

2018~2019学年广东广州越秀区广州大学附属中学

高二下学期期中中文科数学试卷

一、选择题（本题共12小题，每小题5分，共60分）

1 设全集

$U = \mathbf{R}$, 集合

$$M = \{x | y = \lg(x^2 - 1)\},$$

$N = \{x | 0 < x < 2\}$, 则

$$N \cap (\complement_U M) = ().$$

- A. $\{x | -2 \leq x < 1\}$ B. $\{x | 0 < x \leq 1\}$ C. $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$ D. $\{x | x < 1\}$

2 已知

$\bar{z}$ 是复数

z 的共轭复数,

$(z+1)(\bar{z}-1)$ 是纯虚数, 则

$$|z| = ().$$

- A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$

3 设

m ,

n 是两条不同的直线,

α ,

β 是两个不同的平面, 有下列四个命题:

①若

$$m \subset \alpha,$$

$\alpha \perp \beta$, 则

$m \perp \beta$; ②若

$$\alpha // \beta,$$

$m \subset \beta$, 则

$m // \alpha$; ③若

$$m \perp \alpha,$$

$$m // n,$$

$\alpha // \beta$, 则

$n \perp \beta$; ④若

$$m // \alpha,$$

$$n // \beta,$$

$m // n$, 则

$\alpha // \beta$ 其中正确命题的序号是 ().

A. ①②

B. ①③

C. ②③

D. ③④

4 在区间

$[-\pi, \pi]$ 内随机取两个数分别为

a ,

b , 则使得函

$f(x) = x^2 + 2ax - b^2 + \pi$ 有零点的概率为 ().

A. $\frac{7}{8}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{4}$

5 在

$\triangle ABC$ 中,

a ,

b ,

c 分别是内角

A ,

B ,

C 的对边, 若

$$b \sin A = 3c \sin B,$$

$$a = 3,$$

$$\cos B = \frac{2}{3}, \text{ 则}$$

b 等于 ().

A. 14

B. 6

C. $\sqrt{14}$ D. $\sqrt{6}$

6 在

 $\triangle ABC$ 中,

$$\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}, \text{ 则}$$

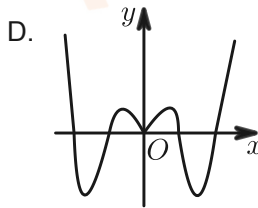
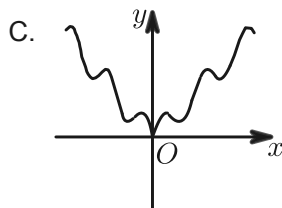
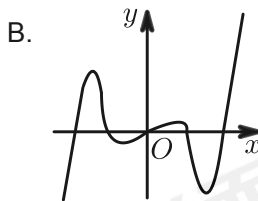
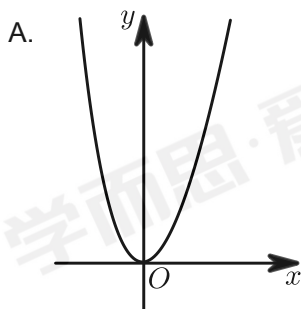
$$\overrightarrow{AD} = ().$$

A. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

B. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

C. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

D. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

7 函数 $f(x) = x^2 + x \sin x$ 的图象大致为 ().

8 将函数

 $f(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$ 的图象上各点横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变) 得到函数 $g(x)$ 的图象, 则下列说法正确的是 ().A. 函数 $g(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{\pi}{12}, 0\right)$ 对称B. 函数 $g(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$ 上单调递增C. 函数 $g(x)$ 的周期是 $\frac{\pi}{2}$ D. 函数 $g(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$ 上最大值是 1

9 已知椭圆

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad ($$

 $a > b > 0)$ 的左右焦点分别为 $F_1,$ $F_2,$ 右顶点为

A, 上顶点为

B , 以线段

F_1A 为直径的圆交线段

F_1B 的延长线于点

P , 若

$F_2B \parallel AP$, 则该椭圆离心率是 () .

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10 已知

$r > 0$,

x ,

$y \in \mathbf{R}$,

p : “

$x^2 + y^2 \leq r^2$ ”,

q : “

$|x| + |y| \leq 1$ ”, 若

p 是

q 的充分不必要条件, 则实数

r 的取值范围是 () .

