

2018~2019学年广东广州越秀区广州市第七中学高 一下学期期中理科数学试卷

一、选择题（本大题共12题，每小题5分，共计60分）

1 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 3$, $b = 4$, $\sin B = \frac{1}{4}$, 则 $\sin A$ 等于 () .

- A. $\frac{3}{16}$ B. $\frac{5}{16}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{5}{8}$

2 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 1$, $S_n = 2a_{n+1}$, 则 $S_n =$ () .

- A. 2^{n-1} B. $\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$ C. $\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ D. $\frac{1}{2^{n-1}}$

3 若 $0 < a < b$ 且 $a + b = 1$, 则下列四个数中最大的是 () .

- A. $\frac{1}{2}$ B. $a^2 + b^2$ C. $2ab$ D. a

4 正四棱台的上底面边长为4, 下底面边长为6, 高为 $\sqrt{3}$, 则该四棱台的表面积为 () .

- A. 92 B. $52 + 20\sqrt{2}$ C. 40 D. $50 + 20\sqrt{2}$

5 一个四面体的所有棱长都为 $\sqrt{2}$, 四个顶点在同一球面上, 则此球的表面积为 () .

- A. 3π B. 4π C. $3\sqrt{3}\pi$ D. 6π

6 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_1 = 1$, 公差 $d = 2$, $S_{k+2} - S_k = 24$, 则 $k =$ () .

- A. 8 B. 7 C. 6 D. 5

下列各函数中，最小值为2的是（ ）.

A. $y = x + \frac{1}{x}$

B. $y = \sin x + \frac{1}{\sin x}, x \in (0, \frac{\pi}{2})$

C. $y = \frac{x^2 + 3}{\sqrt{x^2 + 2}}$

D. $y = 5^x + 5^{-x}$

8 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $S_n = 2^n - c (c \in \mathbf{R})$ ，若

$\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \cdots + \log_2 a_n = 10$ ，则 $n =$ （ ）

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

9 不等式 $\frac{1}{x-1} \geq 1$ 的解集为（ ）.

A. $(-\infty, 2]$

B. $[2, +\infty)$

C. $(1, 2]$

D. $[1, 2]$

10 在 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分别为内角 A, B, C 的对边，已知 $B = 60^\circ$ ，则 $\frac{c}{a+b} + \frac{a}{b+c} =$ （ ）.

A. 1

B. $3 - 2\sqrt{3}$ 或1

C. 1或 $\sqrt{3}$

D. 2

11 对于任意实数 x ，符号 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，例如 $[3] = 3$ ， $[-1.2] = -2$ ， $[1.2] = 1$. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = [\log_2 n]$ ，其前 n 项和为 S_n ，若 n_0 是满足 $S_n > 2018$ 的最小整数，则 n_0 的值为（ ）.

A. 305

B. 306

C. 315

D. 316

12 一个三角形具有以下性质：(1) 三边组成一个公差为1的等差数列；(2) 最大角是最小角的2倍. 则该三角形的最大边长为（ ）.

A. 6

B. 5

C. 4

D. 7

二、填空题（本大题共4题，每小题5分，共计20分）

13 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 依次成等差数列， $AB = 8$ ， $BC = 5$ ，则 $\triangle ABC$ 外接圆的面积为_____.

14 已知数列 $1, \frac{1}{1+2}, \frac{1}{1+2+3}, \dots, \frac{1}{1+2+3+\dots+n}, \dots$, 则其前 n 项的和等于_____.

15 当 $x > 1$ 时, 则 $y = x + \frac{1}{x} + \frac{16x}{x^2 + 1}$ 的最小值是_____.

16 把正整数按一定的规则排成了如图所示的三角形数表, 设 $(a_{ij}(i, j \in N^*))$ 是位于这个三角形数表中从上往下数第 i 行、从左往右第 j 个数, 如 $a_{42} = 8$, 若 $a_{ij} = 2009$, 则 i 与 j 的和为_____.

1					
2	4				
3	5	7			
6	8	10	12		
9	11	13	15	17	
14	16	18	20	22	24

三、解答题 (本大题共6题, 共计70分)

17 在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 是三角形的三内角, a, b, c 是三内角对应的三边, 已知 A, B, C 成等差数列, a, b, c 成等比数列.

(1) 求角 B 的大小.

(2) 若 $b = 3 + \sqrt{7}$, 求 $a + 2c$ 的值.

18 已知数列 $\{a_n\}$ 是递增数列, 且满足 $a_3 \cdot a_5 = 16, a_2 + a_6 = 10$.

(1) 若 $\{a_n\}$ 是等差数列, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

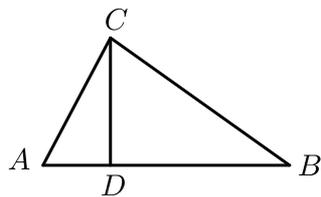
(2) 对于(1)中 $\{a_n\}$, 令 $b_n = (a_n + 7) \cdot \frac{2^n}{3}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19 已知不等式 $x^2 - 5ax + b > 0$ 的解集为 $\{x|x > 4 \text{ 或 } x < 1\}$.

(1) 求实数 a, b 的值.

(2) 若 $0 < x < 2$, $f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{2-x}$, 求 $f(x)$ 的最小值.

- 20 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 为 A, B, C 所对的边, $CD \perp AB$ 于点 D , 且 $BD - AD = \frac{1}{2}c$.



(1) 求证: $\sin C = 2 \sin(A - B)$.

(2) 若 $\cos A = \frac{3}{5}$, 求 $\tan C$ 的值.

- 21 小王于年初用50万元购买一辆大货车, 第一年因缴纳各种费用需支出6万元, 从第二年起, 每年都比上一年增加支出2万元, 假定该车每年的运输收入均为25万元. 小王在该车运输累计收入超过总支出后, 考虑将大货车作为二手车出售, 若该车在第 x 年年底出售, 其销售价格为 $25 - x$ 万元 (国家规定大货车的报废年限为10年).

(1) 大货车运输到第几年年底, 该车的运输累计收入超过总支出?

(2) 在第几年年底将大货车出售, 能使小王获得的年平均利润最大? (利润=累计收入+销售收入-总支出)

- 22 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 并且 $a_2 = 2$, $S_5 = 15$, 数列 $\{b_n\}$ 满足: $b_1 = \frac{1}{2}$,

$$b_{n+1} = \frac{n+1}{2n} b_n \quad (n \in \mathbf{N}^*),$$
 记数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n .

(1) 求 S_n 和 T_n .

(2) 记集合 $M = \left\{ n \mid \frac{2S_n(2 - T_n)}{n+2} \geq \lambda, n \in \mathbf{N}^* \right\}$, 若 M 的子集个数为16, 求实数 λ 的取值范围.