武汉市2014年中考数学试题及答案

一、单项选择题（共10小题，每小题3分，共30分）

1．（3分）（2014•武汉）在实数－2，0，2，3中，最小的实数是（　）

A．－2　　B．0　　C．2　　D．3

考点：实数大小比较

分析：根据正数大于0，0大于负数，可得答案．

解答：解：－2＜0＜2＜3，最小的实数是－2，

故选：A．

点评：本题考查了实数比较大小，正数大于0，0大于负数是解题关键．

2．（3分）（2014•武汉）若$\sqrt{x-3}$在实数范围内有意义，则x的取值范围是（　）

A．x＞0　　B．x＞3　　C．x≥3　　D．x≤3

考点：二次根式有意义的条件．

分析：先根据二次根式有意义的条件得出关于x的不等式，求出x的取值范围即可．

解答：解：∵使$\sqrt{x-3}$在实数范围内有意义，

∴x－3≥0，

解得x≥3．

故选C．

点评：本题考查的是二次根式有意义的条件，即被开方数大于等于0．

3．（3分）（2014•武汉）光速约为3000 000千米/秒，将数字300000用科学记数法表示为（　）

A．3×10^4　　B．3×10^5　　C．3×10^6　　D．30×10^4

考点：科学记数法—表示较大的数

分析：科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞1时，n是正数；当原数的绝对值＜1时，n是负数．

解答：解：将300 000用科学记数法表示为：3×10^5．

故选B．

点评：此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值．

4．（3分）（2014•武汉）在一次中学生田径运动会上，参加跳高的15名运动员的成绩如表：

成绩（m）	1.50	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80
人数	1	2	4	3	3	2

那么这些运动员跳高成绩的众数是（　）

A．4　　B．1.75　　C．1.70　　D．1.65

考点：　众数

分析：　根据众数的定义找出出现次数最多的数即可．

解答：　解：∵1.65出现了4次，出现的次数最多，

∴这些运动员跳高成绩的众数是1.65；

故选D．

点评：　此题考查了众数，用到的知识点是众数的定义，众数是一组数据中出现次数最多的数．

5．（3分）（2014•武汉）下列代数运算正确的是（　）

A．$(x^3)^2=x^5$　　B．$(2x)^2=2x^2$　　C．$x^3\cdot x^2=x^5$　　D．$(x+1)^2=x^2+1$

考点：　幂的乘方与积的乘方；同底数幂的乘法；完全平方公式．

分析：　根据幂的乘方与积的乘方、同底数幂的乘法法则及完全平方公式，分别进行各选项的判断即可．

解答：　解：A、$(x^3)^2=x^6$，原式计算错误，故本选项错误；

B、$(2x)^2=4x^2$，原式计算错误，故本选项错误；

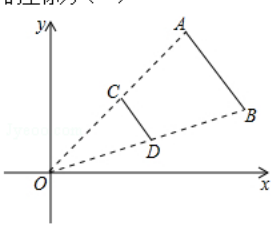
C、$x^3\cdot x^2=x^5$，原式计算正确，故本选项正确；

D、$(x+1)^2=x^2+2x+1$，原式计算错误，故本选项错误；

故选C．

点评：　本题考查了幂的乘方与积的乘方、同底数幂的运算，掌握各部分的运算法则是关键．

6．（3分）（2014•武汉）如图，线段AB两个端点的坐标分别为A（6，6），B（8，2），以原点O为位似中心，在第一象限内将线段AB缩小为原来的$\frac{1}{2}$后得到线段CD，则端点C的坐标为（　）



A．（3，3）　　B．（4，3）　　C．（3，1）　　D．（4，1）

考点：　位似变换；坐标与图形性质

分析：　利用位似图形的性质结合两图形的位似比进而得出C点坐标．

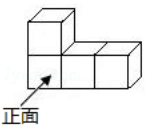
解答：　解：∵线段AB的两个端点坐标分别为A（6，6），B（8，2），以原点O为位似中心，在第一象限内将线段AB缩小为原来的$\frac{1}{2}$后得到线段CD，

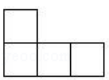
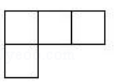
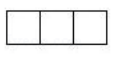
∴端点C的坐标为：（3，3）．

