

2020 年深圳市高三第一次调研考试
文科数学试题参考答案及评分参考

第 I 卷

一、选择题

- 1.D 2.B 3.C 4.B 5.A 6.B
7.D 8.B 9.D 10.C 11.A 12.B

12. 【解析】由图像, 可得 $0 < f(x_3) < 2$, 所以 $x_3 \in (1, 9)$, 且 $x_3 \cdot f(x_1) = x_3 \cdot f(x_3) = x_3 \cdot (3 - \sqrt{x_3})$,

令 $t = \sqrt{x_3}$, 则 $g(t) = x_3 \cdot f(x_1) = -t^3 + 3t^2$, $t \in (1, 3)$, 故 $g'(t) = -3t^2 + 6t = -3t(t - 2)$,

故当 $t = 2$ 时, $g(t)_{\max} = g(2) = 4$.

法二: 利用均值不等式:

$$x_3 \cdot f(x_1) = x_3 \cdot f(x_3) = x_3 \cdot (3 - \sqrt{x_3}) = 4 \times \left(\frac{1}{2} \sqrt{x_3} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{x_3} \cdot (3 - \sqrt{x_3}) \right) \leq 4 \left(\frac{3}{3} \right)^3 = 4.$$

二、填空题

13. $\sqrt{5}$; 14. $\frac{\sqrt{11}}{2}$; 15. 32; 16. $\sqrt{3}$.

16. 【解法一】, 设 $\angle MFO = \theta$, 因为 $|OF| = c, |OM| = a$, 所以 $|MF| = b, |MN| = 2b$.

所以 $\cos \theta = \frac{b}{c}, \sin \theta = \frac{a}{c}, x_N = \frac{3b^2 - c^2}{c}, y_N = \frac{3ab}{c}$ 又点 N 在直线 $y = \frac{b}{a}x$ 上, 所以整理得到

$3a^2 = c^2$, 又 $e > 1$, 所以 $e = \sqrt{3}$.

【解法二】设 $\angle MOF = \theta$, 则 $\angle MON = \pi - 2\theta$, 在 $Rt\triangle OMN$ 中, 有 $\tan \angle MON = \frac{|MN|}{|OM|}$,

所以 $\tan(\pi - 2\theta) = \frac{2b}{a}$, 由此可求得 $2a^2 = b^2$, 从而可求得 $e = \sqrt{3}$.

【命题意图】考查学生直线与圆的位置关系, 双曲线的基本性质等知识点, 考查学生数形结合, 方程的数学思想, 体现学生直观想象, 数学运算等核心素养;

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知公差为零, $S_3 = 15$, 且 a_1, a_3, a_{11} 成等比数列.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = a_n \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^n$, 试问数列 $\{b_n\}$ 是否存在最大项? 若存在, 求出最大项序号 n 的值;

反之, 请说明理由.

解: (1) 由 $S_3 = 15$ 可得 $a_1 + d = 5$, ①1 分

又 $\because a_3^2 = a_1 \cdot a_{11}$, $\therefore (a_1 + 2d)^2 = a_1(a_1 + 10d)$ 2 分

整理得 $6a_1d = 4d^2 (d \neq 0)$, 所以 $3a_1 = 2d$, ②3 分

联立①②可得 $a_1 = 2$, $d = 3$,5 分

所以 $a_n = 3n - 1$6 分

(2) $b_n = (3n - 1) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^n$,7 分

$b_{n+1} - b_n = (3n + 2) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{n+1} - (3n - 1) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^n = \left(\frac{5}{6}\right)^n \times \frac{16 - 3n}{6}$,9 分

若 $b_{n+1} - b_n > 0$, 则 $n < \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$;10 分

若 $b_{n+1} - b_n < 0$, 则 $n > \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$;11 分

