2018~2019学年广东广州天河区高一下学期期末理科数学试卷

一、选择题

（本大题共12小题，每小题5分，满分60分）

1 直线$\sqrt{3}x-y+1=0$的倾斜角是（　）.

A. $\frac{5\pi}{6}$　　B. $\frac{2\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{6}$

2 一份调查报告显示：某城市的居民消费支付方式有三种，分别为只用现金支付、只用非现金支付、两种都用．其中只用现金支付的概率为0.15，两种都用的概率为0.55，则只用非现金支付的概率为（　）.

A. 0.3　　B. 0.4　　C. 0.6　　D. 0.7

3 若△ABC的三个内角A，B，C满足$\sin A:\sin B:\sin C=5:11:13$，则△$ABC$的形状是（　）.

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 锐角三角形或钝角三角形

4 已知直线$l_1:x+2my-1=0$与直线$l_2:(m-2)x-my+2=0$平行，则实数m的值是（　）.

A. $\frac{3}{2}$　　B. $\frac{3}{2}$或0

C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{2}{3}$或0

5 下列结论中正确的是（ ）.

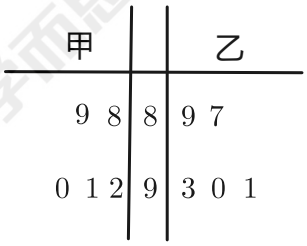
A. 若$x \neq 0$，则$x+\frac{1}{x} \geqslant 2$

B. 若$x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$，则$\cos x+\frac{4}{\cos x}$的最小值等于$4$

C. 若$ac^2 > bc^2$，则$a > b$

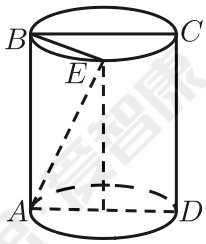
D. 若$a > b$，则$\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

6 甲、乙两位射击运动员的5次比赛成绩（单位：环）如茎叶图所示，则成绩较稳定（方差较小）的那位运动员成绩的方差为（ ）.



A. 5　　B. 4　　C. 3　　D. 2

7 如图，$ABCD$是圆柱的轴截面（过圆柱的轴作截面），E为弧BC的中点，若$AD=2$，$AB=4$，则异面直线AE与BC所成角的余弦值为（ ）.



A. $\frac{\sqrt{34}}{6}$　　B. $\frac{\sqrt{30}}{6}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{6}$

8 经过两直线$2x+y-8=0$与$x-2y+1=0$的交点，且在两坐标轴上的截距相等的直线方程为（ ）.

A. $x+y-5=0$　　B. $2x-3y=0$

C. $x+y-5=0$或$2x+3y=0$　　D. $x+y-5=0$或$2x-3y=0$

9 设l，m表示不同直线，α，β表示不同平面，则下列结论中正确的个数有（ ）.

①若$\alpha\perp\beta$，$l//\alpha$，则$l\perp\beta$

②若$l//\alpha$，$l\perp m$，$m\subset\beta$，则$\alpha\perp\beta$

③若$l//\alpha$，$l//m$，则$m//\alpha$

④若$\alpha//\beta$，$l//\alpha$，$l//m$，$m\not\subset\beta$，则$m//\beta$

A. 0个　　B. 1个　　C. 2个　　D. 3个

10 在$\triangle ABC$中，$AC=\sqrt{7}$，$BC=2$，$\angle B=60^\circ$，则BC边上的高为（ ）.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

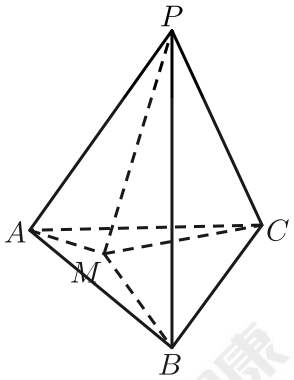
C. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{39}}{4}$

11 我国南北朝时期的数学家祖暅提出了计算几何体体积的祖暅原理：“幂势既同，则积不容异”．意思是两个等高的几何体，如果在同高处的截面积都相等，那么这两个几何体的体积相等．现有等高的三棱锥和圆锥满足祖暅原理的条件，若圆锥的侧面展开图是圆心角为120°、半径为3的扇形，由此推算三棱锥的体积为（ ）.

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$　　B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$

C. $\sqrt{2}\pi$　　D. $\frac{4\pi}{3}$

12 如图，在三棱锥$P-ABC$中，PA,PB,PC两两垂直，且$PA=3$，$PB=2$，$PC=1$．设M是底面ABC内一点，定义$f(M)=(m,n,p)$，其中m,n,p分别是三棱锥$M-PAB$，$M-PBC$，$M-PAC$的体积．若$f(M)=\left(\frac{1}{2},x,y\right)$，且$\frac{1}{x}+\frac{2a}{y}\geqslant 8$恒成立，则正实数$a$的最小值为（ ）.



