

2018~2019学年广东广州越秀区广州市第三中学高 二下学期期中中文科数学试卷

一、选择题（本大题共12题，每小题5分，共计60分）

1 若复数

z 的共轭复数是

\bar{z} ，且满足

$2z + \bar{z} = -3 + i$ ，则复数

z 在复平面内对应的点为（ ）。

A. (1, -1)

B. (-1, 1)

C. (-1, -1)

D. (1, 1)

2 复数

z 满足

$(1 + i)z = |1 - i|$ ，是

z 的虚部为（ ）。

A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}i$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}i$

C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3 如果

x ,

y 是实数，那么“

$x \neq y$ ”是“

$\cos x \neq \cos y$ ”的（ ）。

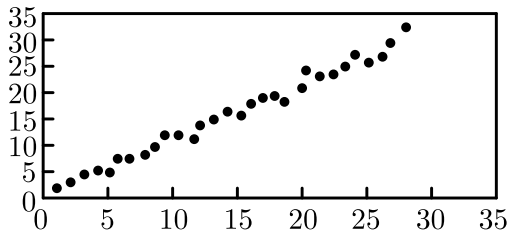
A. 充要条件

B. 充分不必要条件

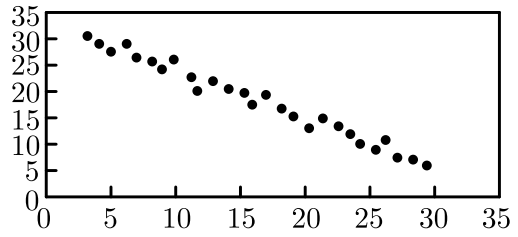
C. 必要不充分条件

D. 既不充分也不必要条件

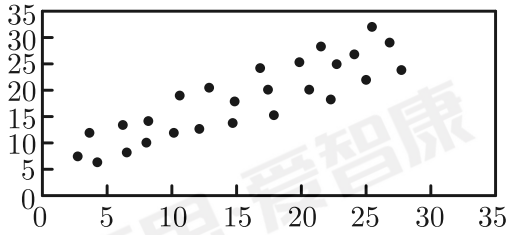
4 对四组数据进行统计，获得如图所示的散点图，关于其相关系数的比较，正确的是（ ）。



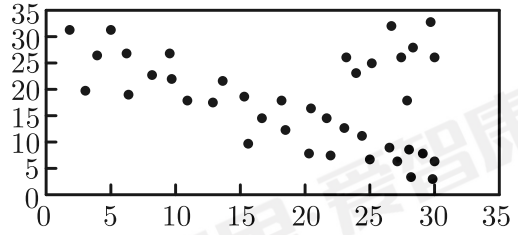
相关系数 r_1
①



相关系数 r_2
②



相关系数 r_3
③



相关系数 r_4
④

- A. $r_2 < r_4 < 0 < r_3 < r_1$
 B. $r_4 < r_2 < 0 < r_1 < r_3$
 C. $r_4 < r_2 < 0 < r_3 < r_1$
 D. $r_2 < r_4 < 0 < r_1 < r_3$

5 有一段“三段论”推理是：对于可导函数

$f(x)$ ，如果

$f'(x_0) = 0$ ，那么

$x = x_0$ 是函数

$f(x)$ 的极值点，因为函数

$f(x) = x^3$ 在

$x = 0$ 处的导数值为

0，所以

$x = 0$ 是

$f(x) = x^3$ 的极值点。以上推理是（ ）。

- A. 大前提错误 B. 小前提错误 C. 推理形式错误 D. 结论正确

6 为加强大学生实践、创新能力和团队精神的培养，促进高等教育教学改革，教育部门主办了全国大学生智能汽车竞赛。该竞赛分为预赛和决赛两个阶段，参加决赛的队伍按照抽签方式决定出场

顺序. 通过预赛, 选拔出甲、乙、丙三支队伍参加决赛, 则决赛中甲、乙两支队伍恰好排在前两位出场的概率为 ().

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{8}$

7 在极坐标系中, 已知圆

C 的方程为

$$\rho = 2 \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right),$$
 则圆心

C 的极坐标为 ().

