华师一附中　黄冈中学　黄石二中　荆州中学
孝感高中　襄阳四中　襄阳五中　鄂南高中

2020届高三八校第二次联考
理科数学试题

命题学校：黄石二中　命题人：万莲艳　袁迁　审题人：鄂南高中　徐子龙

试卷满分：150分　考试时长：120分钟

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x|y=\ln(x-1)\}$，$B=\{x|x^2-x-2\leqslant 0\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{x|x\geqslant -1\}$　　B. $\{x|1<x\leqslant 2\}$　　C. $\{x|1<x<2\}$　　D. $\{x|x\geqslant 2\}$

2. 设复数 z 满足 $|z-1+i|=2\sqrt{2}$（i是虚数单位），则 $|z|$ 最大值为

A. $\sqrt{2}$　　B. 2　　C. $3\sqrt{2}$　　D. 3

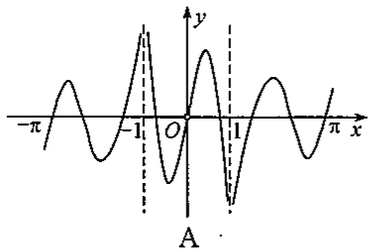
3. 已知 $x=\pi^{0.3}$，$y=\log_\pi 3$，$z=\cos 3$，则

A. $z<y<x$　　B. $y<z<x$　　C. $z<x<y$　　D. $x<z<y$

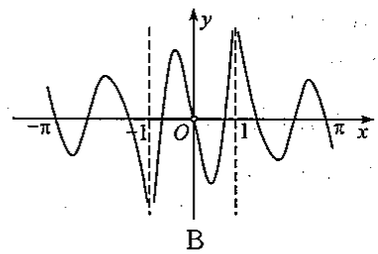
4. 广场上有一盏路灯挂在高9米的电线杆顶上，记电线杆的底部为 A，把路灯看作一个点光源，身高1.5米的女孩站在离 A 点5米的点 B 处，女孩以5米为半径绕着电线杆走一个圆圈，人影扫过的面积约是（π 取3.14）

A. 30.166 m^2　　B. 31.4 m^2　　C. 34.54 m^2　　D. 35.56 m^2

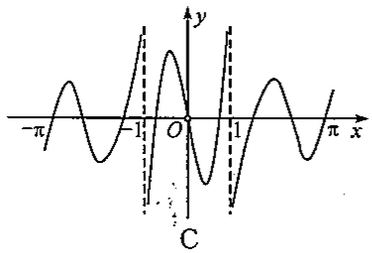
5. 函数 $f(x)=\dfrac{\sin 4x}{\ln|x|}$ 的部分图像大致为



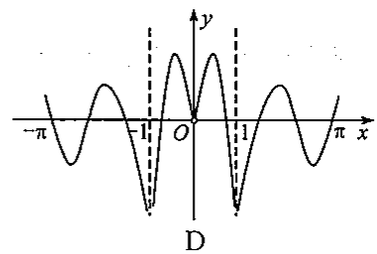
A



B



C



D

6. 2021年湖北省新高考将实行“3+1+2”模式，即语文、数学、英语必选，物理、历史二选一，政治、地理、化学、生物四选二，共有12种选课模式. 现有甲、乙、丙、丁4名学生都准备选物理与化学，并且他们都对政治、地理、生物三科没有偏好，则甲、乙、丙、丁4人中恰有2人选课相同的概率为

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{5}{12}$　　C. $\frac{5}{8}$　　D. $\frac{4}{9}$

7. 已知点 P 为不等式 $\begin{cases}\sqrt{3}x-y\geqslant 0\\ x+y-2\leqslant 0\\ y\geqslant 0\end{cases}$ 所表示的可行域内任意一点，点 $A(-1,\sqrt{3})$，O 为坐标原点，则 $\frac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}}{|\overrightarrow{OP}|}$ 的最大值为

A. $\sqrt{3}$　　B. 1　　C. 2　　D. $\frac{1}{2}$

8. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，以线段 F_1F_2 为直径的圆交双曲线 C 的一条渐近线于点 M（M 在第一象限内），若线段 MF_1 的中点 N 在双曲线 C 的另一条渐近线上，且双曲线 C 过点 $(2,3)$，双曲线 C 的实轴长是

