

高级中学 2019 - 2020 学年第二学期期中测试

初三年级 数学试卷

考试时间：90 分钟 试卷满分：100 分

说明：请考生在答题卷指定区域按要求规范作答，考试结束上交答题卷。

一. 选择题（每题 3 分，12 小题，共 36 分）

1 下列各数中，（ ）是无理数.

A. 0

B. -2

C. $\frac{\pi}{2}$

D. 0.4

2 世界上最小的开花结果植物是澳大利亚的出水浮萍，这种植物的果实像一个微小的无花果，质量只有 0.0000000076 克，将数 0.0000000076 用科学记数法表示为（ ）

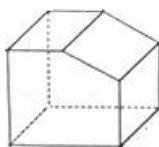
A. 7.6×10^{-9}

B. 7.6×10^{-8}

C. 7.6×10^9

D. 7.6×10^8

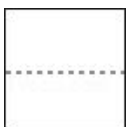
3 如图所示的几何体，它的左视图是（ ）



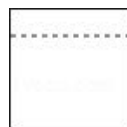
A.



B.



C.



D. 4. 下列运算正确的是（ ）

A. $2a^3 \div a = 6$

B. $(ab^2)^2 = ab^4$

C. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

5. 代数式 $\frac{\sqrt{x+1}}{x}$ 有意义的 x 的取值范围是（ ）

A. $x \geq -1$ 且 $x \neq 0$

B. $x \geq -1$

C. $x < -1$

D. $x > -1$ 且 $x \neq 0$

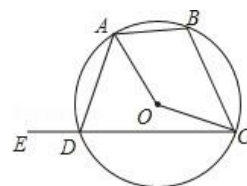
6. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， E 为 CD 延长线上一点，若 $\angle ADE = 110^\circ$ ，则 $\angle AOC$ 的度数是（ ）

A. 70°

B. 110°

C. 140°

D. 160°



7. 若一个多边形的内角和等于 1620° ，则这个多边形的边数为（ ）

A. 9

B. 10

C. 11

D. 12

8. 将抛物线 $y = (x+2)^2 - 5$ 向左平移 2 个单位，再向上平移 5 个单位，平移后所得抛物线的解析式为（ ）

A. $y = (x+4)^2$

B. $y = x^2$

C. $y = x^2 - 10$

D. $y = (x+4)^2 - 10$

9. 为响应承办“绿色奥运”的号召，九年级（1）班全体师生义务植树 300 棵。原计划每小时植树 x 棵，但由于参加植树的全体师生植树的积极性高涨，实际工作效率提高为原计划的 1.2 倍，结果

提前 20 分钟完成任务，则下面所列方程中，正确的是（ ）

A. $\frac{300}{x} - \frac{20}{60} = \frac{300}{1.2x}$

B. $\frac{300}{x} - \frac{300}{1.2x} = 20$

C. $\frac{300}{x} - \frac{300}{x+1.2x} = \frac{20}{60}$

D. $\frac{300}{x} = \frac{300}{1.2x} - \frac{20}{60}$

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，按以下步骤作图：

①分别以 B, C 为圆心，大于 $\frac{1}{2}BC$ 的长为半径作弧，两弧相交于两点

M, N ；

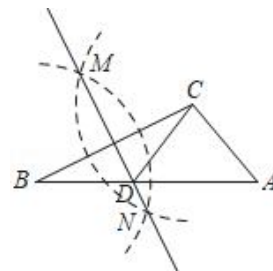
②作直线 MN 交 AB 于点 D ，连接 CD 。若 $CD=CA$ ， $\angle A=50^\circ$ ，
则 $\angle ACB$ 的度数为（ ）

