2019-2020 学年八年级数学下册同步闯关练（人教版）

第十八章《平行四边形》

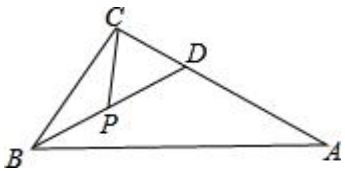
18.2 特殊的平行四边形



必刷基础题

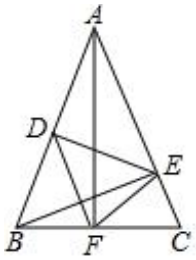
知识点 1：直角三角形斜边上的中线

【例 1】（2019 秋•颍州区期末）如图，在 ΔABC 中，$\angle ACB=90°$，$\angle ABC=60°$，BD 平分 $\angle ABC$，P 点是 BD 的中点，若 $AD=6$，则 CP 的长为(　　)

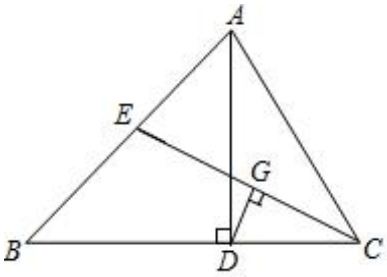


A．3　　B．3.5　　C．4　　D．4.5

【变式 1-1】（2019 秋•仪征市期末）如图，在 ΔABC 中，$AB=AC=12$，$BC=8$，BE 是高，且点 D、F 分别是边 AB、BC 的中点，则 ΔDEF 的周长等于____.



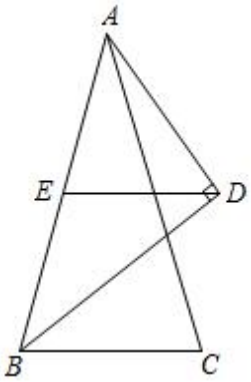
【变式 1-2】（2019 秋•浦东新区校级月考）已知：如图，在 ΔABC 中，AD 是边 BC 上的高，CE 是边 AB 上的中线，G 是 CE 的中点，$DG\perp CE$ 于点 G．求证：$\angle B=2\angle BCE$．



【变式 1-3】（2019 秋•南岸区校级期中）如图，在 ΔABC 中，$AB=AC$，BD 平分 $\angle ABC$，$AD\perp BD$ 于点 D．

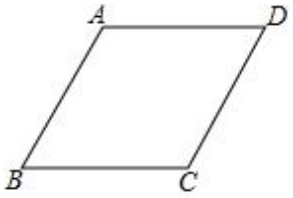
（1）若 $\angle C=74°$，求 $\angle BAD$ 的度数；

（2）点 E 为线段 AB 的中点，连接 DE．求证：$DE//BC$．



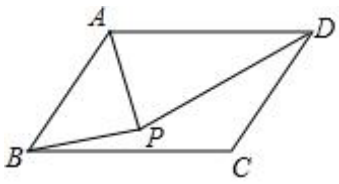
知识点 2：菱形的性质

【例 2】（2019 秋•贵阳期末）如图，将四根长度相等的细木条首尾相连，用钉子钉成四边形 $ABCD$，转动这个四边形，使它形状改变．当 $AB=2$，$\angle B=60°$ 时，AC 的长是（　　）



A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{6}$　　C．$2\sqrt{2}$　　D．2

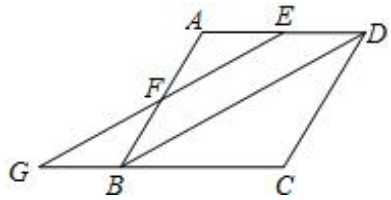
【变式 2-1】（2019 秋•柳州期末）如图，在菱形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$\angle C=120°$，点 P 是平面内一点，且 $\angle APB=90°$，则 DP 的最小值为____．