- A. $\left(1, -\frac{\pi}{4}\right)$ B. $\left(1, \frac{3\pi}{4}\right)$
C. $\left(\sqrt{2}, -\frac{\pi}{4}\right)$ D. $\left(\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$

8 已知

S_n 是数列

$\{a_n\}$ 的前

n 项和, 且

$$S_{n+1} = S_n + a_n + 3,$$

$$a_4 + a_5 = 23,$$
 则

$$S_8 = ().$$

- A. 72 B. 88 C. 92 D. 98

9 如图,

$y = f(x)$ 是可导函数, 直线

$l: y = kx + 2$ 是曲线

$y = f(x)$ 在

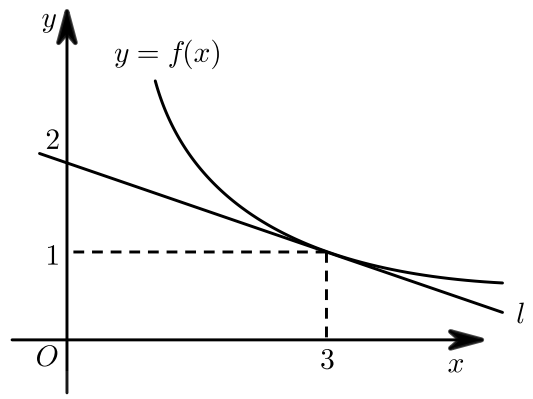
$x = 3$ 处的切线. 令

$$g(x) = xf(x),$$

$g'(x)$ 是

$g(x)$ 的导函数, 则

$$g'(3) = ().$$



- A. -1 B. 0 C. 2 D. 4

10 已知

F 为双曲线

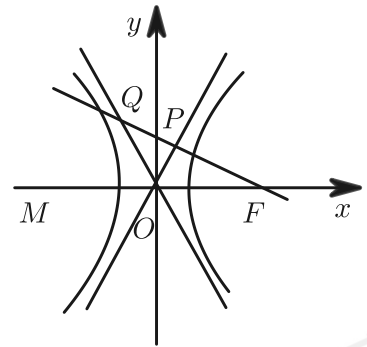
C :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$$

的一个焦点，其关于双曲线

C 的一条渐近线的对称线的对称点在另一条渐近线上，则双曲线

C 的离心率为 () .



- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

11 下图是从事网络工作者经常用来解释网络运作的蛇形模型，数字

1出现在第

1行；数字

2、

3出现在第

2行；数字

6、

5、

4 (从左至右) 出现在第

3行；数字

7、

8、

9、

10出现在第

4行；依次类推，若

$f(m, n)$ 表示第

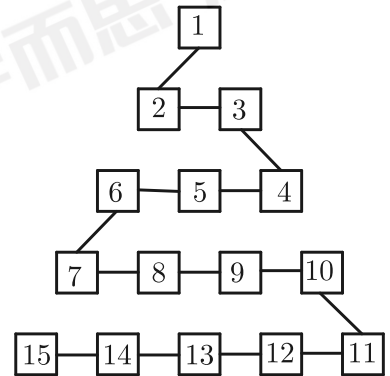
m 行第

n 列（从左至右）的对应的数，例如

$$f(2, 1) = 2,$$

$$f(3, 2) = 5, \text{ 则}$$

$$f(11, 5) = ().$$



A. 60

B. 61

C. 62

D. 63

12 对于三次函数

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$ ，给出定义：设

$f'(x)$ 是函数

$y = f(x)$ 的导数，

$f''(x)$ 是

$f'(x)$ 的导数，若方程

$f''(x) = 0$ 有实数根

x_0 ，则称点

$(x_0, f(x_0))$ 为函数

$y = f(x)$ 的“拐点”。经过探究发现：任何一个三次函数都有“拐点”；任何一个三次函数都有对称中心，且“拐点”就是对称中心。设函数

$$g(x) = 2x^3 - 3x^2 + \frac{1}{2}, \text{ 则}$$

$$g\left(\frac{1}{100}\right) + g\left(\frac{2}{100}\right) + \cdots + g\left(\frac{99}{100}\right) = ().$$

A. 100

B. 50

C. $\frac{99}{2}$

D. 0

二、填空题 (本大题共4题, 每小题5分, 共计20分)

13 已知复数

$$z_1 = 3 - bi,$$

$$z_2 = 1 - 2i, \text{ 若}$$

$\frac{z_1}{z_2}$ 是实数, 则实数

b 的值为 _____ .

14 函数 $f(x) = 3 + x \ln x$ 的单调递减区间是 _____ .

15 过抛物线

$$y^2 = 2px (p > 0)$$
 的焦点的直线

l 与抛物线交于

$A,$

B 两点, 以

AB 为直径的圆的方程为

$$(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 16, \text{ 则}$$

$p =$ _____ .

16 从边长

$10\text{cm} \times 16\text{cm}$ 的矩形纸板的四角截取四个相同的小正方形, 做成一个无盖的盒子, 则盒子容积的最大值为 _____

cm^3 .

三、解答题 (本大题共6题, 共计70分)

17 已知等差数列

$\{a_n\}$ 的前

n 项和为

S_n , 且

$$a_1 + a_3 = 10,$$

$$S_4 = 24.$$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2) 令

$$T_n = \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \cdots + \frac{1}{S_n}, \text{ 求证:}$$
$$T_n < \frac{3}{4}.$$

18 在

$\triangle ABC$ 中, 内角

A, B, C 所对的边分别为

a, b, c , 已知

$$4\sin^2 \frac{A+B}{2} + 4\sin A \sin B = 2 + \sqrt{2}.$$

(1) 求角 C 的大小;

(2) 已知

$$b = 4,$$

$\triangle ABC$ 的面积为

6, 求边长

c 的值.