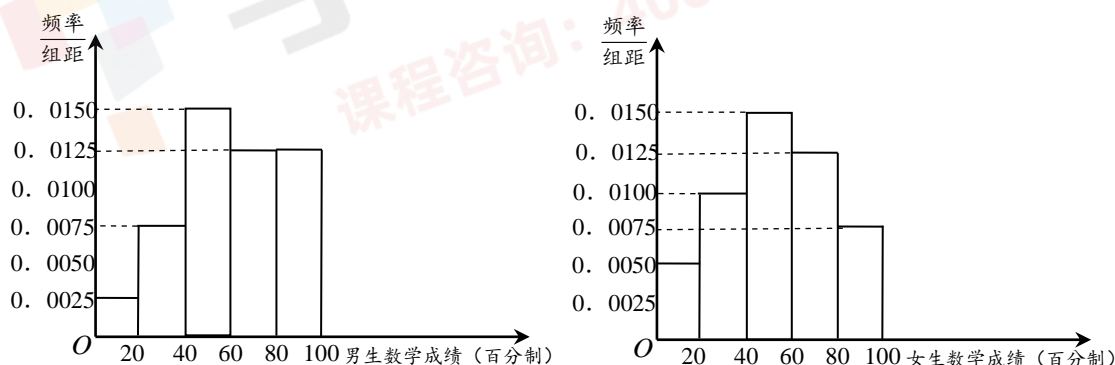
因此 $b_1 < \dots < b_5 < b_6 > b_7 > \dots > b_{n-1} > b_n$,

所以 b_6 最大, 即最大项序号 $n = 6$12 分

【命题意图】本题主要考查以两个常见(等差、等比)的数列模型为载体, 考查基本量之间的关系, 求数列的最大项, 能够认清数列的本质就是特殊的函数, 把研究函数单调性、最值迁移到数列之中, 重点考查等价转换思想, 体现了数学运算、逻辑推理等核心素养.

18. (本小题满分 12 分)

某校高一年级有学生 1000 人, 其中男生 600 人, 女生 400 人, 为调查学生的数学成绩是否与性别有关, 现采用分层抽样的方法, 从中随机抽取了 100 名学生的成绩, 其频率分布直方图如下:



(1) 如果数学测试的及格成绩为 60, 请根据题意完成下面的 2×2 列联表, 并判断是

否有 75% 以上的把握认为 “学生的数学成绩与性别有关”？

	及格	不及格	合计
男生			
女生			
合计			100

(2) 估计这 100 名学生的平均成绩 (同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)。

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2 \geq k)$	0.40	0.25	0.15	0.10
k	0.708	1.323	2.072	2.706

解: (1) 由题意可得,

	及格	不及格	合计
男生	30	30	60
女生	16	24	40
合计	46	54	100

-----2 分

$$\therefore K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} = \frac{100 \times (30 \times 24 - 30 \times 16)^2}{60 \times 40 \times 46 \times 54} \approx 0.966 \text{ -----4 分}$$

$$\therefore 0.996 < 1.323$$

\therefore 没有 75% 以上的把握认为 “学生的数学成绩与性别有关”. -----6 分

(2) 由题意可知, 男生数学的平均成绩为

$$\bar{x} = 10 \times 0.05 + 30 \times 0.15 + 50 \times 0.3 + 70 \times 0.25 + 90 \times 0.25 = 60, \text{ -----8 分}$$

女生数学成绩的平均成绩为

$$\bar{y} = 10 \times 0.1 + 30 \times 0.2 + 50 \times 0.3 + 70 \times 0.25 + 90 \times 0.15 = 53, \text{ -----10 分}$$

\therefore 样本中男女生人数之比为 3:2,

$$\text{这 100 名学生的平均成绩为 } \bar{z} = 60 \times 0.6 + 53 \times 0.4 = 57.2. \text{ -----12 分}$$

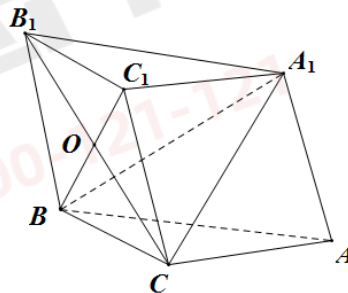
【命题意图】本题主要考查利用列联表计算 K^2 的值, 独立性检验, 利用频率分布直方图计算平均值等知识, 体现了数据分析、数学运算等核心素养.

19. (本小题满分 12 分)

已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ ，侧面 BCC_1B_1 为正方形，底面 ABC 为正三角形， $BC_1 \cap B_1C = O$ ， $A_1B_1 = A_1C_1$ 。

