天天练 32　圆的方程及直线与圆位置关系

一、选择题

1．已知圆的方程为 $x^2+y^2-2x-6y+1=0$，那么圆心坐标为(　　)

A．$(-1,-3)$　B．$(1,-3)$

C．$(1,3)$　　D．$(-1,3)$

2．直线 l：$mx-y+1=0$ 与圆 C：$x^2+(y-1)^2=5$ 的位置关系是(　　)

A．相切　B．相离　C．相交　D．不确定

3．(2016·**课标全国Ⅱ**，4)圆 $x^2+y^2-2x-8y+13=0$ 的圆心到直线 $ax+y-1=0$ 的距离为 1，则 $a=$(　　)

A．$-\frac{4}{3}$　B．$-\frac{3}{4}$　C.$\sqrt{3}$　D．2

4．(2017·**广东佛山二模**，7)过点 $M(1,2)$的直线 l 与圆 C：$(x-3)^2+(y-4)^2=25$ 交于 A，B 两点，C 为圆心，当$\angle ACB$ 最小时，直线 l 的方程是(　　)

A．$x-2y+3=0$　B．$2x+y-4=0$

C．$x-y+1=0$　D．$x+y-3=0$

5．若圆 $x^2+y^2=16$ 和圆$(x-a)^2+y^2=1$ 相切，则 a 的值为(　　)

A．±3　B．±5

C．±3 或±5　D．3 或 5

6．(2017·**吉林一检**)过点 $A(a,a)$可作圆 $x^2+y^2-2ax+a^2+2a-3=0$ 的两条切线，则实数 a 的取值范围是(　　)

A．$(-\infty,-3)\cup\left(1,\frac{3}{2}\right)$　B.$\left(1,\frac{3}{2}\right)$

C．$(-\infty,-3)$　D．$(-3,1)\cup\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$

7．已知在平面直角坐标系 xOy 中，圆 C 的方程为 $x^2+y^2=-2y+3$，直线 l 过点$(1,0)$且与直线 $x-y+1=0$ 垂直．若直线 l 与圆 C 交于 A，B 两点，则$\triangle OAB$ 的面积为(　　)

A．1　B.$\sqrt{2}$　C．2　D．$2\sqrt{2}$

8．(2017·**广西适应性测试**)点 A、B 分别为圆 M：$x^2+(y-3)^2=1$ 与圆 N：$(x-3)^2+(y-8)^2=4$ 上的动点，点 C 在直线 $x+y=0$ 上运动，则$|AC|+|BC|$的最小值为(　　)

A．7　B．8　C．9　D．10

二、填空题

9．圆心在直线 $x-2y=0$ 上的圆 C 与 y 轴的正半轴相切，圆 C 截 x 轴所得弦的长为 $2\sqrt{3}$，则圆 C 的标准方程为_____.

10．(2017·洛阳一模)已知过点(2,4)的直线 l 被圆 C：$x^2+y^2-2x-4y-5=0$ 截得的弦长为 6，则直线 l 的方程为_____.

11．(2017·福建师大附中联考，13)与圆 C：$x^2+y^2-2x+4y=0$ 外切于原点，且半径为 $2\sqrt{5}$的圆的标准方程为_____.

三、解答题

12．已知圆 M 经过 $A(1，-2)$，$B(-1,0)$两点，且在两坐标轴上的四个截距之和为 2.

(1)求圆 M 的方程；

(2)若 $P\left(2，\frac{1}{2}\right)$为圆内一点，求经过点 P 被圆 M 截得的弦长最短时的直线 l 的方程.

天天练 32　圆的方程及直线与圆位置关系

1．C　将圆的方程化为一般方程为：$(x-1)^2+(y-3)^2=9$，根据圆的标准方程知圆心坐标为$(1，3)$，所以答案为 C.

2．C　由直线 l：$mx-y+1=0$，得 $y-1=m(x-0)$，因此直线 l 恒过点(0,1)．又点(0,1)是圆 C 的圆心，所以直线 l 与圆 C 的位置关系是相交，故选 C.

3．A　圆的方程可化为$(x-1)^2+(y-4)^2=4$，则圆心坐标为(1,4)，圆心到直线 $ax+y-1=0$ 的距离为$\frac{|a+4-1|}{\sqrt{a^2+1}}=1$，解得 $a=-\frac{4}{3}$.故选 A.

4．D　设圆心 C 到直线 l 的距离为 d，则有 $\cos\frac{\angle ACB}{2}=\frac{d}{5}$，要使 $\angle ACB$ 最小，则 d 要取到最大值．此时直线 l 与直线 CM 垂直．而 $k_{CM}=\frac{4-2}{3-1}=1$，故直线 l 的方程为 $y-2=-1\times(x-1)$，即 $x+y-3=0$.