故选：A．

点评：　此题主要考查了位似图形的性质，利用两图形的位似比得出对应点横纵坐标关系是解题关键．

7．（3分）（2014•武汉）如图是由4个大小相同的正方体搭成的几何体，其俯视图是（　）



A．　B．　C．　D．

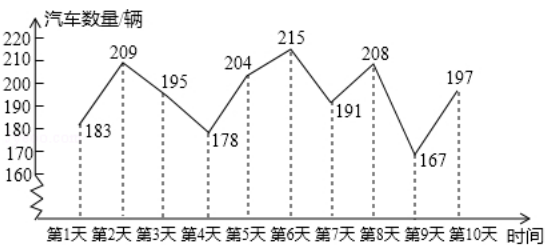
考点：　简单组合体的三视图．

分析：　找到从上面看所得到的图形即可．

解答：　解：从上面看可得到一行正方形的个数为3，故选D．

点评：　本题考查了三视图的知识，俯视图是从物体的上面看得到的视图．

8．（3分）（2014•武汉）为了解某一路口某一时段的汽车流量，小明同学10天中在同一时段统计通过该路口的汽车数量（单位：辆），将统计结果绘制成如下折线统计图：



由此估计一个月（30天）该时段通过该路口的汽车数量超过200辆的天数为（　）

A．9　　B．10　　C．12　　D．15

考点：　折线统计图；用样本估计总体

分析：　先由折线统计图得出10天中在同一时段通过该路口的汽车数量超过200辆的天数，求出其频率，再利用样本估计总体的思想即可求解．

解答：　解：由图可知，10天中在同一时段通过该路口的汽车数量超过200

辆的有 4 天，频率为：$\frac{4}{10}$=0.4，

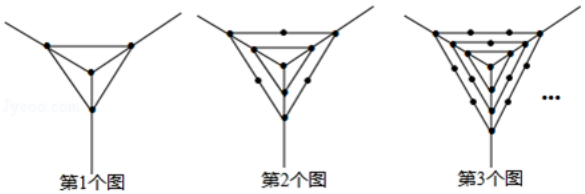
所以估计一个月（30 天）该时段通过该路口的汽车数量超过 200 辆的天数为：30×0.4=12（天）．

故选 C．

点评：本题考查了折线统计图及用样本估计总体的思想，读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．

9．（3 分）（2014•武汉）观察下列一组图形中点的个数，其中第 1 个图中共有 4 个点，第 2 个图中共有 10 个点，第 3 个图中共有 19 个点，…

按此规律第 5 个图中共有点的个数是（　）



A．31　　B．46　　C．51　　D．66

考点：规律型：图形的变化类

分析：由图可知：其中第 1 个图中共有 1+1×3=4 个点，第 2 个图中共有 1+1×3+2×3=10 个点，第 3 个图中共有 1+1×3+2×3+3×3=19 个点，．

由此规律得出第 n 个图有 1+1×3+2×3+3×3+…+3n 个点．

解答：解：第 1 个图中共有 1+1×3=4 个点，

第 2 个图中共有 1+1×3+2×3=10 个点，

第 3 个图中共有 1+1×3+2×3+3×3=19 个点，

…

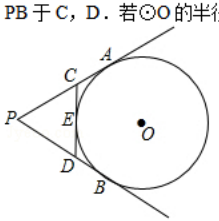
第 n 个图有 1+1×3+2×3+3×3+…+3n 个点．

所以第 5 个图中共有点的个数是 1+1×3+2×3+3×3+4×3+5×3=46．

故选：B．

点评：此题考查图形的变化规律，找出图形之间的数字运算规律，利用规律解决问题．

10．（3 分）（2014•武汉）如图，PA，PB 切⊙O 于 A、B 两点，CD 切⊙O 于点 E，交 PA，PB 于 C，D．若⊙O 的半径为 r，△PCD 的周长等于 3r，则 tan∠APB 的值是（　）

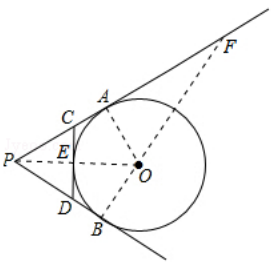


A．$\frac{5}{12}\sqrt{13}$　　B．$\frac{12}{5}$　　C．$\frac{3}{5}\sqrt{13}$　　D．$\frac{2}{3}\sqrt{13}$

考点：　切线的性质；相似三角形的判定与性质；锐角三角函数的定义

分析：　（1）连接 OA、OB、OP，延长 BO 交 PA 的延长线于点 F．利用切线求得 CA=CE，DB=DE，PA=PB 再得出 PA=PB=$\frac{3}{2}$r．利用 Rt△BFP∽RT△OAF 得出 AF=$\frac{2}{3}$FB，在 RT△FBP 中，利用勾股定理求出 BF，再求 tan∠APB 的值即可．

解答：　解：连接 OA、OB、OP，延长 BO 交 PA 的延长线于点 F．



∵PA，PB 切⊙O 于 A、B 两点，CD 切⊙O 于点 E

∴∠OAP=∠OBP=90°，CA=CE，DB=DE，PA=PB，

∵△PCD 的周长=PC+CE+DE+PD=PC+AC+PD+DB=PA+PB=3r，

∴PA=PB=$\frac{3}{2}$r．

在 Rt△BFP 和 Rt△OAF 中，

$\begin{cases}\angle FAO=\angle FBP\\ \angle OAF=\angle PFB\end{cases}$，

∴Rt△BFP∽RT△OAF．

∴$\frac{AF}{FB}=\frac{AO}{BP}=\frac{r}{\frac{3}{2}r}=\frac{2}{3}$，

∴AF=$\frac{2}{3}$FB，

在 Rt△FBP 中，

∵$PF^2-PB^2=FB^2$

∴$(PA+AF)^2-PB^2=FB^2$

∴$(\frac{3}{2}r+\frac{2}{3}BF)^2-(\frac{3}{2}r)^2=BF^2$，

解得 BF=$\frac{18}{5}$r，

$$\therefore \tan\angle APB=\frac{BF}{PB}=\frac{\frac{18}{5}r}{\frac{3}{2}r}=\frac{12}{5},$$

故选：B.

