，代入求出 BF 和 CM，相加即可求出答案．

解答：如图，过 B 作 BF⊥OA 于 F，过 D 作 DE⊥OA 于 E，过 C 作 CM⊥OA 于 M，

∵BF⊥OA，DE⊥OA，CM⊥OA，



∴BF // DE // CM，

∵OD=AD=3，DE⊥OA，

∴OE=EA=$\frac{1}{2}$OA=2，

由勾股定理得：DE=$\sqrt{5}$，

设 P（2x，0），根据二次函数的对称性得出 OF=PF=x，

∵BF // DE // CM，

∴△OBF∽△ODE，△ACM∽△ADE，

∴$\frac{BF}{DE}=\frac{OF}{OE}$，$\frac{CM}{DE}=\frac{AM}{AE}$，

即$\frac{BF}{\sqrt{5}}=\frac{x}{2}$，$\frac{CM}{\sqrt{5}}=\frac{2-x}{2}$，

解得：BF=$\frac{\sqrt{5}}{2}x$，CM=$\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{2}x$，

∴BF+CM=$\sqrt{5}$．

故选A．

点评：本题考查了二次函数的最值，勾股定理，等腰三角形性质，相似三角形的性质和判定的应用，主要考查学生运用性质和定理进行推理和计算的能力，题目比较好，但是有一定的难度．

3．（2012•宜昌）已知抛物线 $y=ax^2-2x+1$ 与x轴没有交点，那么该抛物线的顶点所在的象限是（　　）

A．第四象限　B．第三象限　C．第二象限　D．第一象限

3．考点：抛物线与x轴的交点．分析：根据抛物线 $y=ax^2-2x+1$ 与x轴没有交点，得出△=4-4a＜0，a＞1，再根据b=-2，得出抛物线的对称轴在y轴的右侧，即可求出答案．

解：∵抛物线 $y=ax^2-2x+1$ 与x轴没有交点，

∴△=4-4a＜0，

解得：a＞1，

∴抛物线的开口向上，

又∵b=-2，

∴抛物线的对称轴在y轴的右侧，

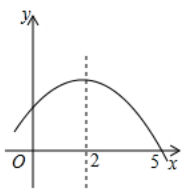
∴抛物线的顶点在第一象限；

故选D．

点评：此题考查了二次函数的图象与x轴交点，关键是根据二次函数的图象与x轴交点的个数与一元二次方程的解之间的联系求出a的值，这些性质和规律要求掌握．

4．（2012•资阳）如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分图象，由图象可知不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集是（　　）

A．-1＜x＜5　B．x＞5　C．x＜-1且x＞5　D．x＜-1或x＞5



4．D

解：由图象得：对称轴是x=2，其中一个点的坐标为（5，0），

∴图象与x轴的另一个交点坐标为（-1，0）．

利用图象可知：

$ax^2+bx+c<0$ 的解集即是y＜0的解集，

∴x＜-1或x＞5．

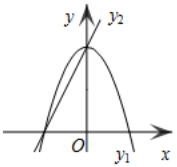
故选：D．

5．（2012•义乌市）如图，已知抛物线 $y_1=-2x^2+2$，直线 $y_2=2x+2$，当x任取一值时，x对应的函数值分别为 y_1、y_2．若 $y_1\neq y_2$，取 y_1、y_2 中的较小值记为M；若 $y_1=y_2$，记M=y_1=y_2．例如：当x=1时，$y_1=0$，$y_2=4$，$y_1<y_2$，此时M=0．下列判断：

①当x＞0时，$y_1>y_2$；　②当x＜0时，x值越大，M值越小；

③使得M大于2的x值不存在；　④使得M=1的x值是 $-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{2}}{2}$．

其中正确的是（　　）
A．①② B．①④ C．②③ D．③④



5．思路分析：利用图象与坐标轴交点以及M值的取法，分别利用图象进行分析即可得出答案．
解：∵①当x＞0时，利用函数图象可以得出$y_2＞y_1$；∴此选项错误；
∵抛物线$y_1=-2x^2+2$，直线$y_2=2x+2$，当x任取一值时，x对应的函数值分别为y_1、y_2．若$y_1≠y_2$，取y_1、y_2中的较小值记为M；
∴②当x＜0时，根据函数图象可以得出x值越大，M值越大；∴此选项错误；
∵抛物线$y_1=-2x^2+2$，直线$y_2=2x+2$，与y轴交点坐标为：（0，2），当x=0时，M=2，抛物线$y_1=-2x^2+2$，最大值为2，故M大于2的x值不存在；
∴③使得M大于2的x值不存在，此选项正确；

∵使得M=1时，可能是$y_1=-2x^2+2=1$，解得：$x_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$x_2=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，

当$y_2=2x+2=1$，解得：$x=-\frac{1}{2}$，

由图象可得出：当$x=\frac{\sqrt{2}}{2}>0$，此时对应$y_2=M$，

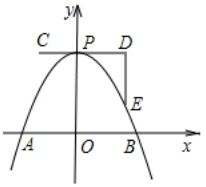
∵抛物线$y_1=-2x^2+2$与x轴交点坐标为：（1，0），（-1，0），
∴当$-1<x<0$，此时对应$y_1=M$，

