

2020 年深圳市高三年级第一次调研考试

数 学 (文 科)

本试卷共 6 页, 23 小题, 满分 150 分. 考试用时 120 分钟.

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必用黑色字迹的签字笔在答题卡指定位置填写自己的学校、姓名和考生号, 并将条形码正向准确粘贴在答题卡的贴条形码区, 请保持条形码整洁、不污损.
2. 选择题每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答案涂在答题卡相应的位置上.
3. 非选择题必须用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新的答案; 不准使用铅笔和涂改液, 不按以上要求作答的答案无效.
4. 作答选做题时, 请先用 2B 铅笔填涂选做题的题号对应的信息点, 再作答.
5. 考生必须保持答题卡的整洁, 考试结束后, 将答题卡交回.

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 设 $(1+i)z = \frac{4-2i}{1-i}$, 则 z 的共轭复数 $\bar{z} =$

- A. $4-2i$ B. $4+2i$ C. $2-i$ D. $2+i$

2. 设集合 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x^2 > 3x\}$, $B = \{x | x \leq 2\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B =$

- A. $\{x | 0 < x \leq 2\}$ B. $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$ C. $\{x | x < 0\}$ D. $\{x | 2 < x \leq 3\}$

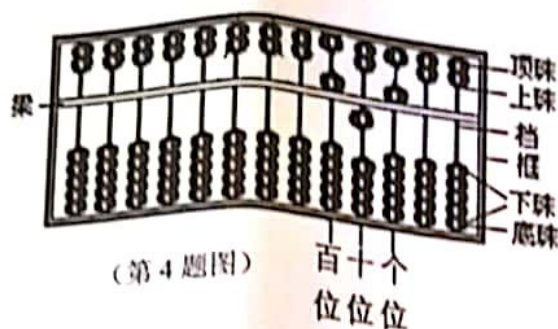
3. 下列函数中为奇函数的是

- A. $y = x^2 - \frac{1}{x}$ B. $y = 2^x + 2^{-x}$ C. $y = \cos(x + \frac{\pi}{2})$ D. $y = |\ln x|$

4. 珠算被誉为中国的第五大发明, 最早见于汉朝徐岳撰写的《数术记遗》. 2013 年联合国教科文组织正式将中国珠算项目列入教科文组织人类非物质文化遗产. 如图, 我国传统算盘每一档为两粒上珠, 五粒下珠, 也称为“七珠算盘”. 未记数(或表示零)时, 算盘每档各珠均如最左档一样位置; 记数时, 要拨珠靠梁, 一个上珠表示“5”, 一个下

珠表示“1”，例如，当百位档一个上珠，十位档一个下珠和个位档一个上珠分别靠梁时，所表示的数是515。现选定“个位档”、“十位档”和“百位档”，若规定每档拨动一珠靠梁（其它各珠不动），则在其所有可能表示的三位数中随机取一个数，这个数能被3整除的概率为

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$



5. 已知 π 是圆周率， e 为自然对数的底数，则下列结论正确的是

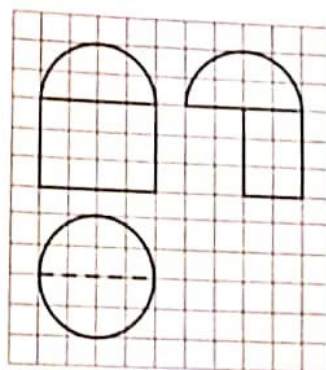
- A. $\ln \pi > \ln 3 > \log_3 e$ B. $\ln \pi > \log_3 e > \ln 3$
C. $\ln 3 > \log_3 e > \ln \pi$ D. $\ln 3 > \ln \pi > \log_3 e$

6. 已知直线 l 经过 $A(1,3)$ 和 $B(-1,-1)$ 两点，若将直线 l 绕点 A 按逆时针方向旋转 $\frac{\pi}{4}$ 后到达直线 l' 的位置，则 l' 的方程为

- A. $x - y + 2 = 0$ B. $3x + y - 6 = 0$ C. $2x - y + 5 = 0$ D. $3x + y + 4 = 0$

7. 如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的体积为

- A. 9π B. $\frac{22\pi}{3}$
C. $\frac{28\pi}{3}$ D. $\frac{34\pi}{3}$



(第7题图)

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$ ， $a_{n+1} = \frac{2a_n}{a_n + 2}$ ，则 $a_{2020} =$