A. 2　　B. 1　　C. $\sqrt{3}$　　D. $2\sqrt{3}$

9. 已知函数 $f(x)=\sin\left(2\,020x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(2\,020x-\frac{\pi}{4}\right)$ 的最大值为 M，若存在实数 m,n，使得对任意实数 x 总有 $f(m)\leqslant f(x)\leqslant f(n)$ 成立，则 $M\cdot|m-n|$ 的最小值为

A. $\frac{\pi}{2\,020}$　　B. $\frac{\pi}{1\,010}$　　C. $\frac{\pi}{505}$　　D. $\frac{3\pi}{1\,010}$

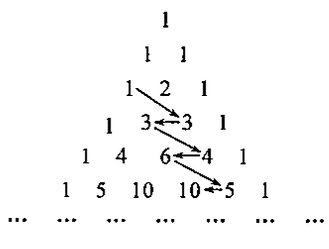
10. 已知 α,β 是两个平面，m,n 是两条直线，有下列四个命题：①若 $m\not\subset\alpha,n\subset\alpha,m/\!/n$，则 $m/\!/\alpha$；②若 $m/\!/\alpha,n/\!/\alpha$，则 $m/\!/n$；③“$x=\frac{\pi}{4}$”是“$\tan x=1$”的充分不必要条件；④命题“$\exists x_0\in\mathbf{R},x_0+\frac{1}{x_0}\geqslant 2$”的否定是“$\forall x\in\mathbf{R},x+\frac{1}{x}>2$”. 其中正确的命题个数是

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

11. 如图，在杨辉三角中，斜线 l 的上方从1按箭头所示方向可以构成一个“锯齿形”数列：1，3，3，4，6，5，10，…，将该数列中的奇数项依次取出组成一个新的数列 $\{a_n\}$，则 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_{2\,020}}=$

A. $\frac{2\,020}{2\,021}$　　B. $\frac{2\,019}{2\,020}$

C. $\frac{4\,021}{2\,020}$　　D. $\frac{4\,040}{2\,021}$



（第11题图）

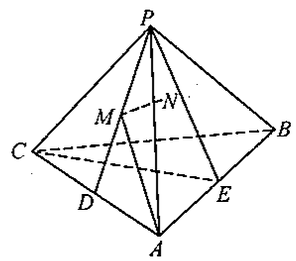
12. 已知，如图正三棱锥 P-ABC 中，侧棱长为 $\sqrt{2}$，底面边长为2，D 为 AC 中点，E 为 AB 中点，M 是 PD 上的动点，N 是平面 PCE 上的动点，则 $AM+MN$ 最小值是

A. $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

B. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

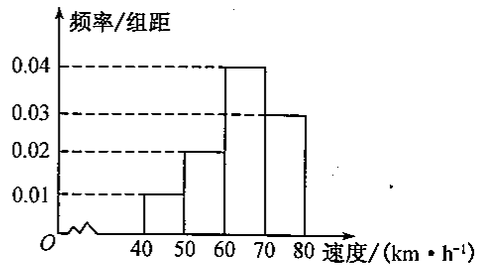


（第12题图）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分；其中 16 题第一空 3 分，第二空 2 分。

13. 在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_4=8$，则 $S_5=$_____.

14. 自湖北武汉爆发新冠肺炎疫情以来，武汉市医护人员和医疗、生活物资严重短缺，其他兄弟省市纷纷驰援武汉等地. 某运输队 50 辆汽车载满物资急赴武汉，如图是汽车经过某地时速度的频率分布直方图，则这 50 辆汽车速度中位数的估计值是_____.



（第 14 题图）

15. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x,(0\leqslant x\leqslant 2)\\ 2\ln x,(2<x\leqslant 4)\end{cases}$，若存在实数 x_1，x_2 满足 $0\leqslant x_1<x_2\leqslant 4$，且 $f(x_1)=f(x_2)$，则 x_2-x_1 的最大值为_____.