19 某地种植常规稻

A 和杂交稻

B , 常规稻

A 的亩产稳定为

500公斤, 统计近年来数据得到每年常规稻

A 的单价比当年杂交稻

B 的单价高

50%. 统计杂交稻

B 的亩产数据, 得到亩产的频率分布直方图如下, 统计近

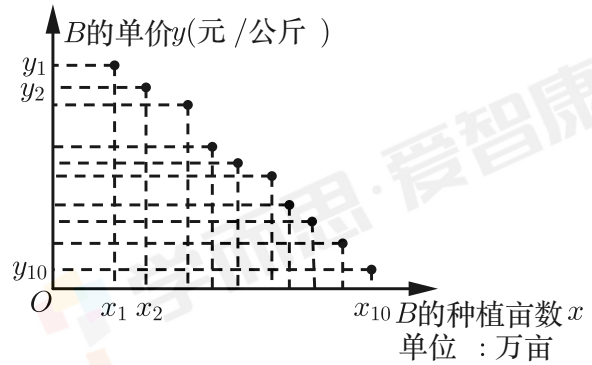
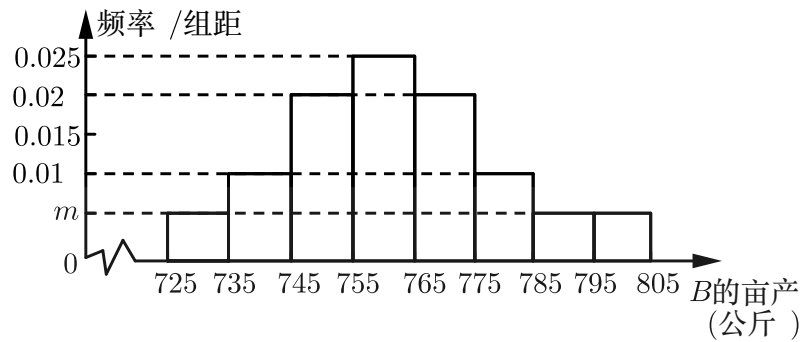
10年来杂交稻

B 的单价 (单位: 元

/公斤) 与种植亩数 (单位: 万亩) 的关系, 得到的

10组数据记为

$(x_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, 10)$, 并得到散点图如下, 参考数据见下.



(1) 求出频率分布直方图中

m 的值, 若各组的取值按中间值来计算, 求杂交稻

B 的亩产平均值.

(2) 判断杂交稻

B 的单价

y (单位: 元

/公斤) 与种植亩数

x (单位: 万亩) 是否线性相关, 若相关, 试根据以下统计的参考数据求出

y 关于

x 的线性回归方程.

(3) 调查得到明年此地杂交稻

B 的种植亩数预计为

2万亩, 估计明年常规稻

A 的单价, 若在常规稻

A 和杂交稻

B 中选择, 明年种植哪种水稻收入更高?

统计参考数据:

$\bar{x} = 1.60,$

$$\bar{y} = 2.82,$$

$$\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -0.52,$$

$$\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 0.65.$$

附：线性回归方程

$$\hat{y} = bx + a,$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}.$$

20 在以原点

O 为极点,

x 轴的非负半轴为极轴的极坐标系中, 曲线

C_1 的极坐标方程为

$$\rho = 4 \cos \theta, \text{ 曲线}$$

C_2 的极坐标方程为

$$\rho \cos^2 \theta = \sin \theta.$$

(1) 求曲线 C_2 的直角坐标方程.

(2) 过原点且倾斜角为

$$\alpha \left(\frac{\pi}{6} < \alpha \leq \frac{\pi}{4} \right) \text{ 的射线}$$

l 与曲线

C_1 、

C_2 分别交于

A 、

B 两点 (

A 、

B 异于原点), 求

$|OA| \cdot |OB|$ 的取值范围.

21 已知椭圆

$$C: \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1, \text{ 直线}$$

$$l: y = \frac{\sqrt{6}}{3}x + m (m \in \mathbf{R}) \text{ 与椭圆}$$

C 交于不同的两点

A 、

B.

(1) 若

$$|AB| = \frac{5\sqrt{3}}{3},$$

求 m 的值.

(2) 试求

$$||OA|^2 - |OB|^2|$$

(其中 O 为坐标原点) 的最大值.

22 设函数

$$f(x) = mx^2 - (2m+1)x + \ln x,$$

$m \in \mathbf{R}$.

(1) 当

$m = 3$ 时, 求

$f(x)$ 的极值.

(2) 设

$m > 0$, 讨论函数

$f(x)$ 的单调性.