- A. $\frac{2}{2019}$ B. $\frac{1}{1010}$ C. $\frac{2}{2021}$ D. $\frac{1}{1011}$

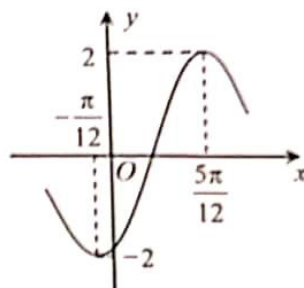
9. 已知圆锥的底面半径为2，高为 $4\sqrt{2}$ ，则该圆锥的内切球表面积为

- A. 4π B. $4\sqrt{2}\pi$ C. $8\sqrt{2}\pi$ D. 8π

10. 函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示，将函数 $f(x)$ 的图

象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位后，所得到的图象对应的函数为

- A. $y = 2\sin(2x - \frac{\pi}{3})$
 B. $y = 2\sin(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3})$
 C. $y = 2\sin(2x - \frac{5\pi}{6})$
 D. $y = 2\sin(\frac{1}{2}x - \frac{5\pi}{6})$



(第10题图)

11. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ ，棱长为4， BB_1 的中点为 M ，过 D 、 M 、 C_1 三点的平面截正方体为两部分，则截面图形的面积为

- A. 18 B. $6\sqrt{10}$ C. $12\sqrt{2}$ D. 36

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\log_2 x + 2|, & 0 < x \leq 1, \\ 3 - \sqrt{x}, & x > 1, \end{cases}$ 若存在互不相等的正实数 x_1 、 x_2 、 x_3 ，满足

$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$ ，其中 $x_1 < x_2 < x_3$ ，则 $x_3 \cdot f(x_1)$ 的最大值为

- A. $\frac{1}{4}$ B. 4 C. 9 D. 36

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知平面向量 a 、 b ，若 $a = (1, 2)$ ， $a \parallel b$ ， $a \perp (a + b)$ ，则 $|b| =$ _____.

14. $\triangle ABC$ 的内角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c ，若 $a = 2$ ， $b = \sqrt{3}$ ， $\sin C = \sqrt{3} \sin B$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____.

15. 某地为了了解居民的每日总用电量 y (万度) 与气温 x ($^{\circ}\text{C}$) 之间的关系，收集了四天的每日总用电量和气温的数据如下：

气温 x ($^{\circ}\text{C}$)	19	13	9	-1
每日总用电量 y (万度)	24	34	38	64

经分析，可用线性回归方程 $\hat{y} = -2x + a$ 拟合 y 与 x 的关系，据此预测气温为 14°C 时，该地当日总用电量 y (万度) 为 _____.

16. 设 F 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点, 过 F 作圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 的切线, 切

点为 M , 切线与渐近线 $y = \frac{b}{a}x$ 相交于点 N , 若 $|MN| = 2|MF|$, 则 C 的离心率为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知公差为零的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_3 = 15$, 且 a_1, a_3, a_{11} 成等比数列.

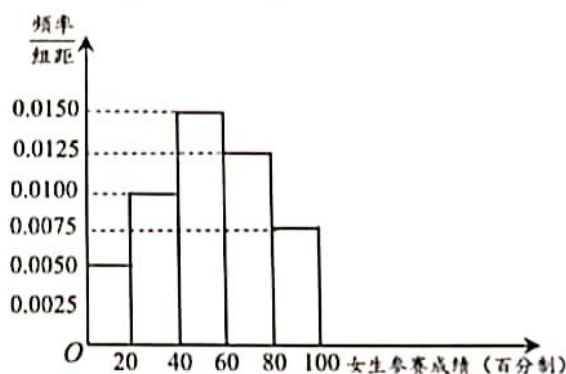
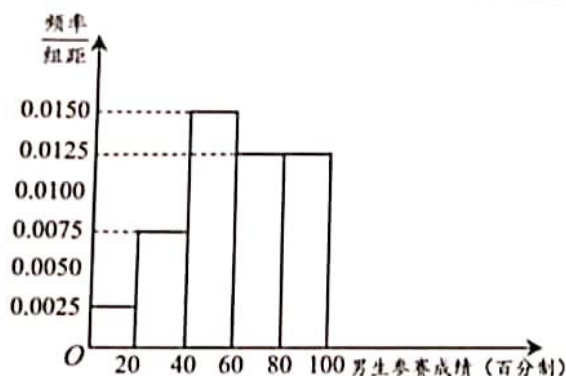
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = a_n \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^n$, 试问数列 $\{b_n\}$ 是否存在最大项? 若存在, 求出最大项序号 n 的值;

若不存在, 请说明理由.

