

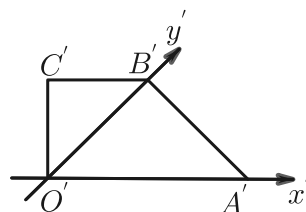
# 2018~2019学年广东广州天河区天河外国语学校高 一下学期期中数学试卷

## 一、选择题（本大题共12题，每小题5分，共计60分）

1 直线 $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ 的倾斜角为（ ）.

- A.  $150^\circ$       B.  $120^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $30^\circ$

2 如果一个水平放置的平面图形的斜二测直观图是如图所示的直角梯形，其中 $O'A' = 2$ ,  $\angle B'A'O' = 45^\circ$ ,  $B'C' \parallel O'A'$ , 则原平面图形的面积为（ ）.



- A.  $3\sqrt{2}$       B.  $6\sqrt{2}$   
C.  $\frac{3}{2}\sqrt{2}$       D.  $\frac{3}{4}$

3 已知 $m$ 和 $n$ 是两条不同的直线， $\alpha$ 和 $\beta$ 是两个不重合的平面，下面给出的条件中一定能推出 $m \perp \beta$ 的是（ ）.

- A.  $\alpha \perp \beta$ 且 $m \subset \alpha$   
B.  $\alpha \perp \beta$ 且 $m \parallel \alpha$   
C.  $m \parallel n$ 且 $n \perp \beta$   
D.  $m \perp n$ 且 $\alpha \parallel \beta$

4 圆 $C: (x+1)^2 + y^2 = 4$ 与圆 $M: (x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$ 的位置关系为（ ）.

- A. 内切                      B. 外切                      C. 相交                      D. 相离

5 两条直线  $y = ax - 2$  与  $y = (a + 2)x + 1$  互相垂直, 则  $a$  等于 ( ).

- A. -1                      B. 0                      C. 1                      D. 2

6 圆  $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 10 = 0$  上的点到直线  $x + y - 14 = 0$  的最大距离与最小距离的差是 ( ).

- A. 36                      B. 18                      C.  $6\sqrt{2}$                       D.  $5\sqrt{2}$

7 底面是边长为1的正方形, 侧面是等边三角形的四棱锥的外接球的体积为 ( ).

- A.  $\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$   
C.  $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$                       D.  $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$

8 在  $\triangle ABC$  中, 若  $C = 60^\circ$ ,  $c^2 = ab$ , 则三角形的形状为 ( ).

- A. 直角三角形                      B. 等腰三角形                      C. 等边三角形                      D. 钝角三角形

9 直线  $l: x + y + a = 0$  与圆  $C: x^2 + y^2 = 3$  截得的弦长为  $\sqrt{3}$ , 则  $a =$  ( ).

- A.  $\pm \frac{3}{2}$                       B.  $\pm 3\sqrt{2}$   
C.  $\pm 3$                       D.  $\pm \frac{3}{2}\sqrt{2}$

10 等腰直角三角形  $ABC$  的斜边  $AB$  在平面  $\alpha$  内, 若  $AC$  与  $\alpha$  所成的角为  $30^\circ$ , 则斜边上的中线  $CM$  与  $\alpha$  所成的角为 ( ).

- A.  $30^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $90^\circ$

11 在  $\triangle ABC$  中,  $a = 3$ ,  $\angle C = \frac{\pi}{3}$ ,  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ , 则  $c =$  ( ).

- A. 13                      B.  $3\sqrt{3}$                       C.  $\sqrt{7}$                       D.  $\sqrt{13}$

当曲线 $y = 1 + \sqrt{4 - x^2}$ 与直线 $y = k(x - 2) + 4$ 有两个相异交点时, 实数 $k$ 的取值范围是 ( ).

A.  $\left(0, \frac{5}{12}\right)$

B.  $\left(\frac{1}{3}, \frac{3}{4}\right]$

C.  $\left(\frac{5}{12}, \frac{3}{4}\right]$

D.  $\left(\frac{5}{12}, +\infty\right)$

## 二、填空题 (本大题共4题, 每小题5分, 共计20分)

13 已知直线 $l: kx - y + 1 + 2k = 0 (k \in \mathbf{R})$ , 则该直线过定点 \_\_\_\_\_.