A. 8　　B. 4　　C. 1　　D. $\frac{1}{2}$

二、填空题

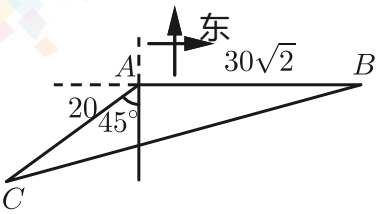
（本大题共4小题，每小题5分，满分20分）

13 函数$f(x)=\sqrt{x^2-3x-10}$的定义域为 _____ .

14 圆$x^2+y^2-2ay-3a^2=0$的半径长为 _____ .

15 已知球O的半径为R，A，B，C三点在球O的球面上，球心O到平面ABC的距离为$\frac{\sqrt{3}}{2}R$，$AB=AC=BC=2\sqrt{3}$，则球O的表面积为 _____ .

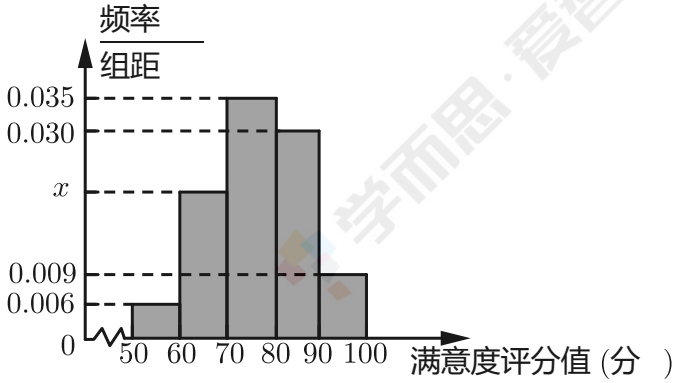
16 如图所示，位于A处的信息中心获悉：在其正东方向相距$30\sqrt{2}$海里的B处有一艘渔船遇险，在原地等待营救．信息中心立即把消息告知在其南偏西$45°$、相距20海里的C处的乙船，现乙船朝北偏东θ的方向沿直线CB前往B处救援，则$\cos\theta$的值为 _____ .



三、解答题

（本大题共6小题，满分70分）

17 某城市交通部门为了对该城市共享单车加强监管，随机选取了100人就该城市共享单车的推行情况进行问卷调查，并将问卷中的这100人根据其满意度评分值（百分制）按照$[50,60)$，$[60,70)$，$\cdots$，$[90,100]$分成5组，制成右图所示的频率分布直方图.



（1） 求图中x的值及这组数据的中位数（中位数结果精确到0.01）.

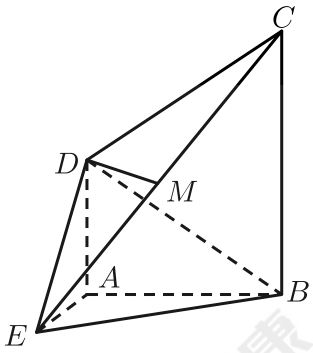
（2） 已知满意度评分值在$[50,60)$内的男生数与女生数的比为$2:1$，若在满意度评分值为$[50,60)$的人中随机抽取2人进行座谈，求2人均为男生的概率.

18 在$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，已知$c\cos B=(3a-b)\cos C$.

（1） 求$\sin C$的值.

（2） 若$b-a=2$，$c=2\sqrt{2}$，求$\triangle ABC$的面积.

19 如图，四棱锥$E-ABCD$中，$AD//BC$，$AD=AB=AE=\frac{1}{2}BC=1$，且$BC\perp$平面ABE，M为棱CE的中点.



（1） 求证：DM//平面ABE.

（2） 求证：平面CDE⊥平面CBE.

（3） 当四面体$D-ABE$的体积最大时，求点C到平面BDE的距离.

20 广州某一机械销售公司对本公司1至5月份销售某种机械配件的销售量及销售单价进行统计，销售单价x（万元）和销售量y（件）之间的一组数据如下表所示：

月份i	1	2	3	4	5
销售单价x_i（万元）	8	8.5	9	9.5	10
销售量y_i（件）	11	10	8	6	5

（1） 根据1至5月份的数据，求出y关于x的回归直线方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$.

（2） 预计在今后的销售中，销售量与销售单价仍然服从（1）中的关系.

① 若该公司8月份的销售量是16件，则估计当月该种机械配件的销售单价是多少?

② 若该种机械配件的成本是2.5万元/件，那么该配件的销售单价应定为多少万元才能获得最大利润?（注：利润=销售收入−成本）.

参考公式：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\cdot\overline{x}\cdot\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\cdot\overline{x}^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

21 已知圆C的圆心在x轴上，且过点$M\left(-3,2\sqrt{2}\right)$，$N(1,0)$.

(1) 求圆C的标准方程.

(2) 已知点Q的坐标为$(-4,3)$，求过点Q且与圆C的相切的切线方程.

(3) 设直线$y=x+m$与圆C相交于不同的两点A、B，那么以AB为直径的圆能否经过原点，若能，请求出m的值，若不能，请说明理由.

22 已知函数$f(x)=\dfrac{x^2+2x+a}{x}$，$a\in\mathbf{R}$.

(1) 当$a=4$时，求函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上的最小值.

(2) 若对任意$x\in[1,+\infty)$，$f(x)>a+2$恒成立，求a的取值范围.

(3) 解关于x的不等式$xf(x)<ax+3$.