18. (本小题满分 12 分)

为了推动青少年科技活动的蓬勃开展, 培养青少年的创新精神和实践能力, 提高青少年的科技素质, 某市开展“青少年科技创新大赛”活动. 已知参加该活动的学生有 1000 人, 其中男生 600 人, 女生 400 人, 为了解学生在该活动中的获奖情况是否与性别有关, 现采用分层抽样的方法, 从中随机抽取了 100 名学生的参赛成绩, 其频率分布直方图如下:



(1) 该活动规定: 成绩不低于 60 分的参赛学生可获奖, 低于 60 分的参赛学生不能获奖. 请将参赛学生获奖和不获奖的人数填入下面的列联表, 并判断能否有 90% 以上的把握认为“参赛学生是否获奖与性别有关”?

	获奖	不获奖	合计
男生			
女生			
合计			100

(2) 估计这100名学生的参赛成绩的平均数(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)。

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}.$$

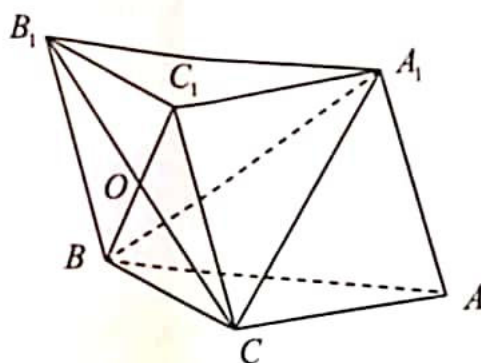
$P(K^2 \geq k)$	0.40	0.25	0.15	0.10
k	0.708	1.323	2.072	2.706

19. (本小题满分12分)

已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$, 侧面 BCC_1B_1 为正方形, 底面 ABC 为正三角形, $BC_1 \cap B_1C = O$, $A_1B_1 = A_1C$.

(1) 求证: $B_1C \perp$ 平面 A_1BC_1 ;

(2) 若 $BC=2$, 求点 C 到平面 $A_1B_1C_1$ 的距离.



20. (本小题满分12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 且椭圆 C 过点 $(0, -1)$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 已知直线 $l: y = x + m (m > 0)$ 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 点 O 为坐标原点, 在椭圆 C 上是否存在一点 P , 满足 $\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \mathbf{0}$? 若存在, 求 $\triangle ABP$ 的面积; 若不存在, 请说明理由.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \cos x + \frac{a}{4}x^2 - a$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(\pi, f(\pi))$ 处的切线方程;

(2) 当 $a \geq 1$ 时, 求证: 对任意的 $x \in [0, 2]$, $f(x) \leq 0$.

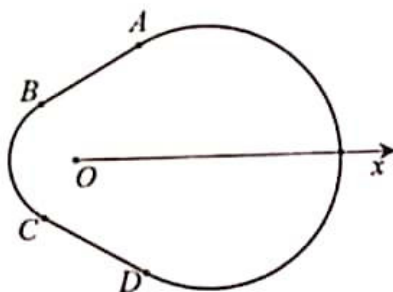
(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 注意: 只能做所选定的题目. 如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

如图, 有一种赛车跑道类似“梨形”曲线, 由圆弧 \widehat{AD} , \widehat{BC} 和线段 AB , CD 四部分组成, 在极坐标系 Ox 中, $A(2, \frac{\pi}{3})$, $B(1, \frac{2\pi}{3})$, $C(1, \frac{4\pi}{3})$, $D(2, -\frac{\pi}{3})$, 弧 \widehat{BC} , \widehat{AD} 所在圆的圆心分别是 $(0, 0)$, $(2, 0)$, 曲线 M_1 是弧 \widehat{BC} , 曲线 M_2 是弧 \widehat{AD} .

(1) 分别写出 M_1 , M_2 的极坐标方程;

(2) 点 E , F 位于曲线 M_2 上, 且 $\angle EOF = \frac{\pi}{3}$, 求 $\triangle EOF$ 面积的取值范围.



23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知 $f(x) = |x^2 + 2 - t| + \left| \frac{2}{x} + t - 3 \right|$, $x > 0$.

(1) 若 $f(1) = 2$, 求实数 t 的取值范围;

(2) 求证: $f(x) \geq 2$.