A. 90°

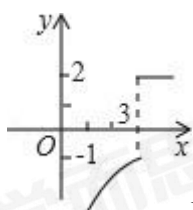
B. 95°

C. 100°

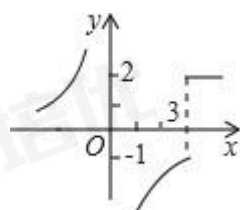
D. 105°



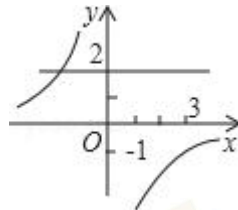
11. 定义新运算： $a \ast b = \begin{cases} a-1 & (a \leq b) \\ \frac{a}{b} & (a > b \text{ 且 } b \neq 0) \end{cases}$ ，则函数 $y=3 \ast x$ 的图象大致是（ ）



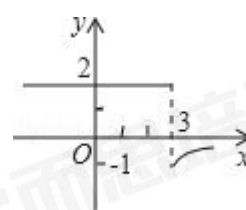
A.



B.



C.



D.

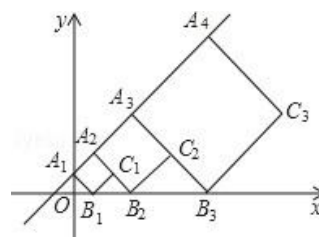
12. 正方形 $A_1B_1C_1A_2, A_2B_2C_2A_3, A_3B_3C_3A_4, \dots$ ，按如图所示的方式放置，点 $A_1A_2A_3, \dots$ 和点 $B_1B_2B_3, \dots$ 分别在直线 $y=x+1$ 和 x 轴上，则点 C_{2020} 的纵坐标是（ ）

A. 2^{2020}

B. 2^{2019}

C. $2^{2020} - 1$

D. $2^{2019} - 1$

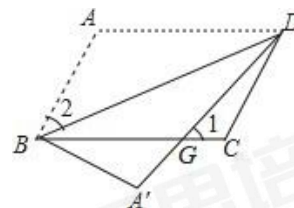


二. 填空题 (每题 3 分, 4 小题, 共 12 分)

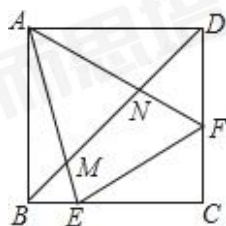
13. 因式分解： $(x-y)^2 - 6(x-y) + 9 = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 如果 x_1, x_2 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + x - k = 0$ 的两个实数根，那么 x_1x_2 的最大值为_____.

15. 如图，将平行四边形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折叠，使点 A 落在点 A' 处， $\angle 1 = \angle 2 = 48^\circ$ ，则 $\angle A'$ 的度数为_____.



- 16 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在线段 BC 、 CD 上运动, 且满足 $\angle EAF = 45^\circ$, AE 、 AF 分别与 BD 相交于点 M 、 N , 下列说法中: ① $BE + DF = EF$; ② 点 A 到线段 EF 的距离一定等于正方形的边长; ③ 若 $\tan \angle BAE = \frac{1}{2}$, 则 $\tan \angle DAF = \frac{1}{3}$; ④ 若 $BE = 2$, $DF = 3$, 则 $S_{\triangle AEF} = 15$. 其中结论正确的是_____。(将正确的序号填写在横线上)

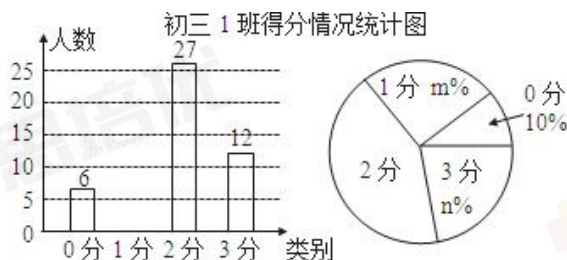


三. 解答题(本大题共 7 小题, 其中第 17 题 4 分, 第 18 题 5 分, 第 19 题 8 分, 第 20 题 8 分, 第 21 题 8 分, 第 22 题 9 分, 第 23 题 10 分, 共 52 分)

17. 计算: $(\pi - 1)^0 + (-\frac{1}{3})^{-1} + |\sqrt{3} - 1| - 3\tan 30^\circ$.

