2018~2019学年广东广州天河区华南师范大学附属中学高二下学期期中理科数学试卷

一、选择题（本大题共12小题，每小题3分，共36分）

1 已知集合

$P=\{x\,|x^2-2x\geqslant 3\}$，

$Q=\{x\,|2<x<4\}$，则

$P\cap Q=$（ ）．

A. $(-1,2)$　　B. $(-1,3]$　　C. $(2,3]$　　D. $[3,4)$

2 下列函数中，既是偶函数又在$(0,1)$上单调递增的是（ ）．

A. $y=\cos x$　　B. $y=\sqrt{x}$　　C. $y=2^{|x|}$　　D. $y=|\lg x|$

3 函数$f(x)=(\sin x+\cos x)(\sin x-\cos x)$的最小正周期是（ ）．

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. π　　C. $\frac{3\pi}{2}$　　D. 2π

4 设

S_n为等差数列

$\{a_n\}$的前

n项和．若

$S_5=25$，

$a_3+a_4=8$，则

$\{a_n\}$的公差为（ ）．

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

5 设命题甲：

$ax^2+2ax+1>0$的解集是实数集

$\mathbf{R}$；命题乙：

$0<a<1$，则命题甲是命题乙成立的(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 充要条件

C. 必要不充分条件　　D. 既不充分也不必要条件

6 已知复数

z满足

$(1+\mathrm{i})z=\left|\sqrt{3}+\mathrm{i}\right|$，其中

i是虚数单位，则

$z=$（ ）.

A. $1-\mathrm{i}$　　B. $1+\mathrm{i}$　　C. $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　D. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$

7 已知两个非零向量

$\vec{a}$，

$\vec{b}$，满足

$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$，则下列结论正确（ ）.

A. $\vec{a}//\vec{b}$　　B. $\vec{a}\perp\vec{b}$　　C. $|\vec{a}|=\left|\vec{b}\right|$　　D. $\vec{a}+\vec{b}=\vec{a}-\vec{b}$

8 已知双曲线

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{2}=1$的一条渐近线的倾斜角为

$\frac{\pi}{6}$，则双曲线的离心率为（ ）.

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

9 圆

$x^2+y^2+2x+4y-3=0$上到直线

$x+y+1=0$的距离是

$\sqrt{2}$的点共有几个（ ）.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

10 如图所示的茎叶图（图一）为高三某班

50名学生的化学考试成绩，图（二）的算法框图中输入的

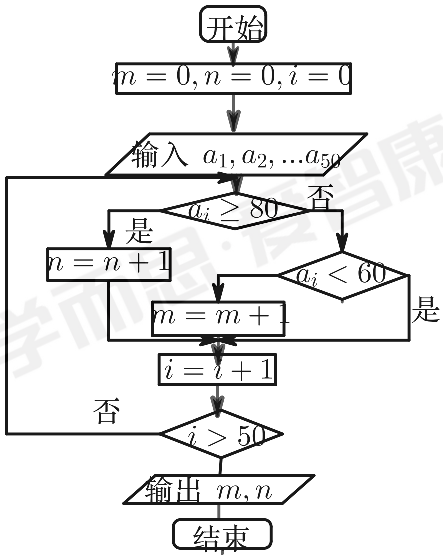
a_i为茎叶图中的学生成绩，则输出的

m，

n分别是（　　）.

4	3 6 7 8
5	0 1 2 3 3 6 8 9
6	0 0 1 3 4 4 6 6 7 8 8 9
7	0 1 2 2 4 5 6 6 6 7 8 8 9 9
8	0 0 2 4 4 5 6 9
9	0 1 6 8

图一



A. $m=38$，$n=12$　　B. $m=26$，$n=12$　　C. $m=12$，$n=12$　　D. $m=24$，$n=10$

11 在区间

$[0,1]$上随机取两个数

x，

y，记

p_1为事件“

$x+y\geqslant\dfrac{1}{2}$”的概率，

p_2为事件“

$|x-y|\leqslant\dfrac{1}{2}$”的概率，

p_3为事件“

$xy\leqslant\dfrac{1}{2}$”的概率，则（ ）.

A. $p_1<p_2<p_3$　　B. $p_2<p_3<p_1$　　C. $p_3<p_1<p_2$　　D. $p_3<p_2<p_1$

12 已知

$a,b\in\mathbf{R}$，直线

$y=ax+b+\frac{\pi}{2}$与函数

$f(x)=\tan x$的图象在

$x=-\frac{\pi}{4}$处相切，设

$g(x)=\mathrm{e}^x+bx^2+a$．若在区间

$[1,2]$上，不等式

$m\leqslant g(x)\leqslant m^2-2$恒成立，则实数

m（ ）．

A. 有最小值$-\mathrm{e}$　　B. 有最小值e　　C. 有最大值e　　D. 有最大值$\mathrm{e}+1$

二、填空题（本大题共4小题，每小题4分，共16分）

13 二项式

$\left(2x+\frac{a}{x}\right)^7$的展开式中

x项的系数是

-70，则

$a=$______．

14 $\sin 30^\circ\cos 15^\circ-\cos 150^\circ\sin 15^\circ=$______．

15 如图，用

K、

A_1、

A_2三类不同的元件连接成一个系统．

K正常工作且

A_1、

A_2至少有一个正常工作时．系统正常工作，已知

K、

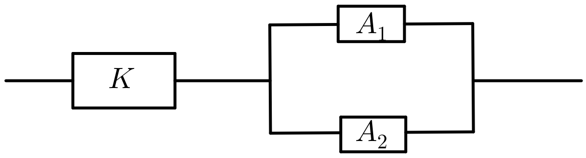
A_1、

A_2，正常工作的概率依次为

0.9、

0.8、

0.8，则系统正常工作的概率为 ______ .



