答案

一．选择题 DABC DBCA

二．填空题 9. $-\frac{2}{a}$ 10. $3+4\sqrt{3}$ 11. $\frac{2015}{2016}$ 12. $\frac{64}{9}$.

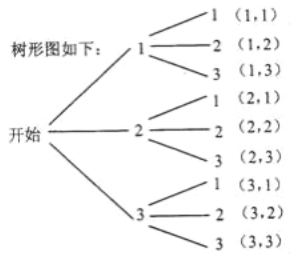
三．解答题

13.

【解答】解：（1）列表法如下：

	1	2	3
1	（1，1）	（1，2）	（1，3）
2	（2，1）	（2，2）	（2，3）
3	（3，1）	（3，2）	（3，3）

树形图如下：



（6分）

（2）不公平．

理由：因为两纸牌上的数字之和有以下几种情况：

1+1=2；2+1=3；3+1=4；1+2=3；2+2=4；3+2=5；1+3=4；2+3=5；3+3=6 共 9 种情况，其中 5 个偶数，4 个奇数．

即小依获胜的概率为$\frac{4}{9}$，而小钟获胜的概率为$\frac{5}{9}$，∴$\frac{5}{9}>\frac{4}{9}$，∴此游戏不公平．（12 分）

14. （1）设一次购买 x 套，则 $20-0.1(x-10)=16$，解得 $x=50$．

∴一次至少买 50 套，才能以最低价购买 ．（2分）

（2）当 $10<x\leqslant 50$ 时，$y=[20-0.1(x-10)-12]x=-0.1x^2+9x$ （4分）

当 $x>50$ 时，$y=(20-16)x=4x$．（6分） $\left(\text{或}y=\begin{cases}-0.1x^2+9x, & 10<x\leq 50,\\ 4x, & x>50.\end{cases}\right)$

（3） $y=-0.1x^2+9x=-0.1(x-45)^2+202.5$．

① 当 $10<x\leqslant 45$ 时，y 随 x 的增大而增大，即当卖的套数越多时，利润更大．

② 当 $45<x\leqslant 50$ 时，y 随 x 的增大而减小，即当卖的套数越多时，利润变小．

且当 $x=46$ 时，y_1=202.4，　　当 $x=50$ 时，y_2=200.

$y_1>y_2$．即出现了卖 46 套赚的钱比卖 50 套赚的钱多的现象．（10分）

当 $x=45$ 时，最低售价为 $20-0.1(45-10)=16.5$（元）．

∴为了不出现这种现象，在其他优惠条件不变的情况下，高一 A 班班长应把最低价每套 16 元至少提高到 16.5 元 ．（12分）

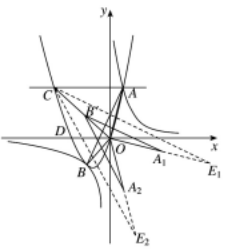
15．解：（1）因为点 A（1，4）在双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 上，

所以 k=4．故双曲线的函数表达式为 $y=\frac{4}{x}$．（2分）

设点 $B(t,\frac{4}{t})$，$t<0$，AB 所在直线的函数表达式为 $y=mx+n$，

则有

$\begin{cases}4=m+n,\\ \frac{4}{t}=mt+n,\end{cases}$　　解得 $m=-\frac{4}{t}$，$n=\frac{4(t+1)}{t}$．（4分）



（第 15 题）

于是，直线 AB 与 y 轴的交点坐标为 $\left(0,\frac{4(t+1)}{t}\right)$，故

$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times\frac{4(t+1)}{t}(1-t)=3$，整理得 $2t^2+3t-2=0$，解得 $t=-2$，或 $t=\frac{1}{2}$（舍去）．所以点 B 的坐标为（-2，-2）．（6分）

因为点 A，B 都在抛物线 $y=ax^2+bx$（$a>0$）上，所以 $\begin{cases}a+b=4,\\ 4a-2b=-2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,\\ b=3.\end{cases}$（7分）