A. $\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

B. $(0, 1]$

C. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$

D. $[1, +\infty)$

11 已知等差数列

$\{a_n\}$ 、等差数列

$\{b_n\}$ 的前

n 项和分别为

S_n ,

T_n , 若

$\frac{S_n}{T_n} = \frac{n+2}{n+1}$, 则

$\frac{a_6}{b_8}$ 的值是 () .

A. $\frac{13}{16}$

B. $\frac{13}{14}$

C. $\frac{11}{16}$

D. $\frac{11}{15}$

12 已知函数

$f(x) = \cos \pi x$,

$$g(x) = e^{ax} - a + \frac{1}{2} (a \neq 0), \text{ 若}$$

$\exists x_1$ 、

$x_2 \in [0, 1]$, 使得

$f(x_1) = g(x_2)$, 则实数

a 的取值范围是 () .

- A. $\left[-\frac{1}{2}, 0\right)$ B. $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ C. $[-\infty, 0) \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ D. $\left[-\frac{1}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right]$

二、填空题 (本题共4小题, 每小题5分, 共20分)

13 在曲线 $f(x) = x^3 - 4x$ 的所有切线中, 斜率最小的切线方程为 _____ .

14 某人

5次上班途中所花的时间 (单位: 分钟) 分别为

x ,

y ,

10,

11,

9. 已知这组数据的平均数为

10, 方差为

2, 则

$|x - y|$ 的值为 _____ .

15 底面边长6, 侧面为等腰直角三角形的正三棱锥的高为 _____ .

16 已知抛物线

$y^2 = 8x$ 的焦点为

F , 直线

l 过

F 且依次交抛物线及圆

$(x - 2)^2 + y^2 = 1$ 于点

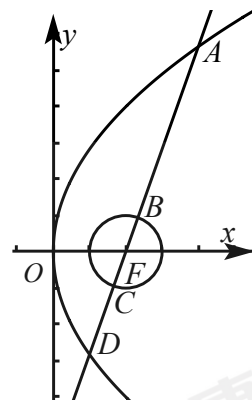
A ,

B ,

C ,

D 四点, 则

$|AB| + 4|CD|$ 的最小值为 _____.



三、解答题 (共70分)

17 已知等差数列

$\{a_n\}$ 的前

n 项的和为

S_n ,

$a_3 = 5$,

$S_{10} = 100$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2) 设

$b_n = \frac{2}{n(a_n + 5)}$, 记数列

$\{b_n\}$ 前

n 项的和为

T_n , 求使得前

n 项的和为

$T_n < m$ 恒成立时

m 的最小正整数.

18 如图, 在四边形

$ABED$ 中,

$AB \parallel DE$,

$AB \perp BE$, 点

C 在

AB 上, 且

$AB \perp CD$,

$AC = BC = CD = 2$, 现将

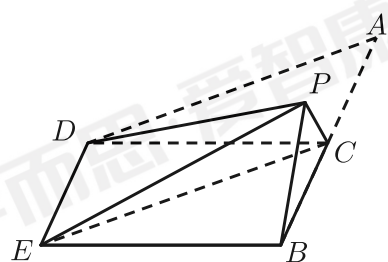
$\triangle ACD$ 沿

CD 折起, 使点

A 到达点

P 的位置, 且

$PE = 2\sqrt{2}$.



(1) 求证: 平面

$PBC \perp$ 平面

$DEBC$.

(2) 求三棱锥 $P - EBC$ 的体积.