点评：本题主要考查了切线的性质，相似三角形及三角函数的定义，解决本题的关键是切线与相似三角形相结合，找准线段及角的关系．

二、填空题（共6小题，每小题3分，满分18分）

11．（3分）（2014•武汉）计算：－2+（－3）=__－5__．

考点：有理数的加法

分析：根据有理数的加法法则求出即可．

解答：解：（－2）+（－3）=－5，

故答案为：－5．

点评：本题考查了有理数加法的应用，注意：同号两数相加，取原来的符号，并把绝对值相加．

12．（3分）（2014•武汉）分解因式：a^3-a=__a（a+1）（a－1）__．

考点：提公因式法与公式法的综合运用

分析：先提取公因式a，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解．

解答：解：a^3-a，

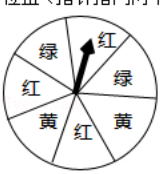
$=a(a^2-1)$，

$=a(a+1)(a-1)$．

故答案为：a（a+1）（a－1）．

点评：本题考查了提公因式法，公式法分解因式，提取公因式后利用平方差公式进行二次分解，注意要分解彻底．

13．（3分）（2014•武汉）如图，一个转盘被分成7个相同的扇形，颜色分为红、黄、绿三种，指针的位置固定，转动转盘后任其自由停止，其中的某个扇形会恰好停在指针所指的位置（指针指向两个扇形的交线时，当作指向右边的扇形），则指针指向红色的概率为_$\frac{3}{7}$_．



考点：概率公式

分析：由一个转盘被分成7个相同的扇形，颜色分为红、黄、绿三种，红色的有3个扇形，直接利用概率公式求解即可求得答案．

解答：解：∵一个转盘被分成7个相同的扇形，颜色分为红、黄、绿三种，红色的

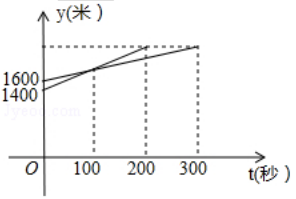
有 3 个扇形，

∴指针指向红色的概率为：$\frac{3}{7}$.

故答案为：$\frac{3}{7}$.

点评：此题考查了概率公式的应用．注意用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

14．（3 分）（2014•武汉）一次越野跑中，当小明跑了 1600 米时，小刚跑了 1400 米，小明、小刚在此后所跑的路程 y（米）与时间 t（秒）之间的函数关系如图，则这次越野跑的全程为 2200 米．



考点：一次函数的应用

分析：设小明的速度为 a 米/秒，小刚的速度为 b 米/秒，由行程问题的数量关系建立方程组求出其解即可．

解答：解：设小明的速度为 a 米/秒，小刚的速度为 b 米/秒，由题意，得

$\begin{cases}1600+100a=1400+100b\\1600+300a=1400+200b\end{cases}$，

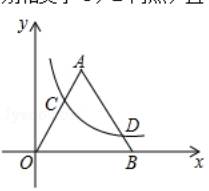
解得：$\begin{cases}a=2\\b=4\end{cases}$，

∴这次越野跑的全程为：1600+300×2=2200 米．

故答案为：2200．

点评：本题考查了行程问题的数量关系的运用，二元一次方程组的解法的运用，解答时由函数图象的数量关系建立方程组是关键．

15．（3 分）（2014•武汉）如图，若双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 与边长为 5 的等边△AOB 的边 OA，AB 分别相交于 C，D 两点，且 OC=3BD，则实数 k 的值为 $\frac{9\sqrt{3}}{4}$．



考点：　反比例函数图象上点的坐标特征；等边三角形的性质

分析：　过点 C 作 CE⊥x 轴于点 E，过点 D 作 DF⊥x 轴于点 F，设 OC=3x，则 BD=x，分别表示出点 C、点 D 的坐标，代入函数解析式求出 k，继而可建立方程，解出 x 的值后即可得出 k 的值．

解答：　解：过点 C 作 CE⊥x 轴于点 E，过点 D 作 DF⊥x 轴于点 F，

设 OC=3x，则 BD=x，

在 Rt△OCE 中，∠COE=60°，

则 $OE=\frac{3}{2}x$，$CE=\frac{3\sqrt{3}}{2}x$，

则点 C 坐标为（$\frac{3}{2}x$，$\frac{3\sqrt{3}}{2}x$），

在 Rt△BDF 中，BD=x，∠DBF=60°，

则 $BF=\frac{1}{2}x$，$DF=\frac{\sqrt{3}}{2}x$，

则点 D 的坐标为（$5-\frac{1}{2}x$，$\frac{\sqrt{3}}{2}x$），

将点 C 的坐标代入反比例函数解析式可得：$k=\frac{9\sqrt{3}}{4}x^2$，

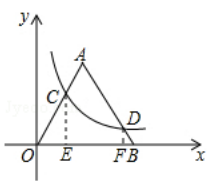
将点 D 的坐标代入反比例函数解析式可得：$k=\frac{5\sqrt{3}}{2}x-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$，