14 圆 $C: x^2 + (y + 1)^2 = 4$ 关于直线 $x + y - 1 = 0$ 对称的圆的方程是 \_\_\_\_\_.

15 已知圆 $C: (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$ , 求过点 $A(-3, -2)$ 且与圆 $C$ 相切的切线方程是 \_\_\_\_\_.

16 已知点 $A(1, 1)$ ,  $B(-2, 2)$ , 直线 $l$ 过点 $P(-1, -1)$ 且与线段 $AB$ 始终有交点, 则直线 $l$ 的斜率 $k$ 的取值范围为 \_\_\_\_\_.

## 三、解答题 (本大题共6题, 共计70分)

17 已知三角形的顶点为 $A(2, 4)$ ,  $B(0, -2)$ ,  $C(-2, 3)$ .

(1) 求 $AB$ 边上的中线 $CM$ 所在直线的方程.

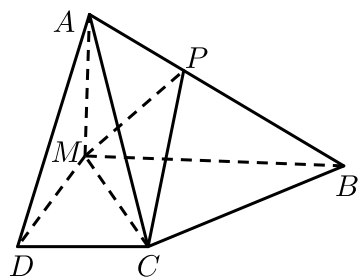
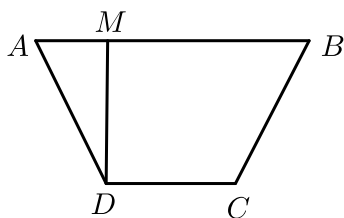
(2) 求 $AB$ 边长的高所在直线的方程.

18 在 $\triangle ABC$ 中, 角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ , 已知 $b^2 + c^2 = a\left(\frac{\sqrt{3}}{3}bc + a\right)$ .

(1) 证明:  $a = 2\sqrt{3}\cos A$ .

(2) 若 $A = \frac{\pi}{3}$ ,  $B = \frac{\pi}{6}$ , 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19 如图: 高为1的等腰梯形 $ABCD$ 中,  $AM = CD = 1$ ,  $AB = 3$ , 现将 $\triangle AMD$ 沿 $MD$ 折起, 使平面 $AMD \perp$ 平面 $MBCD$ , 连接 $AB$ ,  $AC$ .

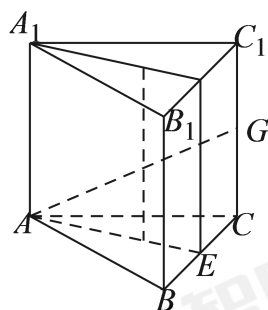


- (1) 在 $AB$ 边上是否存在点 $P$ , 使 $AD \parallel$ 平面 $MPC$ .
- (2) 当点 $P$ 为 $AB$ 边中点时, 求点 $B$ 到平面 $MPC$ 的距离.

20 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A, B, C$ 所对的边分别是 $a, b, c$ , 已知 $2b(2b - c) \cos A = a^2 + b^2 - c^2$ .

- (1) 求角 $A$ 的大小.
- (2) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$ , 且 $a = 5$ , 求 $b + c$ .

21 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中,  $BB_1 \perp$ 平面 $ABC$ ,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AC = AB = AA_1$ ,  $E$ 是 $BC$ 的中点.



- (1) 求证:  $AE \perp B_1C$ .
- (2) 求异面直线 $AE$ 与 $A_1C$ 所成的角的大小.
- (3) 若 $G$ 为 $C_1C$ 中点, 求二面角 $C - AG - E$ 的正切值.

22 已知圆 $M$ 过原点 $O(0, 0)$ , 且圆心在 $x$ 轴的正半轴上, 直线 $l: y = 3x$ 被该圆所截得的弦长为 $\frac{\sqrt{10}}{5}$ .

- (1) 求圆 $M$ 的方程.
- (2) 设 $A(0, t)$ ,  $B(0, t + 6)$  ( $-5 \leq t \leq -2$ ), 若圆 $M$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆, 求 $\triangle ABC$ 的面积 $S$ 的最大值和最小值.