

# 2018~2019学年广东广州越秀区广州市第七中学高 一下学期期中理科数学试卷

## 一、选择题（本大题共12题，每小题5分，共计60分）

1 在 $\triangle ABC$ 中,  $a = 3$ ,  $b = 4$ ,  $\sin B = \frac{1}{4}$ , 则 $\sin A$ 等于 ( ) .

- A.  $\frac{3}{16}$       B.  $\frac{5}{16}$       C.  $\frac{3}{8}$       D.  $\frac{5}{8}$

2 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ ,  $a_1 = 1$ ,  $S_n = 2a_{n+1}$ , 则 $S_n =$  ( ) .

- A.  $2^{n-1}$       B.  $\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$       C.  $\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$       D.  $\frac{1}{2^{n-1}}$

3 若 $0 < a < b$ 且 $a + b = 1$ , 则下列四个数中最大的是 ( ) .

- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $a^2 + b^2$       C.  $2ab$       D.  $a$

4 正四棱台的上底面边长为4, 下底面边长为6, 高为 $\sqrt{3}$ , 则该四棱台的表面积为 ( ) .

- A. 92      B.  $52 + 20\sqrt{2}$       C. 40      D.  $50 + 20\sqrt{2}$

5 一个四面体的所有棱长都为 $\sqrt{2}$ , 四个顶点在同一球面上, 则此球的表面积为 ( ) .

- A.  $3\pi$       B.  $4\pi$       C.  $3\sqrt{3}\pi$       D.  $6\pi$

6 设 $S_n$ 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和, 若 $a_1 = 1$ , 公差 $d = 2$ ,  $S_{k+2} - S_k = 24$ , 则 $k =$  ( ) .

- A. 8      B. 7      C. 6      D. 5

下列各函数中，最小值为2的是（ ）。

A.  $y = x + \frac{1}{x}$

B.  $y = \sin x + \frac{1}{\sin x}, x \in (0, \frac{\pi}{2})$

C.  $y = \frac{x^2 + 3}{\sqrt{x^2 + 2}}$

D.  $y = 5^x + 5^{-x}$

8 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ ，且 $S_n = 2^n - c (c \in \mathbf{R})$ ，若

$\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \cdots + \log_2 a_n = 10$ ，则 $n =$ （ ）

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

9 不等式 $\frac{1}{x-1} \geq 1$ 的解集为（ ）。

A.  $(-\infty, 2]$

B.  $[2, +\infty)$

C.  $(1, 2]$

D.  $[1, 2]$

10 在 $\triangle ABC$ 中， $a, b, c$ 分别为内角 $A, B, C$ 的对边，已知 $B = 60^\circ$ ，则 $\frac{c}{a+b} + \frac{a}{b+c} =$ （ ）。

A. 1

B.  $3 - 2\sqrt{3}$ 或1

C. 1或 $\sqrt{3}$

D. 2

11 对于任意实数 $x$ ，符号 $[x]$ 表示不超过 $x$ 的最大整数，例如 $[3] = 3$ ， $[-1.2] = -2$ ， $[1.2] = 1$ 。已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = [\log_2 n]$ ，其前 $n$ 项和为 $S_n$ ，若 $n_0$ 是满足 $S_n > 2018$ 的最小整数，则 $n_0$ 的值为（ ）。

A. 305

B. 306

C. 315

D. 316

12 一个三角形具有以下性质：（1）三边组成一个公差为1的等差数列；（2）最大角是最小角的2倍。则该三角形的最大边长为（ ）。

A. 6

B. 5

C. 4

D. 7

## 二、填空题（本大题共4题，每小题5分，共计20分）

13 在 $\triangle ABC$ 中，内角 $A, B, C$ 依次成等差数列， $AB = 8$ ， $BC = 5$ ，则 $\triangle ABC$ 外接圆的面积为\_\_\_\_\_。

14 已知数列 $1, \frac{1}{1+2}, \frac{1}{1+2+3}, \dots, \frac{1}{1+2+3+\dots+n}, \dots$ , 则其前 $n$ 项的和等于\_\_\_\_\_.

