

2017~2018学年广东广州海珠区广州市南武中学高 一下学期期中数学试卷

一、选择题:本大题共12小题, 每小题5分, 共60分

1 在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 的范围内, 与 -150° 终边相同的角是 ()

- A. 330° B. 210° C. 150° D. 30°

2 已知 $\triangle ABC$ 中, $c = 6$, $a = 4$, $B = 120^\circ$, 则 b 等于 ()

- A. 76 B. $2\sqrt{7}$ C. 27 D. $2\sqrt{19}$

3 函数 $y = 2\cos^2 \frac{x}{2} + 1$ 的最小正周期是 ()

- A. 4π B. 2π C. π D. $\frac{\pi}{2}$

4 已知平面向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (-2, m)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $2\vec{a} + 3\vec{b} = ()$.

- A. $(-5, -10)$ B. $(-4, -8)$ C. $(-3, -6)$ D. $(-2, -4)$

5 已知 α 是第二象限, 且 $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$, 则 $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ 的值是 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{10}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ C. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ D. $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$

6 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 - n - 50$, 则 -8 是该数列的 ()

- A. 第5项 B. 第6项 C. 第7项 D. 非任何一项

7

已知 $\tan(\alpha + \beta) = \frac{1}{4}$, $\tan \alpha = \frac{3}{22}$, 那么 $\tan(2\alpha + \beta)$ 等于 ()

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{13}{18}$ D. $\frac{13}{22}$

8 将函数 $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的2倍(纵坐标不变), 再将所得的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位, 得到的图象对应的解析式是 ()

- A. $y = \sin \frac{1}{2}x$ B. $y = \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{2}\right)$
C. $y = \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right)$ D. $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

9 已知平面上不共线的四点 O, A, B, C , 若 $\vec{OA} - 3\vec{OB} + 2\vec{OC} = \vec{0}$, 则 $\frac{|\vec{AB}|}{|\vec{BC}|} = ()$.

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

10 若函数 $g(x) = a \sin x \cos x (a > 0)$ 的最大值为 $\frac{1}{2}$, 则函数 $f(x) = \sin x + a \cos x$ 的图象一条对称轴方程为 ()

- A. $x = 0$ B. $x = -\frac{3\pi}{4}$ C. $x = -\frac{\pi}{4}$ D. $x = -\frac{5\pi}{4}$

11 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\tan \frac{A+B}{2} = \sin C$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为 ()

- A. 正三角形 B. 等腰三角形 C. 直角三角形 D. 等腰直角三角形

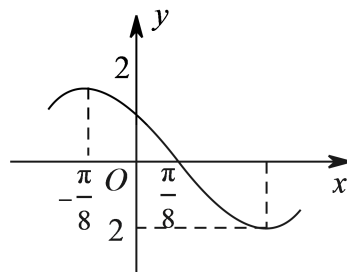
12 已知 A, B, C 是 $\triangle ABC$ 的三个内角, 设 $f(B) = 4 \sin B \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{B}{2}\right) + \cos 2B$, 若 $f(B) - m < 2$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是 () .

- A. $m < 1$ B. $m > -3$ C. $m < 3$ D. $m > 1$

二、填空题: 每小题5分, 共20分

13 等差数列 $\{a_n\}$ 中若 $a_5 = 10$, $a_{12} = 31$, 则数列的首项为 _____ 公差为 _____ .

- 14 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \pi$) 的一段图象如下图所示, 则函数的解析式为 _____ .



15 $\log_2 \sin 75^\circ + \log_2 \cos 75^\circ =$ _____ .

- 16 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \frac{\pi}{3}$, 其面积为 3, 设点 H 在 $\triangle ABC$ 内, 且满足 $\vec{CH} \cdot (\vec{CB} - \vec{CA}) = \vec{AH} \cdot (\vec{AB} - \vec{AC}) = 0$, 则 $\vec{BH} \cdot \vec{BC} =$ _____ .

三、解答题: 共6题, 共70分

- 17 请回答下列问题:

(1) 已知角 α 终边上一点 $P(-4, 3)$. 求 $\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \sin(-\pi - \alpha)}{\cos\left(\frac{11\pi}{2} - \alpha\right) \sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right)}$ 的值.

(2) 已知 $a = (3, 1)$, $b = (\sin \alpha, \cos \alpha)$, 且 $a \perp b$, 求 $\frac{4 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{5 \cos \alpha + 3 \sin \alpha}$ 的值.

- 18 设向量 $\vec{a} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$ ($0 \leq \alpha < 2\pi$), $\vec{b} = \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, 且 \vec{a} 与 \vec{b} 不共线.

(1) 求证: $(\vec{a} + \vec{b}) \perp (\vec{a} - \vec{b})$.

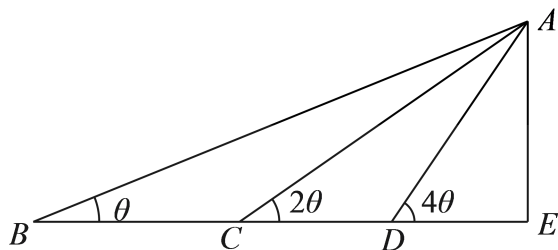
(2) 若向量 $\sqrt{3}\vec{a} + \vec{b}$ 与 $\vec{a} - \sqrt{3}\vec{b}$ 的模相等, 求角 α .

- 19 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $2a \sin B = \sqrt{3}b$.

(1) 求角 A 的大小.

(2) 若 $a = 6$, $b + c = 8$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

- 20 在某点 B 处建筑物 AE 的顶端 A 的仰角为 θ ，沿 BE 方向前进 30m ，至点 C 处测得顶端 A 的仰角为 2θ ，再继续前进 $10\sqrt{3}\text{m}$ 至 D 点，测得顶端 A 的仰角为 4θ ，求 θ 的大小和建筑物 AE 的高。



- 21 已知函数 $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x (x \in \mathbf{R})$.

- (1) 求 $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ 的值.
- (2) 求 $f(x)$ 的单调递增区间.
- (3) 若 $x \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ ，求函数 $f(x)$ 的值域.

- 22 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 $2(\tan A + \tan B) = \frac{\tan A}{\cos B} + \frac{\tan B}{\cos A}$.

- (1) 证明： $a + b = 2c$.
- (2) 当 a 和 b 满足什么关系时， $\cos C$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$.