18. 先化简, 再求值: $\frac{a}{a-2} \div (\frac{a}{a-2} - \frac{4a}{a^2-4})$, 其中 $a = \sqrt{2} + 2$.

- 19 某次数学测验中, 一道题满分 3 分, 老师评分只给整数, 即得分只能为 0 分, 1 分, 2 分, 3 分. 李老师为了了解学生得分情况和试题的难易情况, 对初三(1)班所有学生的试题进行了分析整理, 并绘制了两幅尚不完整的统计图, 如图所示.



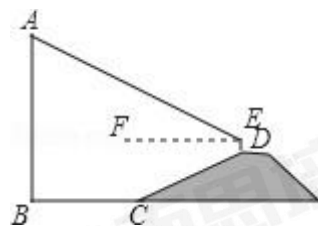
小知识: 难度系数的计算公式为: $L = \frac{X}{W}$, 其中 L 为难度系数, X 为样本平均数, W 为试题满分值.

《考试说明》指出: L 在 0.7 以上的题为容易题; 在 0.4 - 0.7 之间的题为中档题; L 在 0.2 - 0.4 之间的题为较难题.

解答下列问题:

- (1) $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$, 并补全条形统计图;
- (2) 在初三(1)班随机抽取一名学生的成绩, 求抽中的成绩为得分众数的概率;
- (3) 根据“小知识”, 通过计算判断这道题对于该班级来说, 属于哪一类难度的试题?

- 20 如图, AB 是垂直于水平面的建筑物, 为测量 AB 的高度, 小红从建筑物底端 B 出发, 沿水平方向行走了 52 米到达点 C , 然后沿斜坡 CD 前进, 到达坡顶 D 点处, $DC = BC$. 在点 D 处放置测角仪, 测角仪支架 DE 高度为 0.8 米, 在 E 点处测得建筑物顶端 A 点的仰角 $\angle AEF$ 为 27° (点 A , B , C , D 在同一平面内), 斜坡 CD 的坡度 (或坡比) $i = 1:2.4$, 求建筑物 AB 的高度. (精确到个位)



(参考数据: $\sin 27^\circ \approx 0.45$, $\cos 27^\circ \approx 0.89$, $\tan 27^\circ \approx 0.51$)

- 21 如图 1, 在 $\triangle OAB$ 和 $\triangle OCD$ 中, $OA=OB$, $OC=OD$, $\angle AOB=\angle COD=40^\circ$, 连接 AC , BD 交于点 M . 填空:

① $\frac{AC}{BD}$ 的值为_____; ② $\angle AMB$ 的度数为_____.

如图 2, 在 $\triangle OAB$ 和 $\triangle OCD$ 中, $\angle AOB=\angle COD=90^\circ$, $\angle OAB=\angle OCD=30^\circ$, 连接 AC 交 BD 的延长线于点 M . 请判断 $\frac{AC}{BD}$ 的值及 $\angle AMB$ 的度数, 并说明理由;

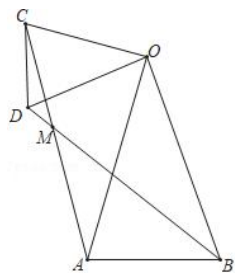


图1

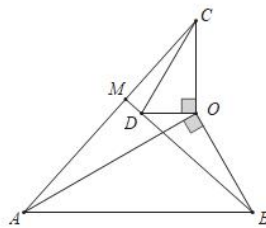
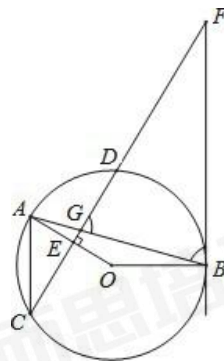


图2

- 22 如图, 在 $\odot O$ 中, 弦 AB 与弦 CD 相交于点 G , $OA \perp CD$ 于点 E , 过点 B 的直线与 CD 的延长线交于点 F , $AC \parallel BF$.