则 $\frac{9\sqrt{3}}{4}x^2=\frac{5\sqrt{3}}{2}x-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$，

解得：$x_1=1$，$x_2=0$（舍去），

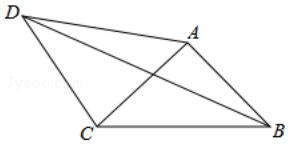
故 $k=\frac{9\sqrt{3}}{4}\times1^2=\frac{9\sqrt{3}}{4}$．

故答案为：$\frac{9\sqrt{3}}{4}$．



点评：　本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，解答本题关键是利用 k 的值相同建立方程，有一定难度．

16.（3 分）（2014•武汉）如图，在四边形 ABCD 中，AD=4，CD=3，∠ABC=∠ACB=∠ADC=45°，则 BD 的长为_$\sqrt{41}$_．



考点：　全等三角形的判定与性质；勾股定理；等腰直角三角形

分析：　根据等式的性质，可得∠BAD与∠CAD′的关系，根据SAS，可得△BAD与△CAD′的关系，根据全等三角形的性质，可得BD与CD′的关系，根据勾股定理，可得答案．

解答：　解：作AD′⊥AD，AD′=AD，连接CD′，DD′，如图：，

∵∠BAC+∠CAD=∠DAD′+∠CAD，

即∠BAD=∠CAD′，

在△BAD与△CAD′中，

$$\begin{cases} BA=CA \\ \angle BAD=\angle CAD' \\ AD=AD' \end{cases}$$

∴△BAD≌△CAD′（SAS），

∴BD=CD′．

∠DAD′=90°

由勾股定理得DD′=$\sqrt{AD^2+(AD')^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$，

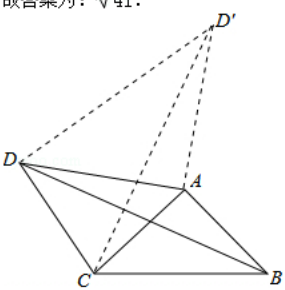
$\sqrt{DC^2+(DD')^2}=\sqrt{9+32}=\sqrt{41}$

∠D′DA+∠ADC=90°

由勾股定理得CD′=$\sqrt{DC^2+(DD')^2}=\sqrt{9+32}=\sqrt{41}$，

∴BD=CD′=$\sqrt{41}$，

故答案为：$\sqrt{41}$．



点评：　本题考查了全等三角形的判定与性质，利用了全等三角形的判定与性质，勾股定理，作出全等图形是解题关键．

三、解答题（共9小题，满分72分，应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

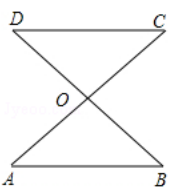
17．（6分）（2014•武汉）解方程：$\frac{2}{x-2}=\frac{3}{x}$．

考点：　解分式方程
专题：　计算题．
分析：　分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解．
解答：　解：去分母得：2x=3x－6，
解得：x=6，
经检验 x=6 是分式方程的解．
点评：　此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是"转化思想"，把分式方程转化为整式方程求解．解分式方程一定注意要验根．

18．（6分）（2014•武汉）已知直线 y=2x－b 经过点（1，－1），求关于 x 的不等式 2x－b≥0 的解集．

考点：　一次函数与一元一次不等式
分析：　把点（1，－1）代入直线 y=2x－b 得到 b 的值，再解不等式．
解答：　解：把点（1，－1）代入直线 y=2x－b 得，
－1=2－b，
解得，b=3．
函数解析式为 y=2x－3．
解 2x－3≥0 得，$x\geq\frac{3}{2}$．
点评：　本题考查了一次函数与一元一次不等式，要知道，点的坐标符合函数解析式．

19．（6分）（2014•武汉）如图，AC 和 BD 相交于点 O，OA=OC，OB=OD．
求证：DC∥AB．



考点：　全等三角形的判定与性质；平行线的判定
专题：　证明题．
分析：　根据边角边定理求证△ODC≌△OBA，可得∠C=∠A（或者∠D=∠B），即可证明 DC∥AB．
解答：　证明：∵在△ODC 和△OBA 中，

∵$\begin{cases}OD=OB\\ \angle DOC=\angle BOA,\\ OC=OA\end{cases}$

∴△ODC≌△OBA（SAS），

∴∠C=∠A（或者∠D=∠B）（全等三角形对应角相等），

∴DC∥AB（内错角相等，两直线平行）．

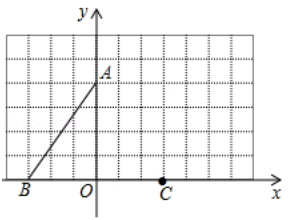
点评：　此题主要考查学生对全等三角形的判定与性质和平行线的判定的理解和掌握，解答此题的关键是利用边角边定理求证△ODC≌△OBA．