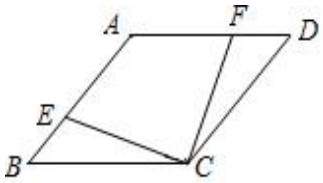
【变式 2-2】（2020 春•海淀区校级月考）如图，菱形 $ABCD$ 中，E，F 分别为 AD，AB 上的点，且 $AE=AF$，连接并延长 EF，与 CB 的延长线交于点 G，连接 BD．

（1）求证：四边形 $EGBD$ 是平行四边形；

（2）连接 AG，若 $\angle FGB=30°$，$GB=AE=2$，求 AG 的长．



【变式 2-3】（2019 秋•太原期末）已知：如图，菱形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在 AB，AD 边上，$AE=AF$，连接 CE，CF．求证：$\angle AEC=\angle AFC$．

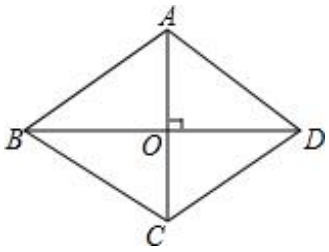


知识点 3：菱形的判定

【例 3】(2019 春•北海期末)平面直角坐标系中，四边形 $ABCD$ 的顶点坐标分别是 $A(-3,0)$，$B(0,2)$，$C(3,0)$，$D(0,-2)$，则四边形 $ABCD$ 是(　　)

A．矩形　　B．菱形　　C．正方形　　D．平行四边形

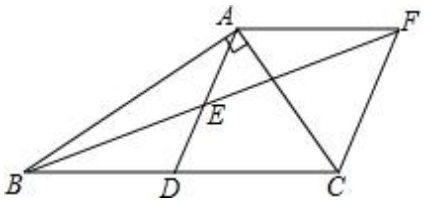
【变式 3-1】(2019 春•丹江口市期中）如图，四边形 $ABCD$ 是对角线互相垂直的四边形，且 $OB=OD$，请你添加一个适当的条件_____，使四边形 $ABCD$ 是菱形．（只需添加一个即可）



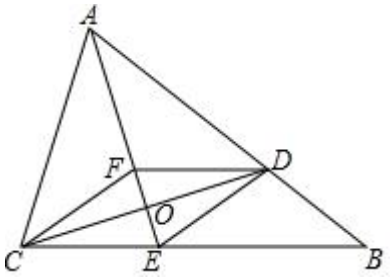
【变式 3-2】(2019 春•兰陵县期末）在 RtΔABC 中，$\angle BAC=90°$，D 是 BC 的中点，E 是 AD 的中点，过点 A 作 $AF//BC$ 交 BE 的延长线于点 F，连接 CF．

（1）求证：$AF=BD$．

（2）求证：四边形 $ADCF$ 是菱形．



【变式 3-3】(2019 春•沙坪坝区校级月考)如图，在ΔABC中，点D是AB边上一点，$AC=AD$，连接CD．点O是CD中点，连接AO并延长AO交BC于点E，连接ED．过点D作$DF//BC$交AE于点F，连接CF．求证：四边形$CEDF$是菱形．



知识点 4：菱形的判定与性质

【例 4】(2018 春•青龙县期末）下列说法中，错误的是(　　)

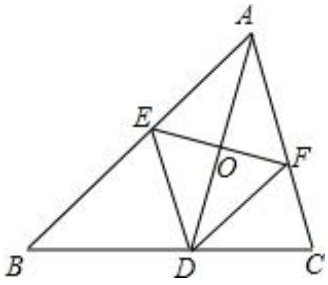
A．对角线互相垂直的四边形是菱形

B．对角线互相平分的四边形是平行四边形

C．菱形的对角线互相垂直

D．平行四边形的对角线互相平分

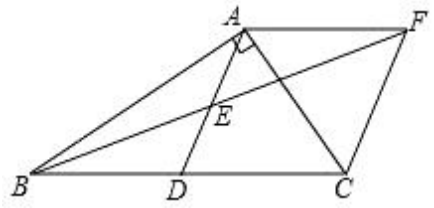
【变式 4-1】(2019 春•密山市期末）如图，AD是ΔABC的角平分线，$DE//AC$交AB于E，$DF//AB$交AC于F．且AD交EF于O，则$\angle AOF=$____度．