16. 已知不过原点的动直线 l 交抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 于 A,B 两点，O 为坐标原点，且 $|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}|$，若 $\triangle OAB$ 的面积最小值是 32，则(1) $p=$_____；(2)直线 l 过定点_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共 60 分。

17. (12 分)

已知函数 $f(x)=\cos 2x+\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$

(1)求 $f(x)$最小正周期及对称中心；

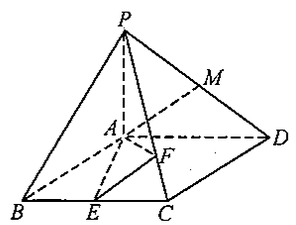
(2)在锐角$\triangle ABC$中，a,b,c 分别为角 A,B,C 的对边，且 $f(A)=\frac{1}{2}$，$b=4$，求$\triangle ABC$面积的取值范围.

18. (12 分)

已知，如图四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形，$\angle ABC=60°$，$AB=PA=2$，$PA\perp$平面 $ABCD$，E,M 分别是 BC,PD 中点，点 F 在棱 PC 上移动.

(1)证明无论点 F 在 PC 上如何移动，都有平面 $AEF\perp$平面 PAD；

(2)当直线 AF 与平面 PCD 所成的角最大时，求二面角 $F-AE-M$ 的余弦值.



（第 18 题图）

19. (12 分)

某品牌布娃娃做促销活动：已知有 50 个布娃娃，其中一些布娃娃里面有奖品，参与者可以先在 50 个布娃娃中购买 5 个. 看完 5 个布娃娃里面的结果再决定是否将剩下的布娃娃全部购买，设每个布娃娃有奖品的概率为 $p(0<p<1)$，且各个布娃娃是否有奖品相互独立.

(1)记 5 个布娃娃中有 1 个有奖品的概率为 $f(p)$，求 $f(p)$的最大值 p_0；

(2)假如这 5 个布娃娃中恰有 1 个有奖品，以上问中的 p_0 作为 p 的值. 已知每次购买布娃娃需要 2 元，若有中奖，则中奖者每次可得奖金 15 元. 以最终奖金的期望作为决策依据，是否该买下剩下所有的 45 个布娃娃；

(3)若已知50件布娃娃中有10个布娃娃有奖品，从这堆布娃娃中任意购买5个，若抽到k个有奖品可能性最大，求k的值.(k为正整数)

20. (12分)

已知F_1,F_2分别为椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左右焦点，点$P\left(\frac{\sqrt{6}}{2},\frac{1}{2}\right)$在椭圆$C$上，且$|PF_1|+|PF_2|=2\sqrt{2}$.

(1)求椭圆C的方程；

(2)设A为椭圆C的左顶点，过点F_2的直线l交椭圆C于M,N两点，记直线AM,AN的斜率分别为k_1,k_2，若$k_1+k_2=3$，求直线l方程.

21. (12分)

已知函数$f(x)=\ln x+ax+\sin x$，其中$x\in(0,\pi]$；

(1)判断函数$f(x)$是否存在极值，若存在，请判断是极大值还是极小值；若不存在，说明理由；

(2)讨论在$\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$上函数$f(x)$的零点个数.

(二)选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修4-4：坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=2t+\frac{1}{t}\\ y=2t-\frac{1}{t}\end{cases}$($t$为参数)，以坐标原点$O$为极点，$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系，圆$C_2:(x-2\sqrt{2})^2+y^2=8$.

(1)求C_1,C_2极坐标方程；

(2)若射线$\theta=\frac{\pi}{6}$分别与曲线C_1,C_2交于A,B两点，求$\triangle C_2AB$的面积.

23. [选修4-5：不等式选讲](10分)

已知函数$f(x)=|x-1|+|2x+4|$，$f(x)\leqslant M+3$的解集为$\{x|-4\leqslant x\leqslant 2\}$.

(1)求M；

(2)若正实数a,b,c满足$a+b+c=M$，求证$\frac{a^2+b^2}{c}+\frac{b^2+c^2}{a}+\frac{c^2+a^2}{b}\geqslant 12$.