- (1) 若 $\angle FGB = \angle FBG$, 求证: BF 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $\tan \angle F = \frac{3}{4}$, $CD = a$, 请用 a 表示 $\odot O$ 的半径;
- (3) 求证: $GF^2 - GB^2 = DF \cdot GF$.



- 23 如图 1, 在平面直角坐标系中, 直线 $y=x+4$ 与抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$ (b, c 是常数) 交于 A 、

B 两点, 点 A 在 x 轴上, 点 B 在 y 轴上. 设抛物线与 x 轴的另一个交点为点 C .

- (1) 求该抛物线的解析式;
- (2) P 是抛物线上一动点 (不与点 A 、 B 重合),

①如图 2, 若点 P 在直线 AB 上方, 连接 OP 交 AB 于点 D , 求 $\frac{PD}{OD}$ 的最大值;

②如图 3, 若点 P 在 x 轴的上方, 连接 PC , 以 PC 为边作正方形 $CPEF$, 随着点 P 的运动, 正方形的大小、位置也随之改变. 当顶点 E 或 F 恰好落在 y 轴上, 直接写出对应的点 P 的坐标.

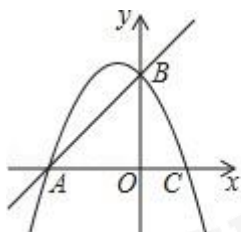


图1

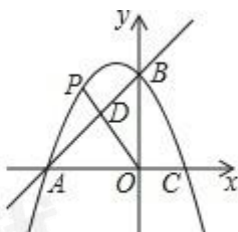


图2

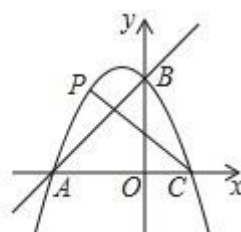


图3

2020 春季初三数学高级试卷答案

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	A	D	C	A	C	C	A	A	D	B	B

二、填空题

13	14	15	16
$(x-y-3)^2$	$\frac{1}{4}$	108°	①②③④

三、解答题

17、原式=-3

18、原式= $\frac{a+2}{a-2}$,将 $a=\sqrt{2}+2$ 代入得原式= $1+2\sqrt{2}$

19、(1) $m=25, n=20$,图略

(2) 该组数据中众数为 2, 所以概率为 45%

(3) $\frac{(0 \times 6 + 1 \times 15 + 2 \times 27 + 3 \times 12) \div 60}{3} \approx 0.58$, 所以为中档题

20、解：过点 E 作 $EM \perp AB$ 与点 M, 延长 ED 交 BC 于 G,

$\because$ 斜坡 CD 的坡度 (或坡比) $i=1:2.4$, $BC=CD=52$ 米,

$\therefore$ 设 $DG=x$, 则 $CG=2.4x$.

在 Rt $\triangle CDG$ 中,

$\because DG^2 + CG^2 = DC^2$, 即 $x^2 + (2.4x)^2 = 52^2$, 解得 $x=20$,

$\therefore DG=20$ 米, $CG=48$ 米,

$\therefore EG=20+0.8=20.8$ 米, $BG=52+48=100$ 米.

$\because EM \perp AB$, $AB \perp BG$, $EG \perp BG$,

$\therefore$ 四边形 EGBM 是矩形,

$\therefore EM=BG=100$ 米, $BM=EG=20.8$ 米.

在 Rt $\triangle AEM$ 中,

$\because \angle AEM=27^\circ$,

$\therefore AM=EM \cdot \tan 27^\circ \approx 100 \times 0.51=51$ 米,

$\therefore AB=AM+BM=51+20.8 \approx 72$ (米).

答: 建筑物 AB 的高度约为 72 米.