【变式 4-2】（2020•雨花区校级模拟）如图，在 RtΔABC 中，$\angle BAC=90°$，D 是 BC 的中点，E 是 AD 的中点，过点 A 作 $AF//BC$ 交 BE 的延长线于点 F .

（1）求证：四边形 $ADCF$ 是菱形；

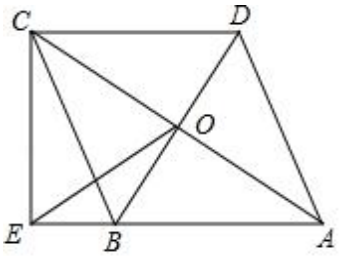
（2）若 $AC=12$，$AB=16$，求菱形 $ADCF$ 的面积.



【变式 4-3】(2019 秋•兰州期末)如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、BD 交于点 O，$AB//DC$，$AB=BC$，BD 平分 $\angle ABC$，过点 C 作 $CE\perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E，连接 OE .

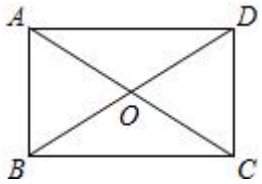
（1）求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

（2）若 $AB=2\sqrt{5}$，$BD=4$，求 OE 的长.



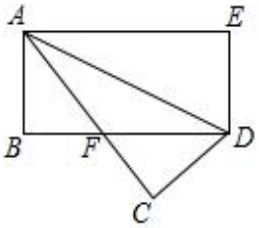
知识点 5：矩形的性质

【例 5】（2019 秋•儋州期末）如图，在矩形 $ABCD$ 中，AC 与 BD 交于点 O，若 $AB=3$，$AC=6$，则 $\angle AOD$ 等于（　　）



A．90°　　B．100°　　C．110°　　D．120°

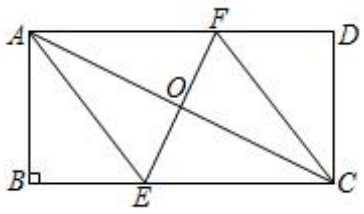
【变式 5-1】（2019 秋•曹县期末）如图，四边形 $ABDE$ 是长方形，$AC\perp DC$ 于点 C，交 BD 于点 F，$AE=AC$，$\angle ADE=62°$，则 $\angle BAF$ 的度数为____.



【变式 5-2】（2020•东城区校级模拟）如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 O 为对角线 AC 的中点，过点 O 作 $EF\perp AC$ 交 BC 于点 E，交 AD 于点 F，连接 AE，CF.

（1）求证：四边形 $AECF$ 是菱形；

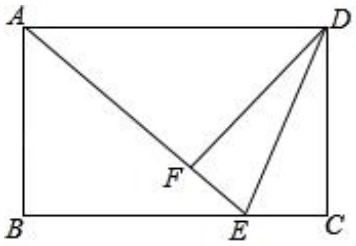
（2）连接 OB，若 $AB=8$，$AF=10$，求 OB 的长.



