中考数学专题复习第二十三讲 圆的有关概念及性质

【基础知识回顾】

一、 圆的定义及性质：

1、 圆的定义：

⑴形成性定义：在一个平面内，线段 OA 绕它固定的一个端点 O 旋转一周，另一个端点 A 随之旋转形成的图形叫做圆，固定的端点叫____ 线段 OA 叫做_____

⑵描述性定义：圆是到定点的距离等于_____ 的点的集合

【赵老师提醒：1、在一个圆中，圆←决定圆的_____ 半径决定圆的_____

2、直径是圆中_____ 的弦，弦不一定是锥】

2、弦与弧：

弦：连接圆上任意两点的____ 叫做弦

弧：圆上任意两点间的____ 叫做弧，弧可分为____ 、____ 、____ 三类

3、圆的对称性：

⑴轴对称性：圆是轴对称图形，有____ 条对称轴_____ 的直线都是它的对称轴

⑵中心对称性：圆是中心对称图形，对称中心是_____

【赵老师提醒：圆不仅是中心对称图形，而且具有旋转_____ 性，即绕圆心旋转任意角度都被与原来的图形重合】

二、 垂径定理及推论：

1、垂径定理：垂直于弦的直径_____ ，并且平分弦所对的_____

2、推论：平分弦（_____）的直径_____ ，并且平分弦所对的_____

【赵老师提醒：1、垂径定理及其推论实质是指一条直线满足：⑴过圆心⑵垂直于弦⑶平分弦⑷平分弦所对的优弧⑸平分弦所对的劣弧五个条件中的两个，那么可推出其中三个，注意解题过程中的灵活运用

2、圆中常作的辅助线是过圆心作弦的_____ 线

3、垂径定理常用作计算，在半径 r 弦 a 弦心 d 和弦 h 中已知两个可求另外两个】

三、圆心角、弧、弦之间的关系：

1、圆心角定义：顶点在_____ 的角叫做圆心角

2、定理：在_____ 中，两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量_____ 它们所对应的其余各组量也分别_____

【赵老师提醒：注意：该定理的前提条件是“在同圆或等圆中”】

四、 圆周角定理及其推论：

1、圆周角定义：顶点在_____ 并且两边都和圆_____ 的角叫圆周角

2、圆周角定理：在同圆或等圆中，圆弧或等弧所对的圆周角_____ 都等于这条弧所对的圆心角的_____

推论 1、在同圆或等圆中，如果两个圆周角_____ 那么它们所对的弧_____

推论 2、半圆（或直径）所对的圆周角是_____ 90^0 的圆周角所对的弦是_____

【赵老师提醒：1、在圆中，一条弦所对的圆心角只有一个，而 它所对的圆周角有_____个，它们的关系是_____

2、 作直弦所对的圆周角是圆中常作的辅助线】

五、 圆内接四边形：

定义：如果一个多边形的所有顶点都在圆上，这个多边形叫做_____ 这个圆叫做_____

性质：圆内接四边形的对角_____

【赵老师提醒：圆内接平行四边形是_____ 圆内接梯形是_____ 】

考点一：垂径定理

例1 （2012•绍兴）如图，AD为⊙O的直径，作⊙O的内接正三角形ABC，甲、乙两人的作法分别是：

甲：1、作OD的中垂线，交⊙O于B，C两点，

2、连接AB，AC，△ABC即为所求的三角形

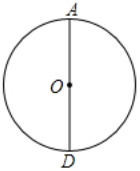
乙：1、以D为圆心，OD长为半径作圆弧，交⊙O于B，C两点．

2、连接AB，BC，CA．△ABC即为所求的三角形．

对于甲、乙两人的作法，可判断（　　）

A．甲、乙均正确　　B．甲、乙均错误

C．甲正确、乙错误　　D．甲错误，乙正确



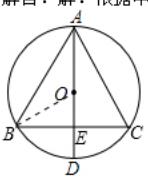
考点：垂径定理；等边三角形的判定与性质；含30度角的直角三角形．

专题：计算题．

分析：由甲的思路画出相应的图形，连接OB，由BC为OD的垂直平分线，得到OE=DE，且BC与OD垂直，可得出OE为OD的一半，即为OB的一半，在直角三角形BOE中，根据一直角边等于斜边的一半可得出此直角边所对的角为30°，得到∠OBE为30°，利用直角三角形的两锐角互余得到∠BOE为60°，再由∠BOE为三角形AOB的外角，且OA=OB，利用等边对等角及外角性质得到∠ABO也为30°，可得出∠ABC为60°，同理得到∠ACB也为60°，利用三角形的内角和定理得到∠BAC为60°，即三角形ABC三内角相等，进而确定三角形ABC为等边三角形；