(1) 求证： $B_1C \perp$ 平面 A_1BC_1 ；

(2) 若 $BC = 2$ ，求点 C 到平面 $A_1B_1C_1$ 的距离。



解：(1) 证明：连接 A_1O ，.....1 分

\because 侧面 BCC_1B_1 为正方形，

$\therefore BC_1 \perp B_1C$ ，.....2 分

$\because AB = A_1B_1$ ， $A_1B_1 = A_1C_1$ ，

$\therefore A_1B_1 = A_1C_1$ ，

又 $\because O$ 为 B_1C 的中点，

$\therefore B_1C \perp A_1O$ ，.....3 分

$\because BC_1 \cap A_1O = O$ ，.....4 分

$\therefore B_1C \perp$ 平面 A_1BC_1 。.....5 分

(2) 解法一： $\because BC = 2$ ，

$\therefore A_1B_1 = A_1C_1 = A_1C_1 = 2$ ，

\because 侧面 BCC_1B_1 为正方形，

$\therefore B_1C = \sqrt{BC^2 + BB_1^2} = 2\sqrt{2}$ ，

$\therefore B_1O = C_1O = CO = \sqrt{2}$ ，.....6 分

$\therefore A_1O = \sqrt{2}$ ，.....7 分

$\because A_1C_1^2 = C_1O^2 + A_1O^2$ ，

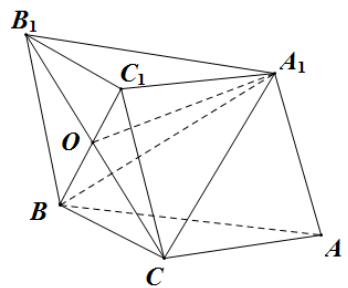
$\therefore C_1O \perp A_1O$ ，.....8 分

$\because C_1O \perp B_1C$ ， $A_1O \cap B_1C = O$ ，

$\therefore C_1O \perp$ 平面 $A_1B_1C_1$ 。.....9 分

设 h 为点 C 到平面 $A_1B_1C_1$ 的距离，由 $V_{C_1-A_1B_1C} = V_{C-A_1B_1C_1}$ 可得

$$\frac{1}{3} S_{\triangle A_1B_1C} \times |C_1O| = \frac{1}{3} S_{\triangle A_1B_1C_1} \times h. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$



$$\therefore S_{\triangle A_1B_1C} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2, \quad |C_1O| = \sqrt{2}, \quad S_{\triangle A_1B_1C_1} = \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}, \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\therefore h = \frac{2\sqrt{6}}{3}. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

解法二：通过证明或计算可得四棱锥 A_1-ABCD 为正四面体，其高的公式 $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a$ (a 为棱长)。

解法三：可利用 $B_1C \perp$ 平面 A_1BC_1 计算 $V_{C-A_1B_1C_1} = 2V_{B_1-A_1C_1O} = 2 \times \frac{1}{3} S_{\triangle A_1C_1O} \cdot |B_1O|$ 。

【命题意图】本题主要考查了线面垂直的判定定理和定义、等体积法求点到面的距离等知识，重点考查等价转换思想，体现了直观想象、数学运算、逻辑推理等核心素养。

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，且椭圆 C 过点 $(0, -1)$ 。

(1) 求椭圆 C 的方程；

(2) 已知直线 $l: y = x + m (m > 0)$ 与椭圆 C 交于 A, B 两点，点 O 为坐标原点，在椭圆 C 上是否存在一点 P ，满足 $\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \mathbf{0}$ ，若存在，求 $\triangle ABP$ 的面积；若不存在，请说明理由。

解：(1) 由题设可知， $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $b^2 = 1$ ，-----2 分

又 $a^2 = b^2 + c^2$ ，解得 $a^2 = 2$ ，-----3 分

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 。-----4 分

(2) 设存在椭圆上的一点 $P(x_0, y_0)$ ，满足 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OP} = \mathbf{0}$ ，

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ，则 $\begin{cases} x_0 = -(x_1 + x_2), \\ y_0 = -(y_1 + y_2), \end{cases}$ -----5 分

联立 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 与 $y = x + m (m > 0)$ ，消去 y 并整理，得

$$3x^2 + 4mx + 2m^2 - 2 = 0, \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\Delta = (4m)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (2m^2 - 2) = 24 - 8m^2 > 0,$$

$$\text{则 } 0 < m < \sqrt{3}. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

则 $x_1 + x_2 = -\frac{4m}{3}$, $x_1 x_2 = \frac{2m^2 - 2}{3}$, 则 $y_1 + y_2 = x_1 + x_2 + 2m = \frac{2m}{3}$, -----8 分

$$\text{所以 } \begin{cases} x_0 = \frac{4m}{3}, \\ y_0 = -\frac{2m}{3}, \end{cases} \text{ 将点 } P(\frac{4m}{3}, -\frac{2m}{3}) \text{ 代入 } \frac{x^2}{2} + y^2 = 1,$$

$$\text{解之, } m = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ -----9 分}$$

$$\text{所以 } |AB| = \sqrt{1+1^2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = \sqrt{\frac{48-16m^2}{9}} = 2, \text{ -----10 分}$$

$$\text{而原点 } O \text{ 到 } AB \text{ 距离 } d = \frac{|m|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4},$$

$$\text{所以 } S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} |AB| \cdot d = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{6}}{4},$$

$$\text{所以 } S_{\triangle ABP} = 3S_{\triangle ABO} = \frac{3\sqrt{6}}{4}. \text{ -----12 分}$$

