

2017~2018学年广东广州荔湾区广东广雅中学高一下学期期中数学试卷

一、选择题：每题5分,共60分

1 与 -30° 终边相同的角是 () .

- A. -330° B. 150° C. 30° D. 330°

2 若集合 $A = \{x \mid |x| \leq 1, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y \mid y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$ () .

- A. $\{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$ B. $\{x \mid x \geq 0\}$
C. $\{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$ D. $\emptyset$

3 若2弧度的圆心角所对的弧长为4 cm, 则这个圆心角所对的扇形面积是 () .

- A. 4cm^2 B. 2cm^2 C. $4\pi\text{cm}^2$ D. $2\pi\text{cm}^2$

4 函数 $y = \tan 4x$ 的最小正周期为 () .

- A. 2π B. π C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

5 已知 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 都是单位向量, 则下列结论正确的是 () .

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ B. $\vec{a}^2 = \vec{b}^2$ C. 若 $\vec{a} // \vec{b} \Rightarrow \vec{a} = \vec{b}$ D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

6 已知角 α 的终边过点 $P(4, -3)$, 则 $\sin \alpha + \cos \alpha$ 值是 () .

- A. $\frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. $\frac{7}{5}$ D. $-\frac{7}{5}$

7 设 $\vec{i} = (1, 0)$, $\vec{j} = (0, 1)$, $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{b} = k\vec{i} - 4\vec{j}$, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则实数 k 的值为 () .

A. -6

B. -3

C. 3

D. 6

8 为了得到函数 $y = 2 \cos 3x$ 的图象, 可以将函数 $y = \sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x$ 的图象 () .

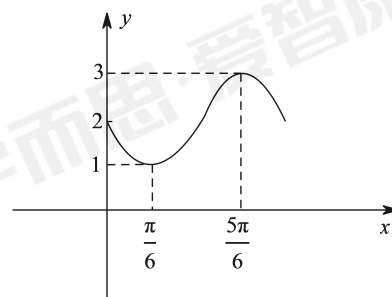
A. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位

B. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位

C. 向右平移 $\frac{\pi}{9}$ 个单位

D. 向左平移 $\frac{\pi}{9}$ 个单位

9 如图是函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi) + 2$ 的图象的一部分, 它的振幅, 周期, 初相各是 () .



A. $A = 3$, $T = \frac{4\pi}{3}$, $\varphi = -\frac{\pi}{6}$

B. $A = 1$, $T = \frac{4\pi}{3}$, $\varphi = -\frac{3\pi}{4}$

C. $A = 1$, $T = \frac{2\pi}{3}$, $\varphi = -\frac{3\pi}{4}$

D. $A = 1$, $T = \frac{4\pi}{3}$, $\varphi = -\frac{\pi}{6}$

10 给出下列三个等式: $f(xy) = f(x) + f(y)$, $f(x+y) = f(x)f(y)$, $f(x+y) = \frac{f(x) + f(y)}{1 - f(x)f(y)}$, 下列函数中不满足其中任何一个等式的是 () .

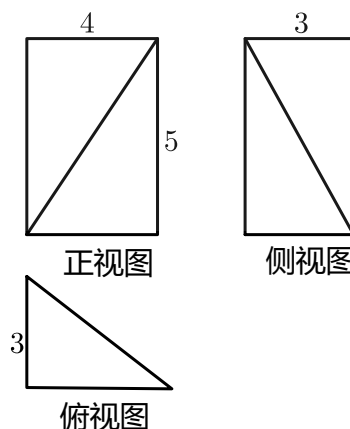
A. $f(x) = 3^x$

B. $f(x) = \sin x$

C. $f(x) = \log_2 x$

D. $f(x) = \tan x$

11 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为 () .



A. 10

B. 20

C. 40

D. 60

- 12 若函数 $f(x) = 2\sin\left(\frac{\pi}{6}x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($-2 < x < 10$) 的图象与 x 轴交于点 A , 过点 A 的直线 l 与函数的图象交于 B 、 C 两点, 则 $(\vec{OB} + \vec{OC}) \cdot \vec{OA} = ()$.

A. -32 B. -16 C. 16 D. 32

二、填空题：每题5分,共10分

- 13 已知 $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, 且向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 方向上的投影为 $\frac{12}{5}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$.