20．（7分）（2014•武汉）如图，在直角坐标系中，A（0，4），C（3，0）．

（1）①画出线段 AC 关于 y 轴对称线段 AB；

②将线段 CA 绕点 C 顺时针旋转一个角，得到对应线段 CD，使得 AD∥x 轴，请画出线段 CD；

（2）若直线 y=kx 平分（1）中四边形 ABCD 的面积，请直接写出实数 k 的值．



考点：　作图-旋转变换；作图-轴对称变换

专题：　作图题．

分析：　（1）①根据关于 y 轴对称的点的横坐标互为相反数确定出点 B 的位置，然后连接 AB 即可；

②根据轴对称的性质找出点 A 关于直线 x=3 的对称点，即为所求的点 D；

（2）根据平行四边形的性质，平分四边形面积的直线经过中心，然后求出 AC 的中点，代入直线计算即可求出 k 值．

解答：　解：（1）①如图所示；

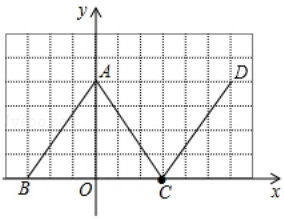
②直线 CD 如图所示；

（2）∵A（0，4），C（3，0），

∴平行四边形 ABCD 的中心坐标为（$\frac{3}{2}$，2），

代入直线得，$\frac{3}{2}$k=2，

解得 k=$\frac{4}{3}$．



点评：　本题考查了利用旋转变换作图，利用轴对称变换作图，还考查了平行四边形的判定与性质，是基础题，要注意平分四边形面积的直线经过中心的应用．

21．（7分）（2014•武汉）袋中装有大小相同的2个红球和2个绿球．
（1）先从袋中摸出1个球后放回，混合均匀后再摸出1个球．
①求第一次摸到绿球，第二次摸到红球的概率；
②求两次摸到的球中有1个绿球和1个红球的概率；
（2）先从袋中摸出1个球后不放回，再摸出1个球，则两次摸到的球中有1个绿球和1个红球的概率是多少？请直接写出结果．

考点：　列表法与树状图法

分析：　（1）①首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与第一次摸到绿球，第二次摸到红球的情况，再利用概率公式即可求得答案；
②首先由①求得两次摸到的球中有1个绿球和1个红球的情况，再利用概率公式即可求得答案；
（2）由先从袋中摸出1个球后不放回，再摸出1个球，共有等可能的结果为：4×3=12（种），且两次摸到的球中有1个绿球和1个红球的有8种情况，直接利用概率公式求解即可求得答案．

解答：　解：（1）①画树状图得：



∵共有16种等可能的结果，第一次摸到绿球，第二次摸到红球的有4种情况，

∴第一次摸到绿球，第二次摸到红球的概率为：$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$；

②∵两次摸到的球中有1个绿球和1个红球的有8种情况，

∴两次摸到的球中有1个绿球和1个红球的为：$\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$；

（2）∵先从袋中摸出1个球后不放回，再摸出1个球，共有等可能的结果为：4×3=12（种），且两次摸到的球中有1个绿球和1个红球的有8种情况，

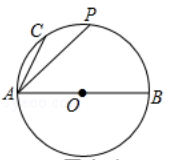
∴两次摸到的球中有 1 个绿球和 1 个红球的概率是：$\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.

点评：本题考查的是用列表法或画树状图法求概率．列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

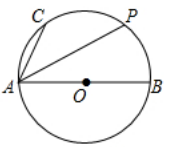
22．（8 分）（2014•武汉）如图，AB 是⊙O 的直径，C，P 是$\overset{\frown}{AB}$上两点，AB=13，AC=5．

（1）如图（1），若点 P 是$\overset{\frown}{AB}$的中点，求 PA 的长；

（2）如图（2），若点 P 是$\overset{\frown}{BC}$的中点，求 PA 的长．



图（1）



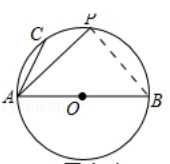
图（2）

考点：相似三角形的判定与性质；勾股定理；等腰直角三角形；圆心角、弧、弦的关系；圆周角定理

分析：（1）根据圆周角的定理，∠APB=90°，p 是弧 AB 的中点，所以三角形 APB 是等腰三角形，利用勾股定理即可求得．

（2）根据垂径定理得出 OP 垂直平分 BC，得出 OP // AC，从而得出△ACB∽△0NP，根据对应边成比例求得 ON、AN 的长，利用勾股定理求得 NP 的长，进而求得 PA．

解答：解：（1）如图（1）所示，连接 PB，



图（1）

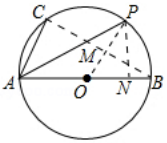
∵AB 是⊙O 的直径且 P 是$\overset{\frown}{AB}$的中点，

∴∠PAB=∠PBA=45°，∠APB=90°，

又∵在等腰三角形△ABC 中有 AB=13，

∴$PA=\frac{AB}{\sqrt{2}}=\frac{13}{\sqrt{2}}=\frac{13\sqrt{2}}{2}$.

