专题09　算　法

算法是高中数学课程中的新增内容，是中国数学课程内容的一个新特色．“算法”过程是指机械式地按照某种确定的步骤行事，通过一系列小的简单计算操作完成复杂计算的过程．算法的学习内容大致可分为三个步骤：用自然语言描述算法；精确刻画算法(程序框图)；计算机实现执行算法(程序语言的描述过程)．算法思想贯穿高中数学课程的相关部分．

【知识要点】

1．算法：算法可以理解为由基本运算及规定的运算顺序所构成的完整的解题步骤，或者看成按照要求设计好的有限的确切的计算序列，并且这样的步骤或序列能够解决一类问题．现代意义上的“算法”通常是指可以用计算机来解决的某一类问题的程序或步骤．

2．程序框图

程序框图：用一些通用的符号构成一张图来表示算法，这种图称为程序框图(程序框图又称流程图，是一种用程序框、流程线及文字说明来表示算法的图形)．

用框图表示算法步骤的一些常用的图形符号：

程序框	名称	功能
	终端框(起止框)	表示一个算法的起始和结束
	输入、输出框	表示一个算法输入和输出的信息
	处理框(执行框)	赋值、计算
	判断框	判断某一条件是否成立，成立时在出口处标明“是”，不成立时标明“否”
	流程线(指向线)	指引流程图的方向
	连接点	连接另一页或另一部分的框图

程序框图的三种基本逻辑结构：

顺序结构：描述的是最简单的算法结构，语句与语句之间、框与框之间按从上到下的顺序进行(如图9－1)．

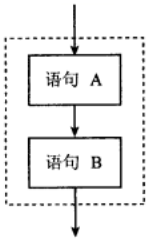


图 9－1

条件分支结构：依据指定条件选择执行不同指令的控制结构(如图 9－2).

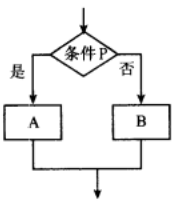


图 9－2

循环结构：根据指定条件决定是否重复执行一条或多条指令的控制结构(如图 9－3).

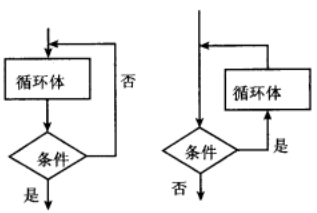


图 9－3

3．几种基本算法语句

任何一个程序设计语言中，都包含五种基本的算法语句，即输入语句、输出语句、赋值语句、条件语句、循环语句.

输入语句和输出语句分别用来实现算法的输入信息、输出结果的功能；赋值语句是用来

表明赋给某一个变量一个具体的确定值的语句；条件语句是处理条件分支逻辑结构的算法语句；循环语句是用来处理算法中的循环结构的语句．

4．中国古代算法案例：

更相减损之术、辗转相除法：求两个正数的最大公因数的方法．

辗转相除法算法步骤：第一步：用两数中较大数除以较小数，求商和余数．第二步：用除数除以余数．第三步：重复第二步，直到余数为 0．第四步，得出两数的最大公约数，即余数 0 之前的余数．

更相减损术算法步骤：第一步：用较大数减去较小数，得到差．第二步：比较减数与差的大小，再用较大数减去较小数．第三步：重复第二步，直到差与减数相等为止．第四步：相等数即为最大公约数．

割圆术：用正多边形的面积逐渐逼近圆面积的算法求圆周率π．

秦九韶算法：求一元多项式的值的一种方法，递推关系为

$$\begin{cases} v_0 = a_n \\ v_k = v_{k-1}x + a_{n-k} \end{cases} (k = 1,2,\cdots,n)$$

【复习要求】

1．了解算法的含义，了解算法的思想．

2．理解程序框图的三种基本逻辑结构：顺序结构、条件分支结构、循环结构．

3．理解几种基本算法语句——输入语句、输出语句、赋值语句、条件语句、循环语句的含义．

【例题分析】

例 1　如图(图 9－4)所示，将一系列指令用框图的形式表示，箭头指向下一步的操作．请按照框图回答问题：

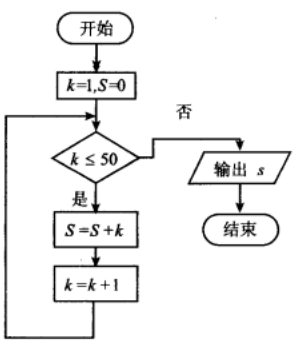


图 9－4

(1)这个框图表示了怎样的算法?

