2017~2018学年广东广州海珠区广州市第九十七中学高一下学期期中数学试卷

一、选择题：每题5分,共60分

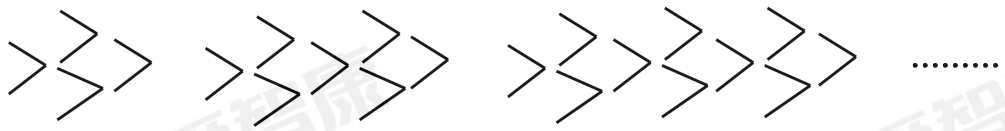
1 $\sin 75^\circ \cos 30^\circ - \sin 15^\circ \sin 150^\circ$的值为（　）.

A. 1　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2 函数$y = \sqrt{3}\sin x \cos x + \cos^2 x$最小周期为（ ）.

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. π　　C. 2π　　D. 3π

3 用火柴棒摆“金鱼”，如图所示：按照上面的规律，第n个“金鱼”图需要火柴棒的根数为（　　）.



①　　②　　③

A. $6n-2$　　B. $8n-2$　　C. $6n+2$　　D. $8n+2$

4 等比数列$\{a_n\}$中，$a_1 + a_2 = 3$，$a_2 + a_3 = 6$，则公比$q =$（ ）.

A. -3　　B. -2　　C. 3　　D. 2

5 S_n是等差数列$\{a_n\}$的前n项和，如果$S_{10} = 120$，那么$a_2 + a_9$的值是（ ）.

A. 12　　B. 36　　C. 24　　D. 48

6 设D为$\triangle ABC$所在平面内一点，$\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{CD}$，则（　）．

A. $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$　　B. $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AD}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$　　D. $\overrightarrow{AD}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

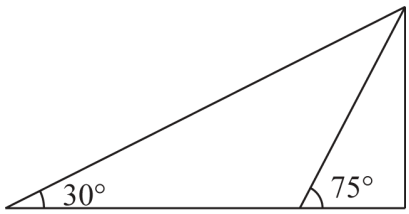
7 在$\triangle ABC$中，若$a=2$，$b=2\sqrt{3}$，$A=30°$，则B等于（　）．

A. $60°$或$120°$　　B. $60°$　　C. $30°$或$150°$　　D. $30°$

8 在$\triangle ABC$中，如果$(a+b+c)(b+c-a)=3bc$，那么角A等于（　）．

A. $30°$　　B. $60°$　　C. $120°$　　D. $150°$

9 某工程中要将一长为100m倾斜角为$75°$的斜坡，改造成倾斜角为$30°$的斜坡，并保持坡高不变，则坡底需加长（　）．



A. $100\sqrt{2}\text{m}$　　B. $100\sqrt{3}\text{m}$　　C. $50(\sqrt{2}+\sqrt{6})\text{m}$　　D. 200m

10 若$\tan\alpha=\frac{1}{3}$，$\tan(\alpha+\beta)=\frac{1}{2}$，则$\tan\beta=$（　）．

A. $\frac{5}{6}$　　B. $\frac{5}{7}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{1}{7}$

11 已知$a_n=\left(\frac{1}{3}\right)^k$，把数列$\{a_n\}$的各项排列成如下的三角形状，记$A(m,n)$表示第$m$行的第$n$个数，则$A(10,12)=$（　）．

$$a_1$$
$$a_2 \quad a_3 \quad a_4$$
$$a_5 \quad a_6 \quad a_7 \quad a_8 \quad a_9$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

A. $\left(\frac{1}{3}\right)^{91}$　　B. $\left(\frac{1}{3}\right)^{92}$　　C. $\left(\frac{1}{3}\right)^{93}$　　D. $\left(\frac{1}{3}\right)^{94}$

12 有以下命题，其中正确命题的序号是（ ）.

①函数$y=\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$的定义域是$\left\{x|x\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$；

②$4\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=4\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$；

③$f(x)=4\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的图像关于点$\left(\frac{\pi}{6},0\right)$；

④$y=4\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$在$\left[\frac{\pi}{12},\frac{7\pi}{12}\right]$上为减函数.

A. ①③　　B. ②④　　C. ②③④　　D. ③④

二、填空题：每题5分,共20分

13 已知向量$\vec{a}=(-2,3)$，$\vec{b}=(3,m)$，且$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$m=$_____.

14 $\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c．已知$\sin A+\sqrt{3}\cos A=0$，$a=2\sqrt{7}$，$b=2$．则$c=$_____.

15 数列$\{a_n\}$中，若$a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{n+1}{n+2}a_n$，则$a_n=$_____.

16 已知$\{a_n\}$是等差数列，公差d不为零．若a_2，a_3，a_7成等比数列，且$2a_1+a_2=1$，则$a_1=$_____，$d=$_____.

三、解答题：本大题共6小题，共70分

17 在$\triangle ABC$中，已知$AB=2$，$AC=3$，$A=60°$.

（1）求BC的长.

（2）求$\sin 2C$的值.

18 已知$\tan\alpha=2$.

（1）求$\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$的值；

(2) 求$\dfrac{\sin 2\alpha}{\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha-\cos 2\alpha-1}$的值.

19 设等差数列$\{a_n\}$满足$a_3=5$，$a_{10}=-9$.

(1) 求$\{a_n\}$的通项公式.

(2) 求$\{a_n\}$的前n项和S_n及使得S_n最大的序号n的值.

20 已知向量$\vec{a}=(4,3)$，$\vec{b}=(-1,2)$.

(1) 求$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角的余弦值.

(2) 若向量$\vec{a}-\lambda\vec{b}$与$2\vec{a}+\vec{b}$平行，求λ的值.

21 在锐角$\triangle ABC$中，a，b，c分别为角A，B，C所对的边，且$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{2c}{\sqrt{3}}$.

(1) 确定C的大小.

(2) 若$c=\sqrt{7}$，且$\triangle ABC$的面积为$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$，求a^2+b^2的值.

(3) 若$c=2$，求$a+b$的取值范围.

22 设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$n\in\mathbf{N}^*$. 已知$a_1=1$，$a_2=\dfrac{3}{2}$，$a_3=\dfrac{5}{4}$，且当$n\geqslant 2$时，$4S_{n+2}+5S_n=8S_{n+1}+S_{n-1}$.

(1) 求a_4的值.

(2) 证明：$\left\{a_{n+1}-\dfrac{1}{2}a_n\right\}$为等比数列.

(3) 求数列$\{a_n\}$的通项公式.