15 当 $x > 1$ 时, 则 $y = x + \frac{1}{x} + \frac{16x}{x^2 + 1}$ 的最小值是\_\_\_\_\_.

16 把正整数按一定的规则排成了如图所示的三角形数表, 设 $(a_{ij}, i, j \in N^*)$ 是位于这个三角形数表中从上往下数第 $i$ 行、从左往右第 $j$ 个数, 如 $a_{42} = 8$ , 若 $a_{ij} = 2009$ , 则 $i$ 与 $j$ 的和为\_\_\_\_\_.

1					
2	4				
3	5	7			
6	8	10	12		
9	11	13	15	17	
14	16	18	20	22	24

### 三、解答题 (本大题共6题, 共计70分)

17 在 $\triangle ABC$ 中,  $A, B, C$ 是三角形的三内角,  $a, b, c$ 是三内角对应的三边, 已知 $A, B, C$ 成等差数列,  $a, b, c$ 成等比数列.

(1) 求角 $B$ 的大小.

(2) 若 $b = 3 + \sqrt{7}$ , 求 $a + 2c$ 的值.

18 已知数列 $\{a_n\}$ 是递增数列, 且满足 $a_3 \cdot a_5 = 16, a_2 + a_6 = 10$ .

(1) 若 $\{a_n\}$ 是等差数列, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

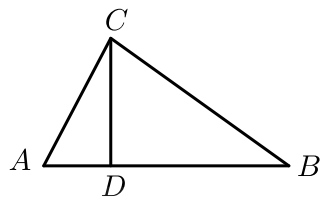
(2) 对于(1)中 $\{a_n\}$ , 令 $b_n = (a_n + 7) \cdot \frac{2^n}{3}$ , 求数列 $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和 $T_n$ .

19 已知不等式 $x^2 - 5ax + b > 0$ 的解集为 $\{x | x > 4 \text{ 或 } x < 1\}$ .

(1) 求实数 $a, b$ 的值.

(2) 若 $0 < x < 2$ ,  $f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{2-x}$ , 求 $f(x)$ 的最小值.

20 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $a, b, c$ 为 $A, B, C$ 所对的边,  $CD \perp AB$ 于点 $D$ , 且 $BD - AD = \frac{1}{2}c$ .



(1) 求证:  $\sin C = 2 \sin(A - B)$ .

(2) 若 $\cos A = \frac{3}{5}$ , 求 $\tan C$ 的值.

21 小王于年初用50万元购买一辆大货车, 第一年因缴纳各种费用需支出6万元, 从第二年起, 每年都比上一年增加支出2万元, 假定该车每年的运输收入均为25万元. 小王在该车运输累计收入超过总支出后, 考虑将大货车作为二手车出售, 若该车在第 $x$ 年年底出售, 其销售价格为 $25 - x$ 万元 (国家规定大货车的报废年限为10年).

(1) 大货车运输到第几年年底, 该车的运输累计收入超过总支出?

(2) 在第几年年底将大货车出售, 能使小王获得的年平均利润最大? (利润=累计收入+销售收入-总支出)

22 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ , 并且 $a_2 = 2$ ,  $S_5 = 15$ , 数列 $\{b_n\}$ 满足:  $b_1 = \frac{1}{2}$ ,

$b_{n+1} = \frac{n+1}{2n} b_n (n \in \mathbf{N}^*)$ , 记数列 $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $T_n$ .

(1) 求 $S_n$ 和 $T_n$ .

(2) 记集合 $M = \left\{ n \mid \frac{2S_n(2-T_n)}{n+2} \geq \lambda, n \in \mathbf{N}^* \right\}$ , 若 $M$ 的子集个数为16, 求实数 $\lambda$ 的取值范围.