（2）如图，因为 $AC//x$ 轴，所以 C（-4，4），于是 $CO=4\sqrt{2}$．又 $BO=2\sqrt{2}$，所以 $\frac{CO}{BO}=2$．

设抛物线 $y=ax^2+bx$（$a>0$）与 x 轴负半轴相交于点 D，则点 D 的坐标为（-3，0）．

因为 $\angle COD=\angle BOD=45°$，所以 $\angle COB=90°$．（8分）

（i）将△ BOA 绕点 O 顺时针旋转 90°，得到△ $B'OA_1$．这时，点 B'（-2，2）是 CO 的中点，点 A_1 的坐标为（4，-1）．延长 OA_1 到点 E_1，使得 $OE_1=2OA_1$，这时点 E_1（8，-2）是符合条件的点．（11分）

（ii）作△ BOA 关于 x 轴的对称图形△ $B'OA_2$，得到点 A_2（1，-4）；延长 OA_2 到点 E_2，使得 $OE_2=2OA_2$，这时点 E_2（2，-8）是符合条件的点．

所以，点 E 的坐标是（8，-2），或（2，-8）．　　……（14分）

16. (1)∵ $n^3-(n-1)^3=3n^2-3n+1$，∴当式中的 n 从1、2、3、…依次取到 n 时，就可得下列 n 个等式：（2分）

$1^3-0^3=3-3+1,2^3-1^3=3\times2^2-3\times2+1,3^3-2^3=3\times3^2-3\times3+1,\cdots\cdots$，

$n^3-(n-1)^3=3n^2-3n+1$，将这 n 个等式的左右两边分别相加得：

$$n^3=3\times(1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2)-3\times(1+2+3+\cdots+n)+n$$

即 $1^2+2^2+3^2+4^2+\cdots+n^2=\dfrac{n^3+3(1+2+3+\cdots+n)-n}{3}=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$。（5分）

(2)先求得 A、B 两点的坐标分别为 $(3,0)$、$(0,3)$，∴点 A_1、A_2、A_3、A_4、A_5、A_6、…、A_{n-1} 的横坐标分别为 $\dfrac{3}{n}$、$\dfrac{6}{n}$、$\dfrac{9}{n}$、…、$\dfrac{3(n-1)}{n}$，点 B_1、B_2、B_3、B_4、B_5、B_6、…、B_{n-1} 的纵坐标分别为 $-(\dfrac{3}{n})^2+2(\dfrac{3}{n})+3$、$-(\dfrac{6}{n})^2+2(\dfrac{6}{n})+3$、…、$-[\dfrac{3(n-1)}{n}]^2+2\times\dfrac{3(n-1)}{n}+3$。（7分）∴

$$S_1=\frac{9}{2n},S_2=\frac{9(n^2+2n-3)}{2n^3},S_3=\frac{9(n^2+4n-12)}{2n^3},\cdots,S_n=\frac{9[n^2+2(n^2-n)-3(n-1)^2]}{2n^3}$$

∴

$$S_1+S_2+S_3+\cdots+S_n=\frac{9\{n^3+2n(1+2+3+\cdots+n-1)-3[1^2+2^2+3^2+\cdots+(n-1)^2]\}}{2n^3}$$

$$=\frac{9[n^3+2n\times\dfrac{n(n-1)}{2}-3\times\dfrac{n(n-1)(2n-1)}{6}}{2n^3}=\frac{9(2n^2+n-1)}{4n^2}。\quad（9分）$$

∴①当 $n=90$ 时，

$$S_1+S_2+S_3+\cdots+S_{90}=\frac{9(2\times90^2+89)}{4\times90^2}=\frac{16289}{3600}；（11分）$$

②∵ $S_1+S_2+S_3+\cdots+S_n=\dfrac{9(2n^2+n-1)}{4n^2}=\dfrac{9}{2}+\dfrac{9}{4n}-\dfrac{9}{4n^2}$

∴当 n 取到无穷无尽时，上式的值等于 $\dfrac{9}{2}$，即所有三角形的面积和等于 $\dfrac{9}{2}$。（14分）