【变式 5-3】（2019•香坊区三模）如图，矩形 $ABCD$ 中，点 E 是 BC 上一点，$AE=AD$，$DF\perp AE$ 于 F，连接 DE．

（1）求证：$DF=DC$；

（2）在不添加任何辅助线的情况下，请直接写出图中四对线段，使每对中较长线段与较短线段长度的差等于线段 AF 的长．



知识点 6：矩形的判定

【例 6】（2018 秋•高碑店市期末）下列说法正确的是（　　）

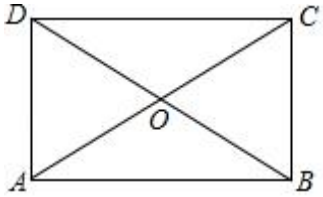
A．对角线相等且互相垂直的四边形是菱形

B．对角线相等的四边形是矩形

C．对角线互相平分且相等的四边形是菱形

D．对角线互相平分且相等的四边形是矩形

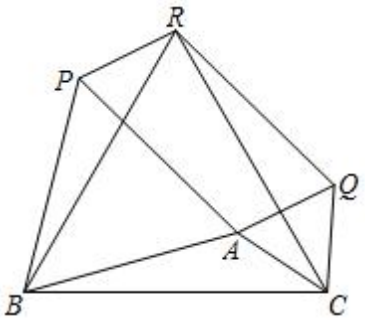
【变式 6-1】（2019 春•西城区校级期中）在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于点 O 且 AC，BD 互相平分，若添加一个条件使得四边形 $ABCD$ 是矩形，则这个条件可以是____（填写一个即可）．



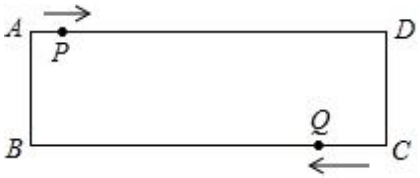
【变式 6-2】（2019 春•望花区校级月考）以 ΔABC 的三边为边在 BC 的同一侧作等边 ΔABP，等边 ΔACQ，等边 ΔBCR.

（1）四边形 $QRPA$ 是平行四边形吗？若是，请证明；若不是，请说明理由.

（2）当 ΔABC 满足什么条件时，四边形 $QRPA$ 是矩形？请说明理由.

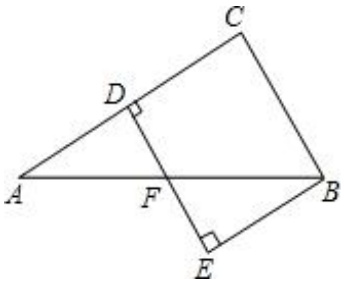


【变式 6-3】（2019 春•西湖区校级月考）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4cm$，$AD=12cm$；P 点在 AD 边上以每秒 $1cm$ 的速度从 A 向 D 运动，点 Q 在 BC 边上，以每秒 $4cm$ 的速度从 C 点出发，在 CB 间往返运动，两点同时出发，待 P 点到达 D 点为止，求经过多长时间四边形 $ABQP$ 为矩形？



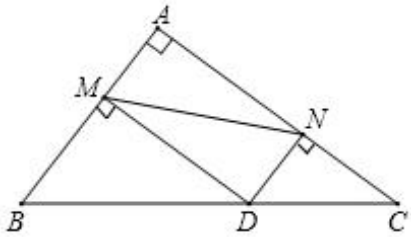
知识点 7：矩形的判定与性质

【变式 7-1】（2019•金台区一模）如图，ΔABC 中，AC 的中垂线交 AC 、AB 于点 D 、F ，$BE \perp DF$ 交 DF 延长线于点 E ，若 $\angle A=30°$ ，$BC=2$ ，$AF=BF$ ，则四边形 $BCDE$ 的面积是（　　）



A．$2\sqrt{3}$　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$3\sqrt{3}$　　D．$3\sqrt{2}$

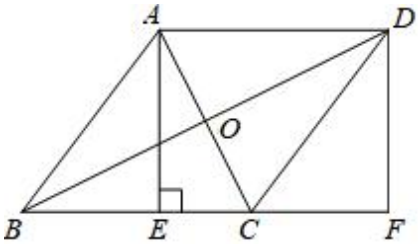
【变式 7-2】（2019 秋•朝阳区校级期末）如图，在 $\mathrm{Rt}\Delta ABC$ 中，$\angle BAC=90°$，且 $BA=6$，$AC=8$，点 D 是斜边 BC 上的一个动点，过点 D 分别作 $DM \perp AB$ 于点 M ，$DN \perp AC$ 于点 N ，连接 MN ，则线段 MN 的最小值为____.