说明：求距离也可用求点 P 到直线 AB 的距离。

$$\text{点 } P(\frac{2\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}) \text{ 到直线 } AB: y = x + \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 的距离 } d' = \frac{|\frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}|}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{4},$$

$$\text{所以 } S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} |AB| \cdot d' = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{3\sqrt{6}}{4} = \frac{3\sqrt{6}}{4}. \text{ -----12 分}$$

【命题意图】本题以直线与椭圆为载体，借助向量表示三角形的重心为背景，利用方程思想解决几何问题，主要考察直线与椭圆的位置关系、三角形面积等知识，考查学生的逻辑推理，数学运算等数学核心素养及思辨能力。

21. (本小题满分 12 分)

$$\text{已知函数 } f(x) = \cos x + \frac{a}{4} x^2 - a.$$

(1) 当 $a = 1$ 时，求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(\pi, f(\pi))$ 处的切线方程；

(2) 当 $a \geq 1$ 时，求证：对任意的 $x \in [0, 2]$, $f(x) \leq 0$.

解：（1）当 $a=1$ 时，则 $f(x)=\cos x+\frac{1}{4}x^2-1$ ，

故 $f'(x)=-\sin x+\frac{1}{2}x$ ，.....1 分

$\therefore f'(\pi)=\frac{1}{2}\pi$ ，又 $f(\pi)=\frac{1}{4}\pi^2-2$ ，.....2 分

因此切线方程为 $y-(\frac{1}{4}\pi^2-2)=\frac{1}{2}\pi(x-\pi)$ ，.....3 分

整理得 $y=\frac{1}{2}\pi x-\frac{1}{4}\pi^2-2$ ，即 $2\pi x-4y-\pi^2-8=0$ 。.....4 分

（2）证明：（方法一）

因为 $f(x)=\cos x+\frac{a}{4}x^2-a, (x\in[0,2])$ ，

所以 $f'(x)=-\sin x+\frac{a}{2}x$ ，.....5 分

令 $g(x)=-\sin x+\frac{a}{2}x$ ，

当 $a\geq 2$ 时， $g'(x)=-\cos x+\frac{a}{2}>0$ ，

所以 $g(x)$ 为增函数， $g(x)\geq g(0)=0$ ，

所以 $f'(x)\geq 0, f(x)$ 为增函数，

所以 $f(x)\leq f(2)=\cos 2<0$ ，所以 $f(x)<0$7 分

当 $a\in[1,2)$ 时， $\frac{a}{2}\in[\frac{1}{2},1)$ ，

又因为 $x\in[0,2]$ ，所以 $\cos x\in[\cos 2,1]$ ，

$\therefore \cos 2<\frac{1}{2}$ ，

所以存在 $x_0\in[0,2]$ ，使得 $\cos x_0=\frac{a}{2}$ ，

即 $g'(x_0)=-\cos x_0+\frac{a}{2}=0$ ，

所以 $g(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上为减函数，在 $(x_0,2)$ 上为增函数，.....9 分

所以 $g(0)=0, g(x_0)<0, g(2)=-\sin 2+a>0$ ，

由单调性及零点存在性定理得，存在 $x_1\in(x_0,2)$ ，使得 $g(x_1)=0$10 分

当 $x\in(0,x_1)$ 时， $g(x)<0$ ，即 $f'(x)<0$ ；

当 $x\in(x_1,2)$ 时， $g(x)>0$ ，即 $f'(x)>0$ 。

所以 $f(x)$ 在 $(0,x_1)$ 上为减函数，在 $(x_1,2)$ 上为增函数，.....11 分

又 $f(0)=1-a \leq 0, f(2)=\cos 2 < 0$,

所以 $f(x) \leq 0$, 证毕.12 分

(2) (方法二) $\because f(x) = (\frac{1}{4}x^2 - 1)a + \cos x$,

当 $x \in [0, 2]$ 时, $-1 \leq \frac{1}{4}x^2 - 1 \leq 0$,

\therefore 当 $a \geq 1$, $x \in [0, 2]$ 时, $f(x) \leq \frac{1}{4}x^2 - 1 + \cos x$,6 分

