

# 2017~2018学年广东广州番禺区广东仲元中学高一 下学期期中数学试卷

## 一、选择题:本大题共12小题, 每小题5分, 共60分

1 化简  $\vec{AB} + \vec{BD} - \vec{AC} - \vec{CD} = ( )$  .

- A.  $\vec{AD}$                       B.  $\vec{0}$                       C.  $\vec{BC}$                       D.  $\vec{DA}$

2  $\sin 34^\circ \sin 26^\circ - \cos 34^\circ \cos 26^\circ$  的值是 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $-\frac{1}{2}$                       D.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

3 已知平面向量  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (-2, m)$ , 且  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ , 则  $2\vec{a} + 3\vec{b} = ( )$  .

- A.  $(-2, -4)$                       B.  $(-3, -6)$                       C.  $(-4, -8)$                       D.  $(-5, -10)$

4 若扇形的周长是16cm, 圆心角是  $\frac{360}{\pi}$  度, 则扇形的面积 (单位  $\text{cm}^2$ ) 是 ( )

- A. 16                      B. 32                      C. 8                      D. 64

5 已知  $\vec{a} = (-1, \sqrt{3})$ , 下列向量中, 与  $\vec{a}$  反向的单位向量是 ( )

- A.  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$                       B.  $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$                       C.  $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$                       D.  $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

6 化简  $\sqrt{1 + \sin 6} + \sqrt{1 - \sin 6}$ , 得到 ( ) .

- A.  $-2 \sin 3$                       B.  $2 \cos 3$                       C.  $2 \sin 3$                       D.  $-2 \cos 3$

$y = \sin\left(-2x - \frac{\pi}{3}\right)$  的一个单调递增区间是 ( )

- A.  $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{7}{12}\pi\right]$       B.  $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$       C.  $\left[-\frac{5}{12}\pi, \frac{\pi}{12}\right]$       D.  $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right]$

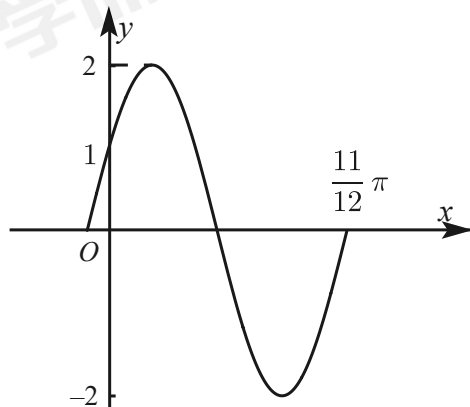
8 若  $|\vec{a}| = 2 \cos 15^\circ$ ,  $|\vec{b}| = 4 \sin 15^\circ$ ,  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  的夹角为  $30^\circ$ , 则  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  等于 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $\sqrt{3}$       C.  $2\sqrt{3}$       D.  $\frac{1}{2}$

9  $\tan 13^\circ + \tan 32^\circ + \tan 13^\circ \tan 32^\circ$  等于 ( ) .

- A.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       C.  $-1$       D.  $1$

10 函数  $y = 2 \sin(\omega x + \varphi)$  ( $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的图象如图, 则 ( ) .



- A.  $\omega = \frac{10}{11}$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{6}$       B.  $\omega = \frac{10}{11}$ ,  $\varphi = -\frac{\pi}{6}$   
 C.  $\omega = 2$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{6}$       D.  $\omega = 2$ ,  $\varphi = -\frac{\pi}{6}$

11 已知  $P$  是边长为 2 的正三角形  $ABC$  的边  $BC$  上的动点, 则  $\vec{AP} \cdot (\vec{AB} + \vec{AC})$  ( )

- A. 是变化的, 最大值为 8      B. 是定值 3  
 C. 是变化的, 最小值为 2      D. 是定值 6

12 已知动点  $P$  在一次函数  $y = 2 - x$  的图像上, 线段  $QR$  长度为 6 且绕其中点  $O$  (即坐标原点) 旋转.

则  $\vec{PQ} \cdot \vec{PR}$  的最小值是 ( )

- A.  $-7$       B.  $-2\sqrt{2}$       C.  $\sqrt{2} - 1$       D.  $7$

## 二、填空题：每小题5分，共20分

13 已知向量 $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ 满足 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ,  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 2$ , 则 $|2\vec{a} - \vec{b}| =$ \_\_\_\_\_.