【变式 7-3】（2019 秋•沈河区期末）如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC ，BD 交于点 O ，过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E ，延长 BC 至 F ，使 $CF=BE$ ，连接 DF .

（1）求证：四边形 $AEFD$ 是矩形；

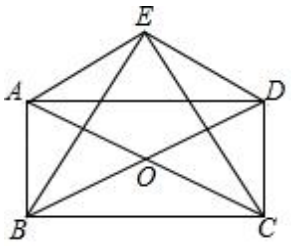
（2）若 $AC=10$ ，$\angle ABC=60°$ ，则矩形 $AEFD$ 的面积是____.



【变式 7-4】（2019 春•蓟州区期中）如图，已知 E 为 $\square ABCD$ 外一点，$AE \perp EC$ ，$BE \perp ED$ ，AC ，BD 相交于点 O .

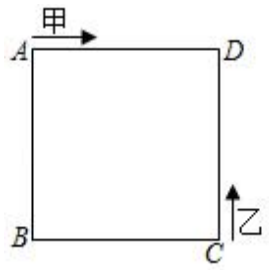
（1）求证：四边形 $ABCD$ 是矩形；（提示：连接 OE）

（2）若 $AE=3$ ，$\angle EAC=60°$ ，求 BD 的长



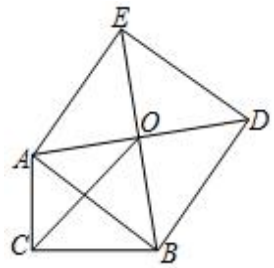
知识点 8：正方形的性质

【例 8】（2020•浙江自主招生）如图所示，甲、乙两动点分别从正方形 $ABCD$ 的顶点 A，C 同时沿正方形的边开始移动，甲点依顺时针方向环行，乙点依逆时针方向环行，若乙的速度是甲的速度的 4 倍，则它们第 2009 次相遇在边(　　)

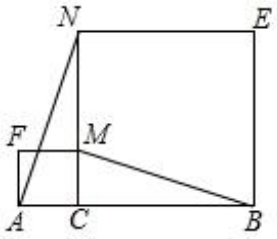


A．AB 上　　B．BC 上　　C．CD 上　　D．DA 上

【变式 8-1】（2020 春•沙坪坝区校级月考）如图所示，在 RtΔABC 中，$\angle ACB=90°$，以斜边 AB 为边向外作正方形 $ABDE$，且正方形的对角线交于点 O，连接 OC．已知 $AC=5\sqrt{2}$，$OC=12$，则另一直角边 BC 的长为____．（提示：分别过 O 向 CA、CB 作垂线）



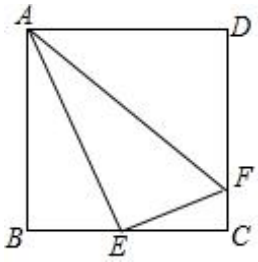
【变式 8-2】（2020 春•海沧区校级月考）如图，已知点 C 为线段 AB 上一点，四边形 $ACMF$ 、$BCNE$ 是两个正方形．求证：$AN=BM$ ．



【变式 8-3】（2019 春•江岸区校级月考）如图，在正方形 $ABCD$ 中，E 为 BC 的中点，F 是 CD 上一点，且 $CF=\frac{1}{4}CD$，求证：

（1）$\angle AEF=90°$；

（2）$\angle BAE=\angle EAF$ ．



知识点 9：正方形的判定

【例 9】（2019 秋•毕节市期末）下列叙述，错误的是(　　)

A．对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形

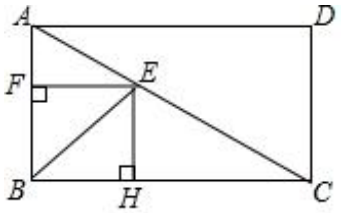
B．对角线互相垂直平分的四边形是菱形

C．对角线互相平分的四边形是平行四边形

D．对角线相等的四边形是矩形

【变式 9-1】（2017 春•西城区校级期中）四边形 $ABCD$ 中，已知 $\angle A=\angle B=\angle C=90°$，再添加一个条件，使得四边形 $ABCD$ 为正方形，可添加的条件是_____.