21、(1) ①1; ②40°;

(2) 如图 2, $\frac{AC}{BD} = \sqrt{3}$, $\angle AMB = 90^\circ$, 理由是:

Rt $\triangle COD$ 中, $\angle DCO = 30^\circ$, $\angle DOC = 90^\circ$,

$$\therefore \frac{OD}{OC} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{同理得: } \frac{OB}{OA} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \frac{OD}{OC} = \frac{OB}{OA},$$

$$\because \angle AOB = \angle COD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle BOD,$$

$$\therefore \triangle AOC \sim \triangle BOD,$$

$$\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{OC}{OD} = \sqrt{3}, \quad \angle CAO = \angle DBO,$$

$$\text{在 } \triangle AMB \text{ 中, } \angle AMB = 180^\circ - (\angle MAB + \angle ABM) = 180^\circ - (\angle OAB + \angle ABM + \angle DBO) = 90^\circ.$$

22、(1) 证明: $\because OA = OB$,

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA,$$

$$\because OA \perp CD,$$

$$\therefore \angle OAB + \angle AGC = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle FGB = \angle FBG, \quad \angle FGB = \angle AGC,$$

$$\therefore \angle FBG + \angle OBA = 90^\circ,$$

$$\text{即 } \angle OBF = 90^\circ,$$

$$\therefore OB \perp FB,$$

$$\because AB \text{ 是 } \odot O \text{ 的弦,}$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 在 } \odot O \text{ 上,}$$

$$\therefore BF \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线;}$$

(2) 解: $\because AC \parallel BF$,

$$\therefore \angle ACF = \angle F,$$

$$\because CD = a, \quad OA \perp CD,$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}a,$$

$$\therefore \tan F = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \tan \angle ACF = \frac{AE}{CE} = \frac{3}{4},$$

$$\text{即 } \frac{AE}{\frac{1}{2}a} = \frac{3}{4},$$

解得 $AE = \frac{3}{8}a$,

连接 OC ，设圆的半径为 r ，则 $OE = r - \frac{3}{8}a$ ，

在 $Rt\triangle OCE$ 中, $CE^2 + OE^2 = OC^2$,

$$\text{即 } \left(\frac{1}{2}a\right)^2 + \left(r - \frac{3}{8}a\right)^2 = r^2,$$

解得 $r = \frac{25}{48}a$;

(3) 证明: 连接 BD ,

$$\because \angle DBG = \angle ACF, \quad \angle ACF = \angle F \quad (\text{已证}),$$

$$\therefore \angle DBG = \angle F,$$

又 $\because \angle FGB = \angle BGF$,

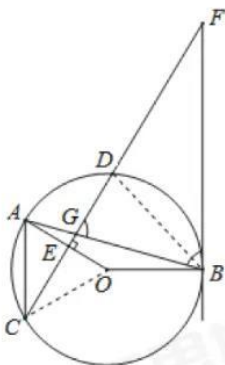
$$\therefore \triangle BDG \sim \triangle FBG,$$

$$\therefore \frac{DG}{GB} = \frac{GB}{GF},$$

即 $GB^2 = DG \cdot GF$,

$$\therefore GF^2 - GB^2 = GF^2 - DG \bullet GF = GF(GF - DG) = GF \bullet DF,$$

即 $GF^2 - GB^2 = DF \cdot GF$.