14 函数 $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) + \sin 2x$ 的最小正周期是\_\_\_\_\_.

15 已知 $\sin(\alpha - \beta) \cos \alpha - \cos(\beta - \alpha) \sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\beta$ 是第三象限解, 则 $\sin\left(\beta + \frac{5\pi}{4}\right)$ 的值是\_\_\_\_\_.

16 已知 $f(x) = A\cos^2(\omega x + \phi) + 1$  ( $A > 0, \omega > 0, 0 < \phi < \frac{\pi}{2}$ ) 的最大值是3, 相邻两条对称轴之间的距离是2, 且图像过点 $(0, 2)$ . 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2018) =$ \_\_\_\_\_.

## 三、解答题：共6题，共70分

17 若 $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (-3, 2)$ ,  $\vec{c} = (0, 6)$ .

(1)  $k$ 为何值时,  $(k\vec{a} + \vec{b}) \perp (\vec{a} - 3\vec{b})$ .

(2) 若 $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ , 求实数 $2x - 3y$ 的值.

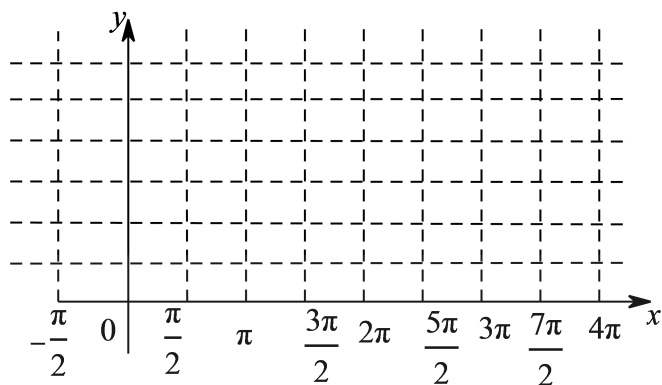
18 已知角 $\alpha$ 终边上一点 $P(-4a, 3a)$ ,  $a \neq 0$ , 求:

(1)  $\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \sin(-13\pi - \alpha)}{\cos\left(\frac{11\pi}{2} - \alpha\right) \sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right)}$  的值.

(2)  $1 + \sin^2 \alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha$  的值.

19 已知函数 $f(x) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \sin \frac{x}{2} + \frac{3}{2} \cos \frac{x}{2} + 3$ .

(1) 用五点法画出它在一个周期内的闭区间上的图象.



- (2) 指出  $f(x)$  的周期、振幅、初相、对称轴.  
 (3) 说明此函数图象可由  $y = \sin x$  的图象经怎样的变换得到.

20 设函数  $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$ , 其中  $\vec{a} = \left(2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right), \cos 2x\right)$ ,  $\vec{b} = \left(\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right), -\sqrt{3}\right)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .

- (1) 求  $f(x)$  的解析式.  
 (2) 若关于  $x$  的不等式  $f(x) - m < 2$  在  $x \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$  上有解, 求实数  $m$  的取值范围.

21 函数  $f(x) = 1 - 2a - 2a \cos x - 2\sin^2 x$  的最小值为  $g(a)$ ,  $a \in \mathbf{R}$ .

- (1) 求  $g(a)$  的表达式.  
 (2) 若  $g(a) = \frac{1}{2}$ , 求  $a$  及此时  $f(x)$  的最大值.

22 已知定义在  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$  上的奇函数  $f(x)$  满足  $f(2) = 0$ , 且在  $(-\infty, 0)$  上是增函数; 定义行

$$\text{列式} \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{vmatrix} = a_1 a_4 - a_2 a_3; \text{ 函数 } g(\theta) = \begin{vmatrix} \sin \theta & 3 - \cos \theta \\ m & \sin \theta \end{vmatrix} \text{ (其中 } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \text{)}.$$

- (1) 证明: 函数  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上也是增函数.  
 (2) 若函数  $g(\theta)$  的最大值为 4, 求  $m$  的值.  
 (3) 若记集合  $M = \{m | \text{恒有 } g(\theta) < 0\}$ ,  $N = \{m | \text{恒有 } f[g(\theta)] < 0\}$ , 求  $M \cap N$ .