16 已知从点

P出发的三条射线户

PA、

PB，

PC两两成

60°角、且分别与球

O相切于

A，

B，

C三点，若球

O的体积为

36π，则

O，

P两点间的距离是 ______ .

三、解答题（本大题共6小题，共66分）

17 已知数列

$\{a_n\}$中，

$a_1=1$，

$a_2=2$，

$a_{n+1}=3a_n-2a_{n-1}(n\geqslant 2,n\in \mathbf{N}^*)$．设

$b_n=a_{n+1}-a_n$．

（1） 证明：数列$\{b_n\}$是等比数列.

（2） 设

$c_n=\dfrac{b_n}{(4n^2-1)2^n}$，求数列

$\{c_n\}$的前

n项的和

S_n.

18 如图，在平面四边形

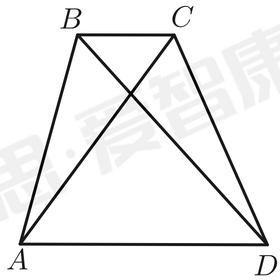
$ABCD$中，

AC与

BD为其对角线，已知

$BC=1$，且

$\cos\angle BCD=-\dfrac{3}{5}$.



（1） 若

AC平分

$\angle BCD$，且

$AB=2$，求

AC的长.

（2） 若

$\angle CBD=45^\circ$，求

CD的长.

19 为了解当代中学生喜欢文科、理科的情况，某中学一课外活动小组在学校高一进行文、理分科时进行了问卷调查，问卷共

100道题，每题

1分，总分

100分，该课外活动小组随机抽取了

200名学生的问卷成绩（单位：分）进行统计，将数据按照

$[0,20)$，

$[20,40)$，

$[40,60)$，

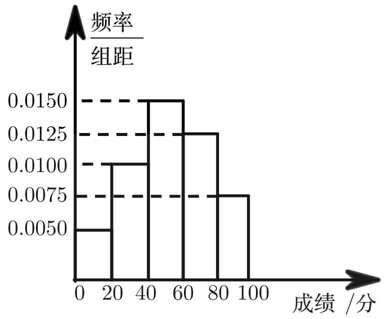
$[60,80)$，

$[80,100]$分成

5组，绘制的频率分布直方图如图所示，若将不低于

60分的称为“文科意向”学生，低于

60分的称为“理科意向”学生．



（1） 根据已知条件完成下面

2×2列联表，并据此判断是否有

99%的把握认为是否为“文科意向”与性别有关？

	理科意向	文科意向	总计
男			110
女		50	
总计			

（2） 将频率视为概率，现在从该校高一学生中用随机抽样的方法每次抽取

1人，共抽取

3次，记被抽取的

3人中“文科意向”的人数为

ξ，若每次抽取的结果是相互独立的，求

ξ的分布列、期望

$E(\xi)$和方差

$D(\xi)$．

参考公式：

$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中

$n=a+b+c+d$，

参考临界值：

$P\left(K^2\geqslant k_0\right)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

如图，在四棱锥

$PABCD$中，底面

$ABCD$是边长为

1的菱形，

$\angle BAD = 45°$，

$PD = 2$，

M为

PD的中点，

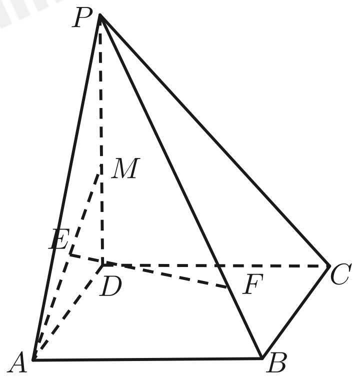
E为

AM的中点，点

F在线段

PB上，且

$PF = 3FB$.



（1） 求证：

$EF//$平面

$ABCD$.

（2） 若平面

$PDC\perp$底面

$ABCD$，且

$PD\perp DC$，求平面

PAD与平面

PBC所成锐二面角的余弦值.

21 在平面直角坐标系

xOy中，椭圆

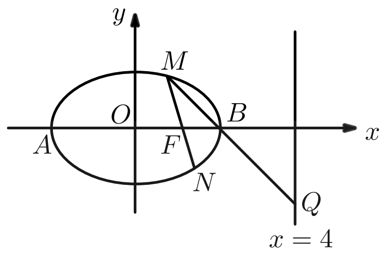
C的中心在坐标原点

O，其右焦点为

$F(1,0)$，且点

$\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$在椭圆

C上.



（1） 求椭圆C的方程.

（2） 设椭圆的左、右顶点分别为

A、

B，

M是椭圆上异于

A，

B的任意一点，直线

MF交椭圆

C于另一点

N，直线

MB交直线

$x=4$于

Q点，求证：

A，

N，

Q三点在同一条直线上.

22 已知$f(x)=\left(\mathrm{e}+\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right)\ln x+\dfrac{1}{x}-x$.

（1） 求函数$f(x)$的极值.

（2） 设

$g(x)=\ln(x+1)-ax+\mathrm{e}^x$，对于任意

$x_1\in[0,+\infty)$，

$x_2\in[1,+\infty)$，总有

$g(x_1)\geqslant\dfrac{\mathrm{e}}{2}f(x_2)$成立，求实数

a的取值范围.