(2)输出的数是多少?

【分析】由框图中的文字及图形符号表示的操作内容可知:此算法是“求 1 到 50 的和”,由此可以算出输出的数.

解: (1)此框图表示的算法为:求 1+2+3+…+50 的和;

(2)易知所求和为 1275.

【评析】程序框图主要包括三部分:表示相应操作的框,带箭头的流程线和框外必要的说明.读框图时要从这三个方面研究,流程线反映了命令执行的先后顺序,主要看箭头方向,框及内外的文字说明表明了操作内容.常用这种方式考察对算法的理解和应用.

例 2 (1)如图 9-5 所示的是一个算法的程序框图,已知 $a_1=3$,输出的结果为 7,则 a_2 的值为_____.

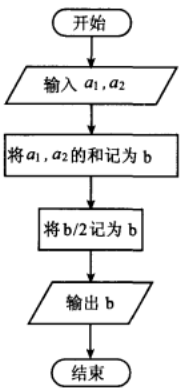


图 9-5

(2)如图 9-6 所示的是某个函数求值的程序框图,则满足该程序的函数解析式为_____.

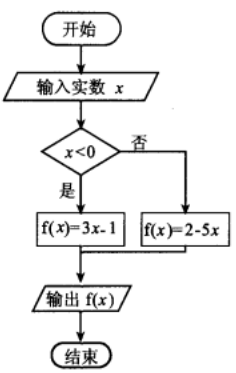


图 9－6

(3)如图 9－7 所示的是求某个数列和的程序框图，此程序输出的结果为_____.

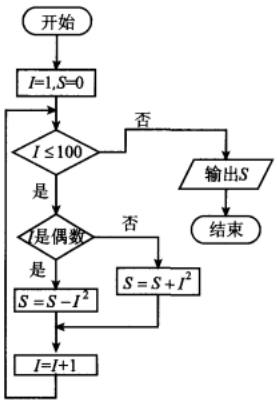


图 9－7

【分析】这三个小题的重点在于读懂框图．(1)只含有顺序结构，(2)含有条件分支结构，表明函数的定义域为 **R**，当 $x<0$ 时，遵从解析式 $f(x)=3x-1$，否则(即当 $x\geqslant 0$ 时)，遵从解析式 $f(x)=2-5x$；(3)中有两个循环变量 S、I，S 是累加变量，I 是计数变量；另外还要判断 I 的奇偶性，以此决定是加还是减．

解：(1)$a_2=11$；(2)$f(x)=\begin{cases}3x-1(x<0)\\2-5x(x\geqslant 0)\end{cases}$；

(3)$S=1^2-2^2+3^2-4^2+\cdots+99^2-100^2=-5050$．

【评析】题(1)，只含有顺序结构，所表示的算法比较简单，只需按照框图箭头方向依次读出即可．题(2)含有条件分支结构，这是一个与分段函数有关的算法，框图中含有判断框．读包含有判断框的框图时，要特别重视判断框内的条件和框外的文字说明，对应的下一步操作会依条件不同而改变．题(3)含有循环结构，当解决一些有规律的科学计算问题，尤其是累加和累乘时，往往可以利用循环结构来实现算法．循环结构有两种，读包含有循环结构的框图时，除关注判断框内外的说明外，一般要从开始依顺序做几次循环，观察变量的变化规律来帮助读懂算法的含义．

例 3 (1)已知平面上的一点 $P_0(x_0，y_0)$和直线 l：$Ax+By+C=0$，求点 P_0到直线 l 的距离 d，并画出程序框图．

(2)用条件分支结构写“已知三个数 a、b、c，找出其中最大数”的算法及框图．