19 某地种植常规稻

A 和杂交稻

B , 常规稻

A 的亩产稳定为

500公斤, 统计近年来数据得到每年常规稻

A 的单价比当年杂交稻

B 的单价高

50%. 统计杂交稻

B 的亩产数据, 得到亩产的频率分布直方图如下, 统计近

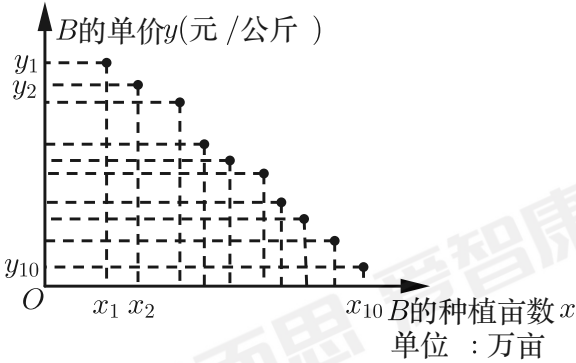
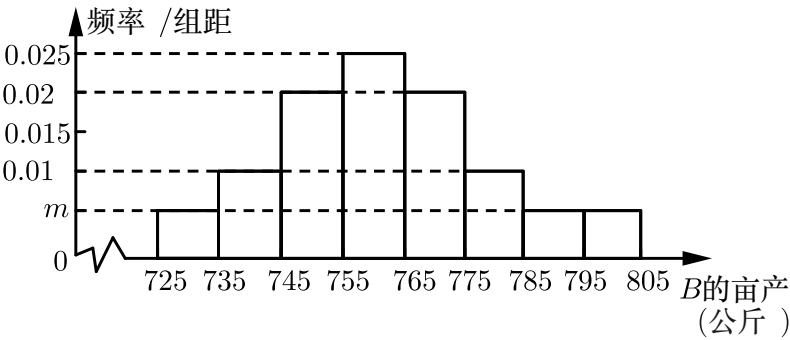
10年来杂交稻

B 的单价 (单位: 元

/公斤) 与种植亩数 (单位: 万亩) 的关系, 得到的

10组数据记为

$(x_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, 10)$, 并得到散点图如下, 参考数据见下.



- (1) 求出频率分布直方图中 m 的值, 若各组的取值按中间值来计算, 求杂交稻 B 的亩产平均值.

- (2) 判断杂交稻 B 的单价 y (单位: 元 / 公斤) 与种植亩数 x (单位: 万亩) 是否线性相关, 若相关, 试根据以下统计的参考数据求出 y 关于 x 的线性回归方程.

- (3) 调查得到明年此地杂交稻 B 的种植亩数预计为 2 万亩, 估计明年常规稻 A 的单价, 若在常规稻 A 和杂交稻 B 中选择, 明年种植哪种水稻收入更高?
统计参考数据:

$$\bar{x} = 1.60,$$

$$\bar{y} = 2.82,$$

$$\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -0.52,$$

$$\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 0.65.$$

附：线性回归方程

$$\hat{y} = bx + a,$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}.$$

20 已知抛物线

$C: x^2 = 2py (p > 0)$ 上一点

$M(m, 9)$ 到其焦点

F 的距离为

10.

(1) 求抛物线 C 的方程.

(2) 设过焦点

F 的直线

l 与抛物线

C 交于

A ,

B 两点, 且抛物线在

A ,

B 两点处的切线分别交

x 轴于

P ,

Q 两点, 求

$|AP| \cdot |BQ|$ 的取值范围.

21 函数

$$f(x) = \ln x + \frac{1}{2}x^2 + ax (a \in \mathbf{R}),$$

$$g(x) = e^x + \frac{3}{2}x^2.$$

(1) 讨论 $f(x)$ 的极值点的个数.

(2) 若对于任意

$x \in (0, +\infty)$, 总有

$f(x) \leq g(x)$ 成立, 求实数

a 的取值范围.

选修4-4: 坐标系与参数方程

22 已知在平面直角坐标系

xOy 中, 直线

$$l: \begin{cases} x = -1 - 4t \\ y = 2 + 3t \end{cases} \quad ($$

t 为参数), 以原点为极点,

x 轴的非负半轴为极轴且取相同的单位长度建立极坐标系, 曲线

C 的极坐标方程为

$$\rho = 2\sqrt{2} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right).$$

(1) 求曲线

l 的普通方程及曲线

C 的直角坐标方程.

(2) 设点

P 直角坐标为

$(-1, 2)$, 直线

l 与曲线

C 交于

A ,

B 两点, 求

$|PA| \cdot |PB|$ 的值.

选修4-5: 不等式选讲

23 已知 $f(x) = |3x + 2|$.

(1) 求 $f(x) \leq 1$ 的解集.

(2) 若

$f(x^2) \geq a|x|$ 恒成立, 求实数

a 的最大值.