令 $g(x) = \cos x + \frac{1}{4}x^2 - 1$, 则 $g'(x) = \frac{1}{2}x - \sin x$,

令 $h(x) = \frac{1}{2}x - \sin x$, 则 $h'(x) = \frac{1}{2} - \cos x$,7 分

由于 $h'(x)$ 在 $[0, 2]$ 上是增函数, 且 $h'(\frac{\pi}{3}) = 0$,

\therefore 当 $x \in [0, \frac{\pi}{3})$ 时, $h'(x) < 0$, 当 $x \in (\frac{\pi}{3}, 2]$ 时, $h'(x) > 0$,

$\therefore h(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{3})$ 上是减函数, 在 $(\frac{\pi}{3}, 2]$ 上是增函数,

$\therefore h(x)_{\min} = h(\frac{\pi}{3}) = \frac{\pi - 3\sqrt{3}}{6} < 0$,9 分

又 $h(0) = 0$, $h(2) = 1 - \sin 2 > 0$,

故 $h(x)$ 在 $(\frac{\pi}{3}, 2)$ 上存在唯一零点 x_0 ,

\therefore 当 $x \in [0, x_0]$ 时, $h(x) \leq 0$, $x \in (x_0, 2]$ 时, $h(x) > 0$,

$\therefore g(x)$ 在 $[0, x_0]$ 上是减函数, 在 $(x_0, 2]$ 上是增函数,

又 $\because g(0) = 0$, $g(2) = \cos 2 < \cos \frac{\pi}{2} = 0$,

\therefore 当 $x \in [0, 2]$ 时, $g(x) \leq 0$,

即当 $a \geq 1$ 时, 对任意 $x \in [0, 2]$, $f(x) \leq 0$ 恒成立.12 分

(2): (方法三) 先证明当 $x \in [0, 2]$ 时, $\cos x < 1 - \frac{x^2}{2}$5 分

令函数 $g(x) = \cos x + \frac{x^2}{2} - 1$,

因为 $g'(x) = -\sin x + x$,6 分

令函数 $h(x) = -\sin x + x$,

又 $h'(x) = 1 - \cos x \geq 0$ ，所以函数 $h(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 为单调递增函数，7 分

所以 $h(x)_{\min} = h(0) = 0$ ，即 $g'(x) \geq 0$ ，所以函数 $g(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 为单调递增函数，

所以 $g(x)_{\min} = g(0) = 0$ ，即在区间 $[0, 2]$ 函数 $g(x) \geq 0$ 所以 $\cos x < 1 - \frac{x^2}{2}$8 分

所以要证不等式 $f(x) \leq 0$ 成立，即证 $(\frac{1}{4}a - \frac{1}{2})x^2 + 1 - a \leq 0$ 成立，

令 $u(x) = (\frac{1}{4}a - \frac{1}{2})x^2 + 1 - a$ ，

① 当 $a = 2$ 时，不等式显然成立；9 分

② 当 $1 \leq a < 2$ 时，函数 $u(x)$ 是开口向下的二次函数，所以函数在区间 $[0, 1]$ 上单调递减，
所以 $u(x)_{\max} = u(0) = 1 - a \leq 0$ ，当 $a = 1, x = 0$ 时等号成立.

③ 当 $a > 2$ 时，抛物线开口向上， $u(x)$ 在 $[0, 2]$ 上为增函数，11 分

所以 $u(x)_{\max} = u(2) = -1 < 0$ ，不等式成立，

综上所述：当 $a \geq 1$ 时，对任意的 $x \in [0, 2]$ ， $f(x) \leq 0$ 成立.12 分

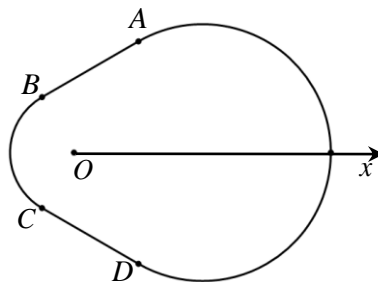
【命题意图】本题旨在考查导数在研究函数时的应用，以研究导数的几何意义，证明不等式等为载体，综合考查学生的分类讨论、化归转化、数形结合等数学思想，考查了学生的数学运算、逻辑推理等数学核心素养.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

如图，有一种赛车跑道类似“梨形”曲线，由圆弧 AD 、 BC 和线段 AB 、 CD 四部分组成，在极坐标系 Ox 中， $A(2, \frac{\pi}{3})$ ， $B(1, \frac{2\pi}{3})$ ， $C(1, \frac{4\pi}{3})$ ， $D(2, -\frac{\pi}{3})$ ，弧 BC 、 AD 所在圆的圆心分别是 $(0, 0)$ 、 $(2, 0)$ ，曲线 M_1 是弧 BC ，曲线 M_2 是弧 AD .