由乙的思路画出相应的图形，连接OB，BD，由BD=OD，且OB=OD，等量代换可得出三角形OBD三边相等，即为等边三角形，的长∠BOE=∠DBO=60°，由BC垂直平分OD，根据三线合一得到BE为角平分线，可得出∠OBE为30°，又∠BOE为三角形ABO的外角，且OA=OB，利用等边对等角及外角的性质得到∠ABO也为30°，可得出∠ABC为60°，同理得到∠ACB也为60°，利用三角形的内角和定理得到∠BAC为60°，即三角形ABC三内角相等，进而确定三角形ABC为等边三角形，进而得出两人的作法都正确．

解答：解：根据甲的思路，作出图形如下：



连接OB，

∵BC垂直平分OD，

∴E为OD的中点，且OD⊥BC，

∴OE=DE=$\frac{1}{2}$OD，又 OB=OD，

在 Rt△OBE 中，OE=$\frac{1}{2}$OB，

∴∠OBE=30°，又∠OEB=90°，

∴∠BOE=60°，

∵OA=OB，∴∠OAB=∠OBA，

又∠BOE 为△AOB 的外角，

∴∠OAB=∠OBA=30°，

∴∠ABC=∠ABO+∠OBE=60°，

同理∠C=60°，

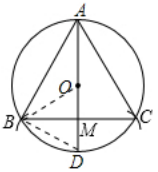
∴∠BAC=60°，

∴∠ABC=∠BAC=∠C，

∴△ABC 为等边三角形，

故甲作法正确；

根据乙的思路，作图如下：



连接 OB，BD，

∵OD=BD，OD=OB，

∴OD=BD=OB，

∴△BOD 为等边三角形，

∴∠OBD=∠BOD=60°，

又 BC 垂直平分 OD，∴OM=DM，

∴BM 为∠OBD 的平分线，

∴∠OBM=∠DBM=30°，

又 OA=OB，且∠BOD 为△AOB 的外角，

∴∠BAO=∠ABO=30°，

∴∠ABC=∠ABO+∠OBM=60°，

同理∠ACB=60°，

∴∠BAC=60°，

∴∠ABC=∠ACB=∠BAC，

∴△ABC 为等边三角形，

故乙作法正确，

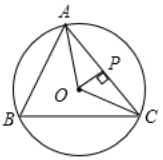
故选 A

点评：此题考查了垂径定理，等边三角形的判定，含 30°直角三角形的判定，三角形的外角性质，以及等腰三角形的性质，熟练掌握定理及判定是解本题的关键．

对应训练

1．（2012•哈尔滨）如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，∠B=60°，OP⊥AC 于点 P，OP=$2\sqrt{3}$，则⊙O 的半径为（　　）

A．$4\sqrt{3}$　　B．$6\sqrt{3}$　　C．8　　D．12



考点：垂径定理；含 30 度角的直角三角形；圆周角定理．
专题：计算题．
分析：由∠B 的度数，利用同弧所对的圆心角等于所对圆周角的 2 倍，求出∠AOC 的度数，再由 OA=OC，利用等边对等角得到一对角相等，利用三角形的内角和定理求出∠OAC=30°，又 OP 垂直于 AC，得到三角形 AOP 为直角三角形，利用 30°所对的直角边等于斜边的一半，根据 OP 的长得出 OA 的长，即为圆 O 的半径．

解答：解：∵圆心角∠AOC 与圆周角∠B 所对的弧都为 $\overset{\frown}{AC}$，且∠B=60°，

∴∠AOC=2∠B=120°，
又 OA=OC，
∴∠OAC=∠OCA=30°，
∵OP⊥AC，
∴∠AOP=90°，

在 Rt△AOP 中，OP=$2\sqrt{3}$，∠OAC=30°，

∴OA=2OP=$4\sqrt{3}$，

则圆 O 的半径 $4\sqrt{3}$．

故选 A
点评：此题考查了垂径定理，圆周角定理，等腰三角形的性质，以及含 30°直角三角形的性质，熟练掌握定理及性质是解本题的关键．

考点二：圆周角定理

例 2　（2012•青海）如图，AB 是⊙O 的直径，弦 CD⊥AB 于点 N，点 M 在⊙O 上，∠1=∠C
（1）求证：CB // MD；

（2）若 BC=4，sinM= $\frac{2}{3}$，求⊙O 的直径．