故M=1时，$x_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$x=-\frac{1}{2}$，

故④使得M=1的x值是$-\frac{1}{2}$或$\frac{\sqrt{2}}{2}$．此选项正确；

故正确的有：③④．
故选：D．
点评：此题主要考查了二次函数与一次函数综合应用，利用数形结合得出函数增减性是解题关键．

6．（2012•大连）如图，一条抛物线与x轴相交于A、B两点，其顶点P在折线C-D-E上移动，若点C、D、E的坐标分别为（-1，4）、（3，4）、（3，1），点B的横坐标的最小值为1，则点A的横坐标的最大值为（　　）
A．1　　B．2　　C．3　　D．4



6．分析：抛物线在平移过程中形状没有发生变化，因此函数解析式的二次项系数在平移前后不会改变．首先，当点 B 横坐标取最小值时，函数的顶点在 C 点，根据待定系数法可确定抛物线的解析式；而点 A 横坐标取最大值时，抛物线的顶点应移动到 E 点，结合前面求出的二次项系数以及 E 点坐标可确定此时抛物线的解析式，进一步能求出此时点 A 的坐标，即点 A 的横坐标最大值．

解：由图知：当点 B 的横坐标为 1 时，抛物线顶点取（-1，4），设该抛物线的解析式为：$y=a（x+1）^2+4$，代入点 B 坐标，得：

$0=a（1+1）^2+4$，$a=-1$，

即：B 点横坐标取最小值时，抛物线的解析式为：$y=-1（x+1）^2+4$．

当 A 点横坐标取最大值时，抛物线顶点应取（3，1），则此时抛物线的解析式：

$y=-（x-3）^2+1=-x^2+6x-8=-（x-2）（x-4）$

∴A（2，0）、B（4，0）．

故选 B．

点评：考查了二次函数综合题，解答该题的关键在于读透题意，要注意的是抛物线在平移过程中形状并没有发生变化，改变的是顶点坐标．注意抛物线顶点所处的 C、E 两个关键位置，前者能确定函数解析式、后者能得到要求的结果．

1．（2012•镇江）若二次函数 $y=（x+1）（x－m）$ 的图象的对称轴在 y 轴的右侧，则实数 m 的取值范围是（　　）

A $m<－1$．　　B $－1<m<0$．　　C $0<m<1$．　　D $m>1$．

考点：抛物线与 x 轴的交点。

专题：探究型。

分析：先令 $（x+1）（x－m）=0$ 求出 x 的值即可得出二次函数与 x 轴的交点坐标，再根据抛物线的对称轴在 y 轴的右侧即可得到关于 m 的不等式，求出 m 的取值范围即可．

解答：解：∵$（x+1）（x－m）=0$，则 $x=－1$ 或 $x=m$，

∴二次函数 $y=（x+1）（x－m）$ 的图象与 x 轴的交点为（－1，0）、（m，0），

∴二次函数的对称轴 $x=\frac{－1+m}{2}$，

∵函数图象的对称轴在 y 轴的右侧，

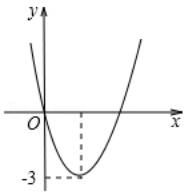
∴$\frac{－1+m}{2}>0$，

解得 $m>1$．

故选 D．

点评：本题考查的是抛物线与 x 轴的交点问题，先根据函数的解析式得出二次函数的图象与 x 轴的交点是解答此题的关键．

2.（2012•泰安）二次函数 $y=ax^2+bx$ 的图象如图，若一元二次方程 $ax^2+bx+m=0$ 有实数根，则 m 的最大值为（　　）



A．－3　　B．3　　C．－6　　D．9

考点：抛物线与 x 轴的交点。

专题：探究型。

分析：先根据抛物线的开口向上可知 $a>0$，由顶点纵坐标为－3 得出 b 与 a 关系，再根据一元二次方程 $ax^2+bx+m=0$ 有实数根可得到关于 m 的不等式，求出 m 的取值范围即可．

解答：解：∵抛物线的开口向上，顶点纵坐标为－3，

∴$a>0$．$\frac{-b^2}{4a}=-3$，即 $b^2=12a$，

∵一元二次方程 $ax^2+bx+m=0$ 有实数根，

∴$\triangle=b^2-4am\geq 0$，即 $12a-4am\geq 0$，即 $12-4m\geq 0$，解得 $m\leq 3$，

∴m 的最大值为 3．

故选 B．

点评：本题考查的是抛物线与 x 轴的交点，根据题意判断出 a 的符号及 a、b 的关系是解答此题的关键．

3.（2012•杭州）已知抛物线 $y=k(x+1)(x-\frac{3}{k})$ 与 x 轴交于点 A，B，与 y 轴交于点 C，则能使△ABC 为等腰三角形的抛物线的条数是（　　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

考点：抛物线与 x 轴的交点。

专题：推理填空题。

分析：整理抛物线解析式，确定出抛物线与 x 轴的一个交点 A 和 y 轴的交点 C，然后求出 AC 的长度，再分①$k>0$ 时，点 B 在 x 轴正半轴时，分 AC=BC、AC=AB、AB=BC 三种情况求解；②$k<0$ 时，点 B 在 x 轴的负半轴时，点 B 只能在点 A 的左边，只有 AC=AB 一种情况列式计算即可．

解答：解：$y=k(x+1)(x-\frac{3}{k})=(x+1)(kx-3)$，

所以，抛物线经过点 A（－1，0），C（0，－3），