【变式 9-2】(2018 春•三亚期末)如图，在矩形 $ABCD$ 中，$\angle ABC$ 的平分线交对角线 AC 于点 E，作 $EF\perp AB$，$EH\perp BC$，垂足分别为 F，H．求证：四边形 $BHEF$ 是正方形.

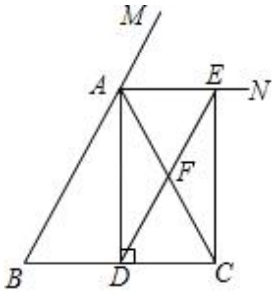


【变式 9-3】（2011 春•雨花区校级期中）已知：如图在 ΔABC 中，$AB=AC$，$AD\perp BC$，垂足为 D，AN 是 ΔABC 的外角 $\angle CAM$ 的平分线，$CE\perp AN$ 于 E，连结 DE 交 AC 于 F．

（1）试判断四边形 $ADCE$ 的形状，并说明理由.

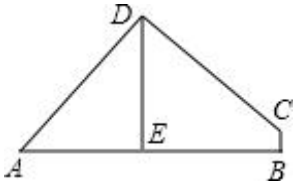
（2）求证：$DF//AB$，$DF=\frac{1}{2}AB$；

（3）当 ΔABC 是什么三角形时，四边形 $ADCE$ 是一个正方形？并说明理由.



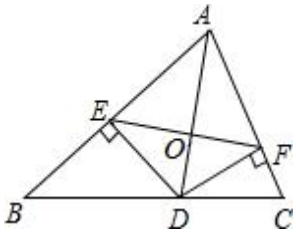
知识点 10：正方形的判定与性质

【例 10】（2019•德州一模）如图，四边形 $ABCD$ 中，$AD=DC$，$\angle ADC=\angle ABC=90°$，$DE\perp AB$，若四边形 $ABCD$ 面积为 16，则 DE 的长为(　　)



A．3　　B．2　　C．4　　D．8

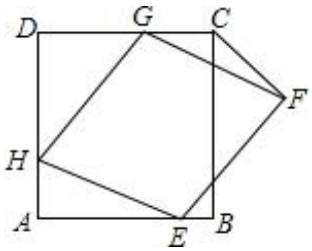
【变式 10-1】（2019 春•岳麓区校级期中）如图，AD 是 ΔABC 的角平分线，DE，DF 分别是 ΔBAD 和 ΔACD 的高，得到下列四个结论：①$OA=OD$；②$AD\perp EF$；③当 $\angle A=90°$ 时，四边形 $AEDF$ 是正方形；④$AE+DF=AF+DE$．其中正确的是____（填序号）．



【变式 10-2】（2012•青羊区一模）如图，正方形 $ABCD$ 边长为 6．菱形 $EFGH$ 的三个顶点 E、G、H 分别在正方形 $ABCD$ 的边 AB、CD、DA 上，且 $AH=2$，连接 CF．

（1）当 $DG=2$ 时，求证：菱形 $EFGH$ 为正方形；

（2）设 $DG=x$，试用含 x 的代数式表示 ΔFCG 的面积．



【变式 10-3】(2019 秋•城固县期中)如图，正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 O，过点 C 作 $CE//BD$，过点 D 作 $DE//AC$，CE 与 DE 交于点 E.

求证：四边形 $OCED$ 是正方形.