（2）如图（2）所示：连接 BC．OP 相交于 M 点，作 PN⊥AB 于点 N，



图（2）

∵P 点为弧 BC 的中点，

∴OP⊥BC，∠OMB=90°，

又因为 AB 为直径

∴∠ACB=90°，

∴∠ACB=∠OMB，

∴OP // AC，

∴∠CAB=∠POB，

又因为∠ACB=∠ONP=90°，

∴△ACB∽△0NP

∴$\frac{AB}{OP}=\frac{AC}{ON}$，

又∵AB=13 AC=5 OP=$\frac{13}{2}$，

代入得 ON=$\frac{5}{2}$，

∴AN=OA+ON=9

∴在 RT△OPN 中，有 $NP^2=0P^2-ON^2=36$

在 RT△ANP 中 有 $PA=\sqrt{AN^2+NP^2}=\sqrt{117}=3\sqrt{13}$

∴$PA=3\sqrt{13}$.

点评：本题考查了圆周角的定理，垂径定理，勾股定理，等腰三角形判定和性质，相似三角形的判定和性质，作出辅助线是本题的关键．

23．（10 分）（2014•武汉）九（1）班数学兴趣小组经过市场调查，整理出某种商品在第 x（1≤x≤90）天的售价与销量的相关信息如下表：

时间 x（天）	1≤x＜50	50≤x≤90
售价（元/件）	x+40	90
每天销量（件）	200－2x	

已知该商品的进价为每件 30 元，设销售该商品的每天利润为 y 元．

（1）求出 y 与 x 的函数关系式；

（2）问销售该商品第几天时，当天销售利润最大，最大利润是多少？

（3）该商品在销售过程中，共有多少天每天销售利润不低于 4800 元？请直接写出结果．

考点：二次函数的应用

分析：（1）根据单价乘以数量，可得利润，可得答案；

（2）根据分段函数的性质，可分别得出最大值，根据有理数的比较，可得答案；

（3）根据二次函数值大于或等于 4800，一次函数值大于或等于 48000，可

得不等式，根据解不等式组，可得答案．

解答：解：（1）当 1≤x＜50 时，y=（200－2x）（x+40－30）=－2x²+180x+200，

当 50≤x≤90 时，

y=（200－2x）（90－30）=－120x+12000，

综上所述：$y=\begin{cases}-2x^2+180x+2000 & (1\leqslant x<50)\\ -120x+12000 & (50\leqslant x\leqslant 90)\end{cases}$；

（2）当 1≤x＜50 时，二次函数开口下，二次函数对称轴为 x=45，

当 x=45 时，$y_{最大}=-2\times45^2+180\times45+2000=6050$，

当 50≤x≤90 时，y 随 x 的增大而减小，

当 x=50 时，$y_{最大}=6000$，

综上所述，该商品第 45 天时，当天销售利润最大，最大利润是 6050 元；

（3）当 20≤x≤60 时，每天销售利润不低于 4800 元．

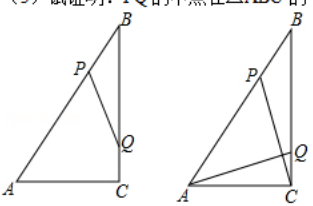
点评：本题考查了二次函数的应用，利用单价乘以数量求函数解析式，利用了函数的性质求最值．

24．（10 分）（2014•武汉）如图，Rt△ABC 中，∠ACB=90°，AC=6cm，BC=8cm，动点 P 从点 B 出发，在 BA 边上以每秒 5cm 的速度向点 A 匀速运动，同时动点 Q 从点 C 出发，在 CB 边上以每秒 4cm 的速度向点 B 匀速运动，运动时间为 t 秒（0＜t＜2），连接 PQ．

（1）若△BPQ 与△ABC 相似，求 t 的值；

（2）连接 AQ，CP，若 AQ⊥CP，求 t 的值；

（3）试证明：PQ 的中点在△ABC 的一条中位线上．



考点：相似形综合题

分析：（1）分两种情况讨论：①当△BPQ∽△BAC 时，$\frac{BP}{BA}=\frac{BQ}{BC}$，当△BPQ∽△BCA 时，$\frac{BP}{BC}=\frac{BQ}{BA}$，再根据 BP=5t，QC=4t，AB=10cm，BC=8cm，代入计算即可；

（2）过 P 作 PM⊥BC 于点 M，AQ，CP 交于点 N，则有 PB=5t，PM=3t，MC=8－4t，根据△ACQ∽△CMP，得出$\frac{AC}{CM}=\frac{CQ}{MP}$，代入计算即可；

（3）作 PE⊥AC 于点 E，DF⊥AC 于点 F，先得出 $DF=\frac{PE+QC}{2}$，再把 QC=4t，PE=8－BM=8－4t 代入求出 DF，过 BC 的中点 R 作直线平行于 AC，得出 RC=DF，D 在过 R 的中位线上，从而证出 PQ 的中点在△ABC 的一条中位线

