2019-2020 学年八年级数学下册同步必刷题闯关练（人教版）

第十八章《平行四边形》

18.2 特殊的平行四边形



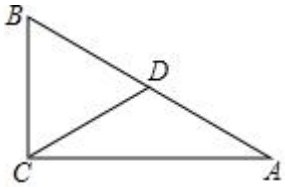
必刷提高题

知识点 1：直角三角形斜边上的中线

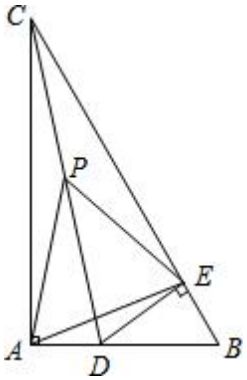
【例 1】（2020•浙江自主招生）已知直角三角形两条直角边上的中线长分别为 9 和 12，则其斜边上的中线长为(　　)

A．15　　B．$\sqrt{15}$　　C．$3\sqrt{5}$　　D．3

【变式 1-1】(2019 春•成都期末)如图，RtΔABC 中，$\angle ACB=90°$，$\angle A=30°$，点 D 是 AB 的中点，$BC=2cm$，则 $CD=$____cm．



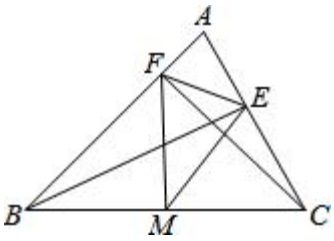
【变式 1-2】（2019 秋•无锡期末）如图，RtΔABC 中，$\angle CAB=90°$，$\angle ACB=30°$，D 是 AB 上一点（不与 A、B 重合），$DE\perp BC$ 于 E，若 P 是 CD 的中点，请判断 ΔPAE 的形状，并说明理由．



【变式 1-3】（2019 秋•江都区期中）如图，在 ΔABC 中，$CF \perp AB$ 于 F，$BE \perp AC$ 于 E，M 为 BC 的中点，$BC=10$，$EF=4$．

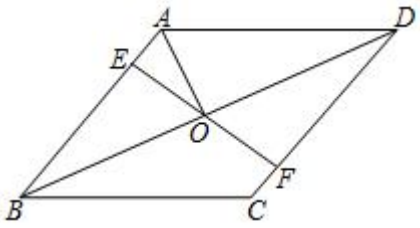
（1）求 ΔMEF 的周长：

（2）若 $\angle ABC=50°$，$\angle ACB=60°$，求 $\angle EMF$ 的度数．



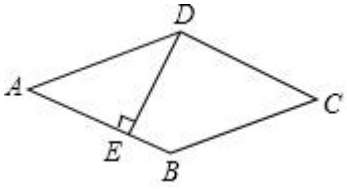
知识点 2：菱形的性质

【例 2】（2020•锦江区模拟）如图，在菱形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在 AB，CD 上，且 $AE=CF$，连接 EF 交 BD 于点 O，连接 AO．若 $\angle DBC=25°$，则 $\angle OAD$ 的度数为（　　）



A．50°　　B．55°　　C．65°　　D．75°

【变式 2-1】（2019 秋•龙泉驿区期末）如图，在菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=45°$，DE 是 AB 边上的高，$BE=2$，则 AB 的长是____．



【变式 2-2】（2019 秋•平房区期末）如图 1，ΔABC 中，$\angle ACB=90°$，E 是 AB 的中点，ED 平分 $\angle BEC$ 交 BC 于点 D，F 在 DE 延长线上且 $AF=AE$．

（1）求证：四边形 $ACEF$ 是平行四边形；

（2）如图 2，若四边形 $ACEF$ 是菱形，连接 FC，BF，FC 与 AB 交于点 H，连接 DH，在不添加任何辅助线的情况下，请直接写出图 2 中的所有等边三角形．