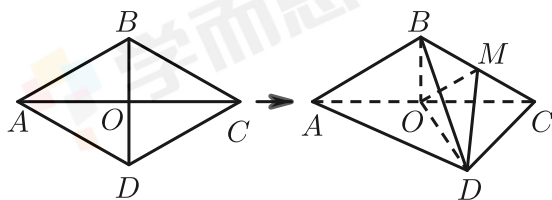
- 14 函数 $f(x) = 4\cos^2 \frac{x}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 2\sin x - \ln|x|$ 的零点个数为 .

三、解答题：本大题共3小题，共30分

- 15 已知 $\sin \alpha = \frac{4\sqrt{3}}{7}$, $\sin(\alpha - \beta) = \frac{3\sqrt{3}}{14}$, 且 $0 < \beta < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

- (1) 求 $\tan 2\alpha$ 的值.
- (2) 求角 β 的值.

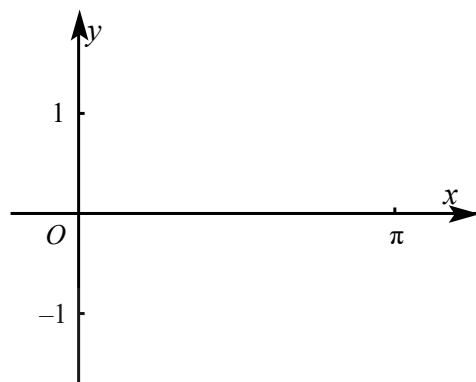
- 16 如图, 菱形 $ABCD$ 的边长为 4, $\angle BAD = 60^\circ$, $AC \cap BD = O$. 将菱形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折起, 得到三棱锥 $B-ACD$, 点 M 是棱 BC 的中点, $DM = 2\sqrt{2}$.



- (1) 求证: $OM \parallel$ 平面 ABD .
- (2) 求证: 平面 $DOM \perp$ 平面 ABC .
- (3) 求三棱锥 $B-DMO$ 的体积.

- 17 已知函数 $f(x) = (\sin x + \cos x)^2 + 2\cos^2 x - 2$.

(1) 用“五点法”作出 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的简图.



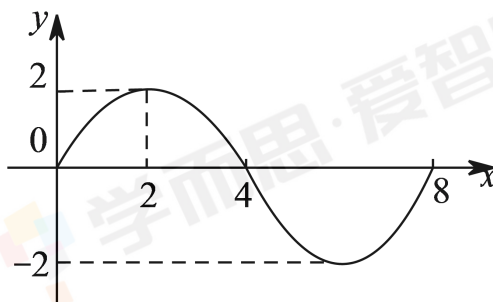
(2) 由图象写出 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的单调区间.

四、附加题

五、填空题：本大题共2小题，共10分

18 已知圆 $C_1: (x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$, 圆 $C_2: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 9$, M, N 分别是圆 C_1, C_2 上的动点, P 为 x 轴上的动点, 则 $|PM| + |PN|$ 的最小值为 _____.

19 如上图, 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0)$ 的部分图象如图所示, 则 $f(1) + f(2) + \dots + f(2015)$ 的值等于 _____.



六、解答题：本大题共3小题，共40分

20 已知向量 $\vec{a} = (1, 0)$, $\vec{b} = (\sin x - 2, -1)$, $\vec{c} = (2 + \sin x, 1)$, $\vec{d} = (1 + k)(x, k \in \mathbf{R})$.

(1) 若 $x \in [-\pi, \pi]$, 且 $(\vec{a} + \vec{b}) // \vec{c}$, 求 x 的值.

(2)

对于 $\vec{m} = (x_1, y_1)$, $\vec{n} = (x_2, y_2)$, 定义 $S(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{1}{2}|x_1 y_2 - x_2 y_1|$, 解不等式 $S(\vec{b}, \vec{c}) > \frac{1}{2}$

(3) 若存在 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $(\vec{a} + \vec{b}) \perp (\vec{c} + \vec{d})$, 求 k 的取值范围.

21 已知: 以点 $C\left(t, \frac{2}{t}\right)$ ($t \in \mathbf{R}, t \neq 0$) 为圆心的圆与 x 轴交于点 O, A , 与 y 轴交于点 O, B , 其中 O 为原点.

(1) 求证: $\triangle OAB$ 的面积为定值.

(2) 设直线 $y = -2x + 4$ 与圆 C 交于点 M, N , 若 $OM = ON$, 求: 圆 C 的方程.

22 已知 $f(x) = x|x - a|$ ($a > 0$).

(1) 当 $a = 2$ 时, 求函数 $f(x)$ 在 $[-1, 3]$ 上的最大值.

(2) 对任意的 $x_1, x_2 \in [-1, 1]$, 都有 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq 4$ 成立, 求实数 a 的取值范围.