上．

解答：

解：（1）①当△BPQ∽△BAC 时，

∵$\frac{BP}{BA}=\frac{BQ}{BC}$，BP=5t，QC=4t，AB=10cm，BC=8cm，

∴$\frac{5t}{10}=\frac{8-4t}{8}$，

∴t=1；

②当△BPQ∽△BCA 时，

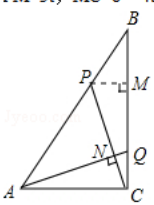
∴$\frac{BP}{BC}=\frac{BQ}{BA}$，

∴$\frac{5t}{8}=\frac{8-4t}{8}$，

∴t=$\frac{32}{41}$，

∴t=1 或$\frac{32}{41}$时，△BPQ 与△ABC 相似；

（2）如图所示，过 P 作 PM⊥BC 于点 M，AQ，CP 交于点 N，则有 PB=5t，PM=3t，MC=8－4t，



∵∠NAC+∠NCA=90°，∠PCM+∠NCA=90°，

∴∠NAC=∠PCM 且∠ACQ=∠PMC=90°，

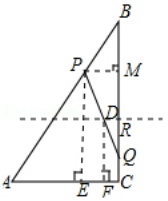
∴△ACQ∽△CMP，

∴$\frac{AC}{CM}=\frac{CQ}{MP}$，

∴$\frac{6}{8-4t}=\frac{4t}{3t}$，

解得：t=$\frac{7}{8}$；

（3）如图，仍有 PM⊥BC 于点 M，PQ 的中点设为 D 点，再作 PE⊥AC 于点 E，DF⊥AC 于点 F，



∵∠ACB=90°，

∴DF 为梯形 PECQ 的中位线，

∴$DF=\frac{PE+QC}{2}$，

∵QC=4t，PE=8－BM=8－4t，

∴$DF=\frac{8-4t+4t}{2}=4$，

∵BC=8，过 BC 的中点 R 作直线平行于 AC，

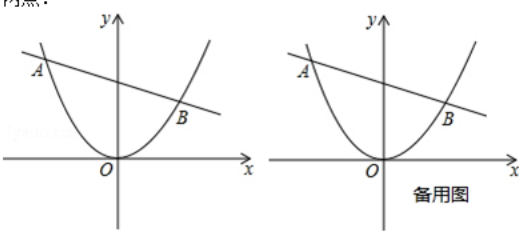
∴RC=DF=4 成立，

∴D 在过 R 的中位线上，

∴PQ 的中点在△ABC 的一条中位线上．

点评：　此题考查了相似形综合，用到的知识点是相似三角形的判定与性质、中位线的性质等，关键是画出图形作出辅助线构造相似三角形，注意分两种情况讨论．

25．（12分）（2014•武汉）如图，已知直线 AB：y=kx+2k+4 与抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 交于 A，B 两点．



（1）直线 AB 总经过一个定点 C，请直接出点 C 坐标；

（2）当 $k=-\frac{1}{2}$ 时，在直线 AB 下方的抛物线上求点 P，使△ABP 的面积等于 5；

（3）若在抛物线上存在定点 D 使∠ADB=90°，求点 D 到直线 AB 的最大距离．

考点：　二次函数综合题；解一元二次方程-因式分解法；根与系数的关系；勾股定理；相似三角形的判定与性质

专题：　压轴题．

分析：　（1）要求定点的坐标，只需寻找一个合适 x，使得 y 的值与 k 无关即可．

（2）只需联立两函数的解析式，就可求出点 A、B 的坐标．设出点 P

的横坐标为 a，运用割补法用 a 的代数式表示△APB 的面积，然后根据条件建立关于 a 的方程，从而求出 a 的值，进而求出点 P 的坐标．

（3）设点 A、B、D 的横坐标分别为 m、n、t，从条件∠ADB=90°出发，可构造 k 型相似，从而得到 m、n、t 的等量关系，然后利用根与系数的关系就可以求出 t，从而求出点 D 的坐标．由于直线 AB 上有一个定点 C，容易得到 DC 长就是点 D 到 AB 的最大距离，只需构建直角三角形，利用勾股定理即可解决问题．

解答：

解：（1）∵当 x=－2 时，y=（－2）k+2k+4=4．

∴直线 AB：y=kx+2k+4 必经过定点（－2，4）．

∴点 C 的坐标为（－2，4）．

（2）∵$k=-\frac{1}{2}$，

∴直线的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+3$．

联立$\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x+3 \\ y=\frac{1}{2}x^2 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x=-3 \\ y=\frac{9}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$．