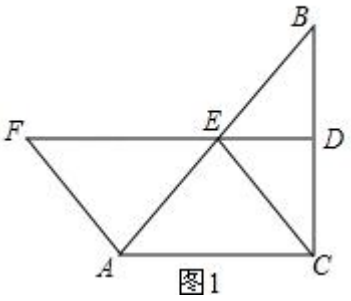


图1

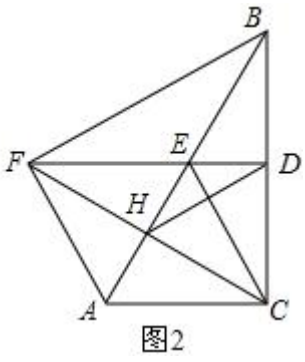
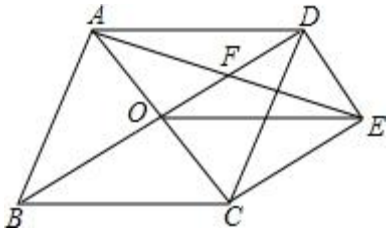


图2

【变式 2-3】（2019 春•赣榆区期中）如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC、BD 相交于点 O，过点 D 作 $DE//AC$ 且 $DE=\frac{1}{2}AC$，连接 CE、OE，连接 AE 交 OD 于点 F．

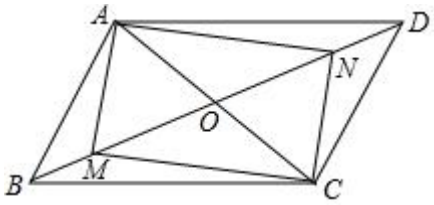
（1）求证：$OE=CD$；

（2）若菱形 $ABCD$ 的边长为 2，$\angle ABC=60°$．求 AE 的长．



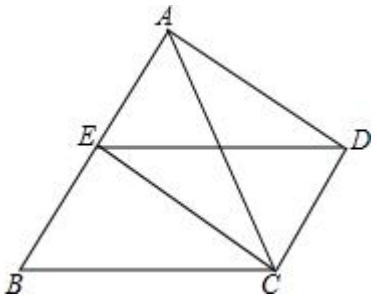
知识点 3：菱形的判定

【例 3】（2020•枣阳市校级模拟）如图，在 $\square ABCD$ 中，M，N 是 BD 上两点，$BM=DN$，连接 AM，MC，CN，NA，添加一个条件，使四边形 $AMCN$ 是菱形，这个条件是（　　）



A．$OM=\frac{1}{2}AC$　　B．$MB=MO$　　C．$BD\perp AC$　　D．$\angle AMB=\angle CND$

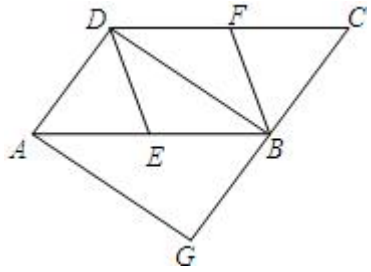
【变式 3-1】（2018 春•张店区期末）已知，如图，ΔABC 中，E 为 AB 的中点，$DC//AB$，且 $DC=\frac{1}{2}AB$，请对 ΔABC 添加一个条件：____，使得四边形 $BCDE$ 成为菱形．



【变式 3-2】（2019•揭西县模拟）如图，在 $\square ABCD$ 中，E、F 分别为边 AB、CD 的中点，BD 是对角线，过点 A 作 $AG//DB$ 交 CB 的延长线于点．

（1）求证：$\Delta ADE\cong\Delta CBF$；

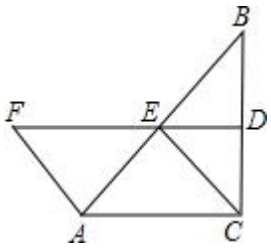
（2）若 $\angle G=90°$，求证：四边形 $DEBF$ 是菱形．



【变式 3-3】(2019 春•襄汾县期末)在 ΔABC 中，$\angle ACB=90°$，BC 的垂直平分线 DE 交 BC 于点 D，交 AB 于点 E，点 F 在 DE 上，且 $AF=CE=AE$，

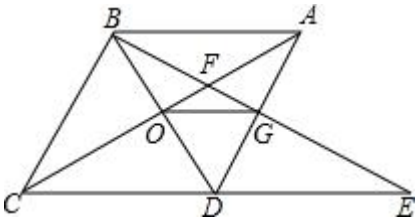
(1) 求证：四边形 $ACEF$ 是平行四边形；

(2) 当 $\angle B$ 满足什么条件时，四边形 $ACEF$ 是菱形？并说明理由.