(1) 分别写出 M_1 、 M_2 的极坐标方程；

(2) 点 E 、 F 位于曲线 M_2 上，且 $\angle EOF = \frac{\pi}{3}$ ，求 $\triangle EOF$ 面积的取值范围.



解：（1）由题意， M_1 的极坐标方程是 $\rho=1(\frac{2\pi}{3}\leq\theta\leq\frac{4\pi}{3})$ ，.....2分

而圆弧 AD 所在圆的圆心为 $O_1(2,0)$ ，设 $P(\rho,\theta)$ 为 M_2 上任意一点，

则在 ΔOO_1P 中，可得 $\rho=4\cos\theta(-\frac{\pi}{3}\leq\theta\leq\frac{\pi}{3})$ ，

所以 M_1, M_2 的极坐标方程分别为 $\rho=1(\frac{2\pi}{3}\leq\theta\leq\frac{4\pi}{3})$ ， $\rho=4\cos\theta(-\frac{\pi}{3}\leq\theta\leq\frac{\pi}{3})$ ；

.....5分

（2）不妨设 $E(\rho_1,\alpha)$ ， $F(\rho_2,\alpha-\frac{\pi}{3})$ ，其中 $0\leq\alpha\leq\frac{\pi}{3}$ ，则 $\rho_1=4\cos\alpha$ ， $\rho_2=4\cos(\alpha-\frac{\pi}{3})$

$$\text{所以 } S_{\Delta FOG} = \frac{1}{2} \rho_1 \cdot \rho_2 \cdot \sin \frac{\pi}{3} = 4\sqrt{3} \cdot \cos \alpha (\cos \alpha \cos \frac{\pi}{3} + \sin \alpha \sin \frac{\pi}{3})$$

$$= 4\sqrt{3} (\frac{1}{2} \cos^2 \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha \cdot \sin \alpha) = 2\sqrt{3} \sin(2\alpha + \frac{\pi}{6}) + \sqrt{3}$$

又因为 $0\leq\alpha\leq\frac{\pi}{3}$ ，所以 $\frac{1}{2}\leq\sin(2\alpha+\frac{\pi}{6})\leq 1$ ，

所以 ΔEOF 的面积取值范围是 $[2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}]$ 。.....10分

【命题意图】本题主要考查了圆的极坐标方程、极坐标的几何意义与应用和利用三角函数解决面积的最值问题等知识点，重点考查数形结合思想，体现了数学运算、逻辑推理等核心素养，考察考生的化归与转化能力。

23. （本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

$$\text{已知 } f(x) = |x^2 + 2 - t| + \left| \frac{2}{x} + t - 3 \right|, \quad x > 0.$$

（1）若 $f(1)=2$ ，求实数 t 的取值范围；

（2）求 $f(x)$ 的最小值.

解：（1） $\because f(1) = |3-t| + |t-1| \geq |3-t+t-1| = 2$ ，.....2分

取等条件为 $(3-t)(t-1) \geq 0$ ，.....4分

解得 $1 \leq t \leq 3$ ，即实数 t 的取值范围为 $[1,3]$ 。.....5分

（说明：分类讨论求解亦可，可相应给分.）

（2）易知 $f(x) = |x^2 + 2 - t| + \left| \frac{2}{x} + t - 3 \right| \geq \left| x^2 + 2 - t + \frac{2}{x} + t - 3 \right| = \left| x^2 + \frac{2}{x} - 1 \right|$ ，.....6分

$$\because x > 0, \therefore x^2 + \frac{2}{x} = x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \geq 3\sqrt{x^2 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x}} = 3,$$

$$\therefore \left| x^2 + \frac{2}{x} - 1 \right| \geq 2, \text{ 即 } f(x) \geq 2, \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

由 (1) 知, 当 $x=1$, 且 $1 \leq t \leq 3$ 时, $f(1)=2$,

$\therefore f(x)$ 的最小值为 2. $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

【命题意图】本题以绝对值不等式、均值不等式和二次不等式为载体, 考查不等式的求解及证明, 分类讨论思想, 及数学抽象, 逻辑推理等数学核心素养.