5．C　两圆的圆心距 $d=|a|$，∵两个圆相切，∴$|a|=3$ 或$|a|=5$，

∴$a=\pm3$ 或±5.

6．A　**通解**　依题意可得 $A(a，a)$在圆外，故 $a^2+a^2-2a^2+a^2+2a-3>0$，即 $a^2+2a-3>0$，解得 $a<-3$ 或 $a>1$，又由$(x-a)^2+y^2=3-2a,3-2a>0$，$a<\frac{3}{2}$，故选 A.

优解　圆 $x^2+y^2-2ax+a^2+2a-3=0$ 化成标准方程得$(x-a)^2+y^2=3-2a$, 故 $A(a, a)$到圆心$(a,0)$的距离为$|a|$, 依题意可得$|a|>\sqrt{3-2a}$, 即 $a^2+2a-3>0$，解得 $a<-3$ 或 $a>1$，选 A.

7．A　圆 C 的标准方程为 $x^2+(y+1)^2=4$，圆心坐标为(0，−1)，半径为 2；直线 l 的斜率为−1，方程为 $x+y-1=0$.圆心到直线 l 的距离 $d=\frac{|0-1-1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，弦长$|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{4-2}=2\sqrt{2}$，又坐标原点 O 到 AB 的距离为$\frac{1}{\sqrt{2}}$，所以△AOB 的面积为$\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=1$.故选 A.

8．A　设$M(0,3)$关于直线$x+y=0$的对称点为$P(-3,0)$，且$N(3,8)$，∴$|AC|+|BC|\geqslant|PN|-1-2=\sqrt{6^2+8^2}-3=7$.

9．$(x-2)^2+(y-1)^2=4$

解析：设圆心为$(2t，t)$，半径为 $r=|2t|$，

∵圆 C 截 x 轴所得弦的长为 $2\sqrt{3}$，

∴$t^2+3=4t^2$，

∴$t=\pm1$，其中 $t=-1$ 不符合题意，舍去，

故 $t=1,2t=2$，

∴$(x-2)^2+(y-1)^2=4$.

10．$x-2=0$ 或 $3x-4y+10=0$

解析：圆 C:$x^2+y^2-2x-4y-5=0$ 的圆心坐标为(1,2), 半径为$\sqrt{10}$. 因为过点(2,4)的直线 l 被圆 C 截得的弦长为 6，所以圆心到直线 l 的距离为 1，①当直线 l 的斜率不存在时，直线方程为 $x-2=0$，满足圆心到直线的距离为 1；②当直线 l 的斜率存在时，设其方程为 $y-4=k(x-2)$，即 $kx-y-2k+4=0$，所以$\frac{|k-2k-2+4|}{\sqrt{1+k^2}}=1$，所以 $k=\frac{3}{4}$，所求直线 l 的方程为 $3x-4y+10=0$.故直线 l 的方程为 $x-2=0$ 或 $3x-4y+10=0$.

11．$(x+2)^2+(y-4)^2=20$

解析：所求圆的圆心在直线 $y=-2x$ 上，所以可设所求圆的圆心为$(a，-2a)(a<0)$，又因为所求圆与圆 C：$x^2+y^2-2x+4y=0$ 外切于原点，且半径为 $2\sqrt{5}$，所以$\sqrt{a^2+(-2a)^2}=2\sqrt{5}$，可得 $a^2=4$，则 $a=-2$ 或 $a=2$(舍去)．所以所求圆的标准方程为$(x+2)^2+(y-4)^2=20$.

12．解：(1)设圆 M 的方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$.

令 $y=0$，得 $x^2+Dx+F=0$，则圆在 x 轴上的截距之和为 $x_1+x_2=-D$;

令 $x=0$，得 $y^2+Ey+F=0$，则圆在 y 轴上的截距之和为 $y_1+y_2=-E$.

由题意有 $-D-E=2$，即 $D+E=-2$.

又∵$A(1，-2)$，$B(-1,0)$在圆上，

$$\therefore\begin{cases}1+4+D-2E+F=0,\\1-D+F=0,\\D+E=-2,\end{cases}\quad\text{解得}\begin{cases}D=-2,\\E=0,\\F=-3.\end{cases}$$

故所求圆 M 的方程为 $x^2+y^2-2x-3=0$.

(2)由(1)知，圆 M 的方程为$(x-1)^2+y^2=4$，圆心为 $M(1,0)$.

当直线 l 过定点 $P\left(2，\frac{1}{2}\right)$且与过此点的圆的半径垂直时，$l$ 被圆截得的弦长最短，此时 $k_{PM}=\frac{0-\frac{1}{2}}{1-2}=\frac{1}{2}$,

∴$k_l=-\frac{1}{k_{PM}}=-2$，于是直线 l 的方程为 $y-\frac{1}{2}=-2(x-2)$，即 $4x+2y-9=0$.

wh.jiajiaoban