23、(1) $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$;

(2) 如图1, 作 $PF \parallel BO$ 交 AB 于点 F ,

$$\therefore \triangle PFD \sim \triangle OBD,$$

$$\therefore \frac{PD}{OD} = \frac{PF}{OB},$$

$\because OB$ 为定值,

$\therefore$ 当 PF 取最大值时, $\frac{PD}{OD}$ 有最大值,

设 $P(x, -\frac{1}{2}x^2 - x + 4)$, 其中 $-4 < x < 0$, 则 $F(x, x+4)$,

$$\therefore PF = y_P - y_F = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4 - (x + 4) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x,$$

$\because -\frac{1}{2} < 0$ 且对称轴是直线 $x = -2$,

$\therefore$ 当 $x = -2$ 时, PF 有最大值,

$$\text{此时 } PF = 2, \quad \frac{PD}{OD} = \frac{PF}{OB} = \frac{1}{2};$$

(3) $\because$ 点 $C(2, 0)$,

$$\therefore CO = 2,$$

(i) 如图2, 点 F 在 y 轴上时, 若 P 在第二象限, 过点 P 作 $PH \perp x$ 轴于 H ,

在正方形 $CPEF$ 中, $CP = CF$, $\angle PCF = 90^\circ$,

$$\because \angle PCH + \angle OCF = 90^\circ, \quad \angle PCH + \angle HPC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle HPC = \angle OCF,$$

$$\text{在 } \triangle CPH \text{ 和 } \triangle FCO \text{ 中, } \begin{cases} \angle HPC = \angle OCF \\ \angle PHC = \angle COF \\ PC = CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CPH \cong \triangle FCO(AAS),$$

$$\therefore PH = CO = 2,$$

$\therefore$ 点 P 的纵坐标为 2,

$$\therefore -\frac{1}{2}x^2 - x + 4 = 2,$$

解得, $x = -1 \pm \sqrt{5}$, $x = -1 + \sqrt{5}$ (舍去).

$$\therefore P_1(-1 - \sqrt{5}, 2),$$

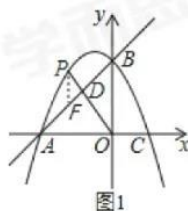


图1

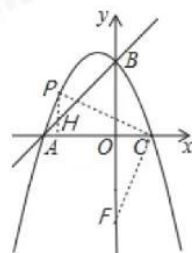


图2

如图 3，点 F 在 y 轴上时，若 P 在第一象限，

同理可得点 P 的纵坐标为 2，

此时 P_2 点坐标为 $(-1+\sqrt{5}, 2)$

(ii) 如图 4，点 E 在 y 轴上时，过点 $PK \perp x$ 轴于 K ，作 $PS \perp y$ 轴于 S ，

同理可证得 $\triangle EPS \cong \triangle CPK$ ，

$\therefore PS = PK$ ，

$\therefore P$ 点的横纵坐标互为相反数，

$$\therefore -\frac{1}{2}x^2 - x + 4 = -x,$$

解得 $x = 2\sqrt{2}$ (舍去)， $x = -2\sqrt{2}$ ，

$\therefore P_3(-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ ，

如图 5，点 E 在 y 轴上时，过点 $PM \perp x$ 轴于 M ，作 $PN \perp y$ 轴于 N ，

同理可证得 $\triangle PEN \cong \triangle PCM$ ，

$\therefore PN = PM$ ，

$\therefore P$ 点的横纵坐标相等，

$$\therefore -\frac{1}{2}x^2 - x + 4 = x,$$

解得 $x = -2+2\sqrt{3}$ ， $x = -2-2\sqrt{3}$ (舍去)，

$\therefore P_4(-2+2\sqrt{3}, -2+2\sqrt{3})$ ，

综合以上可得 P 点坐标为 $(-2+2\sqrt{3}, -2+2\sqrt{3})$ ， $(-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ ， $(-1+\sqrt{5}, 2)$ ， $(-1-\sqrt{5}, 2)$ 。

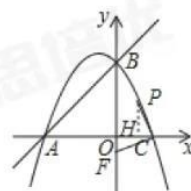


图3

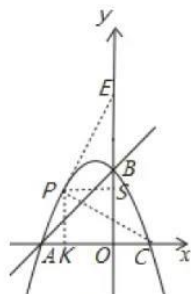


图4

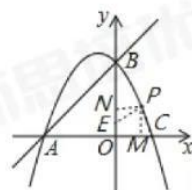


图5