∴点 A 的坐标为$(-3,\frac{9}{2})$，点 B 的坐标为（2，2）．

过点 P 作 PQ∥y 轴，交 AB 于点 Q，

过点 A 作 AM⊥PQ，垂足为 M，

过点 B 作 BN⊥PQ，垂足为 N，如图 1 所示．

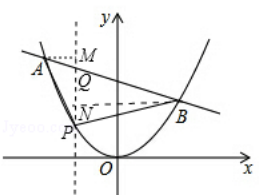


图1

设点 P 的横坐标为 a，则点 Q 的横坐标为 a．

∴$y_P=\frac{1}{2}a^2$，$y_Q=-\frac{1}{2}a+3$．

∵点 P 在直线 AB 下方，

∴$PQ=y_Q-y_P$

$=-\frac{1}{2}a+3-\frac{1}{2}a^2$

∵AM+NB=a－（－3）+2－a=5．

∴$S_{△APB}=S_{△APQ}+S_{△BPQ}$

$=\frac{1}{2}PQ\cdot AM+\frac{1}{2}PQ\cdot BN$

$=\frac{1}{2}PQ\cdot(AM+BN)$

$=\frac{1}{2}(-\frac{1}{2}a+3-\frac{1}{2}a^2)\cdot 5$

$=5$.

整理得：$a^2+a-2=0$.

解得：$a_1=-2$，$a_2=1$.

当 $a=-2$ 时，$y_P=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$.

此时点 P 的坐标为（－2，2）.

当 $a=1$ 时，$y_P=\frac{1}{2}\times1^2=\frac{1}{2}$.

此时点 P 的坐标为（1，$\frac{1}{2}$）.

∴符合要求的点 P 的坐标为（－2，2）或（1，$\frac{1}{2}$）.

（3）过点 D 作 x 轴的平行线 EF，

作 AE⊥EF，垂足为 E，

作 BF⊥EF，垂足为 F，如图 2.

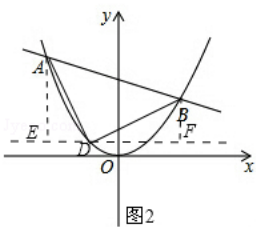


图2

∵AE⊥EF，BF⊥EF，

∴∠AED=∠BFD=90°.

∵∠ADB=90°，

∴∠ADE=90°－∠BDF=∠DBF.

∵∠AED=∠BFD，∠ADE=∠DBF，

∴△AED∽△DFB.

∴$\frac{AE}{DF}=\frac{ED}{FB}$.

设点 A、B、D 的横坐标分别为 m、n、t，

则点 A、B、D 的纵坐标分别为$\frac{1}{2}m^2$、$\frac{1}{2}n^2$、$\frac{1}{2}t^2$.

$AE=y_A-y_E=\frac{1}{2}m^2-\frac{1}{2}t^2$.

$BF=y_B-y_F=\frac{1}{2}n^2-\frac{1}{2}t^2$.

$ED=x_D-x_E=t-m$,

$DF=x_F-x_D=n-t$.

$\because\frac{AE}{DF}=\frac{ED}{FB}$,

$\therefore\frac{\frac{1}{2}m^2-\frac{1}{2}t^2}{n-t}=\frac{t-m}{\frac{1}{2}n^2-\frac{1}{2}t^2}$.

化简得：$mn+(m+n)t+t^2+4=0$.

∵点 A、B 是直线 AB：$y=kx+2k+4$ 与抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 交点，

∴m、n 是方程 $kx+2k+4=\frac{1}{2}x^2$ 即 $x^2-2kx-4k-8=0$ 两根．

$\therefore m+n=2k$，$mn=-4k-8$．

$\therefore -4k-8+2kt+t^2+4=0$，

即 $t^2+2kt-4k-4=0$．

即 $(t-2)(t+2k+2)=0$．

$\therefore t_1=2$，$t_2=-2k-2$（舍）．

∴定点 D 的坐标为（2，2）．

过点 D 作 x 轴的平行线 DG，

过点 C 作 CG⊥DG，垂足为 G，如图 3 所示．

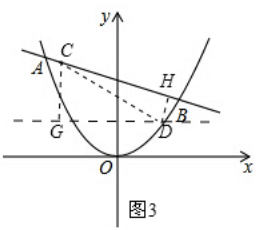


图3

∵点 C（－2，4），点 D（2，2），

∴CG=4－2=2，DG=2－（－2）=4．

∵CG⊥DG，

$\therefore DC=\sqrt{GC^2+DG^2}$

$=\sqrt{2^2+4^2}$

$=\sqrt{20}$

$=2\sqrt{5}$.

过点 D 作 DH⊥AB，垂足为 H，如图 3 所示，

∴DH≤DC．

∴DH≤$2\sqrt{5}$．

∴当 DH 与 DC 重合即 DC⊥AB 时，

点 D 到直线 AB 的距离最大，最大值为 $2\sqrt{5}$．

∴点 D 到直线 AB 的最大距离为 $2\sqrt{5}$．

点评：本题考查了解方程组、解一元二次方程、一元二次方程根与系数的关系、勾股定理、相似三角形的性质与判定等知识，考查了通过解方程组求两函数交点坐标、用割补法表示三角形的面积等方法，综合性比较强．构造 K 型相似以及运用根与系数的关系是求出点 D 的坐标的关键，点 C 是定点又是求点 D 到直线 AB 的最大距离的突破口．