知识点 4：菱形的判定与性质

【例 4】(2019 春•西湖区校级期中) 如图，菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=60$，AC 与 BD 交于点 O，E 为 CD 延长线上的一点，且 $CD=DE$，连结 BE 分别交 AC，AD 于点 F、G，连结 OG，则下列结论：①$2OG=AB$；②与 ΔEGD 全等的三角形共有 5 个；③$S_{四边形ODGF}>S_{\Delta ABF}$；④由点 A、B、D、E 构成的四边形是菱形，其中正确的是(　　)



A．①④　　B．①③④　　C．①②③　　D．②③④

【变式 4-1】(2018 春•沈河区校级期中)如图，在 RtΔABC 中，$\angle BAC=90°$，$\angle ABC$ 的平分线交 AC 于 D.过点 A 作 $AE\perp BC$ 于 E，交 BD 于 G，过点 D 作 $DF\perp BC$ 于 F，过点 G 作 $GH//BC$，交 AC 于点 H，则下列结论：

①$\angle BAE=\angle C$；

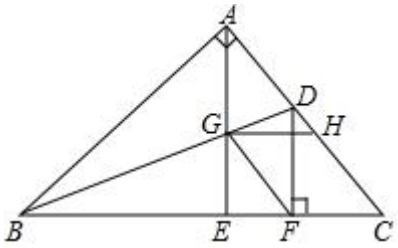
②$S_{\Delta ABG}:S_{\Delta EBG}=AB:BE$；

③ $\angle ADF = 2\angle CDF$；

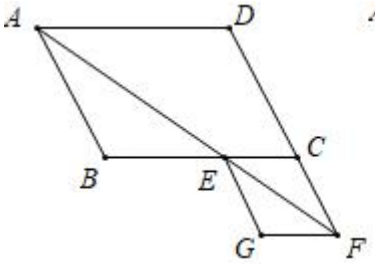
④四边形 $AGFD$ 是菱形；

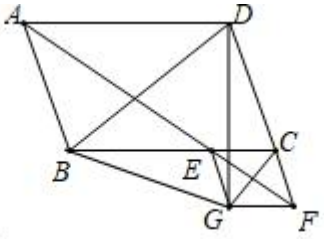
⑤ $CH = DF$ ．

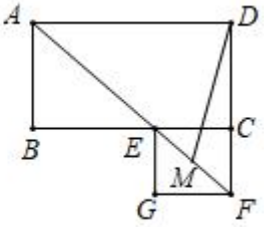
其中正确的结论是____．



【变式 4-2】（2020•新都区模拟）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E，交 DC 的延长线于 F，以 EC、CF 为邻边作平行四边形 $ECFG$ ．







（1）证明平行四边形 $ECFG$ 是菱形；

（2）若 $\angle ABC = 120°$，连结 BG、CG、DG，

①求证：$\Delta DGC \cong \Delta BGE$；

②求 $\angle BDG$ 的度数；

（3）若 $\angle ABC = 90°$，$AB = 8$，$AD = 14$，M 是 EF 的中点，求 DM 的长．

【变式 4-3】（2019 春•秦淮区期末）已知：如图，在$\square ABCD$中，G、H分别是AD、BC的中点，E、O、F分别是对角线BD上的四等分点，顺次连接G、E、H、F．

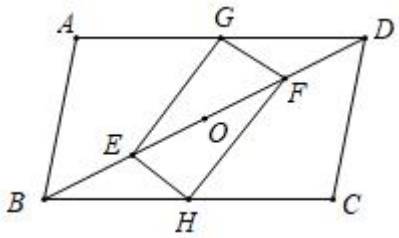
（1）求证：四边形$GEHF$是平行四边形；

（2）当$\square ABCD$满足____条件时，四边形$GEHF$是菱形；

（3）若$BD=2AB$，

①探究四边形$GEHF$的形状，并说明理由；

②当$AB=2$，$\angle ABD=120°$时，直接写出四边形$GEHF$的面积．



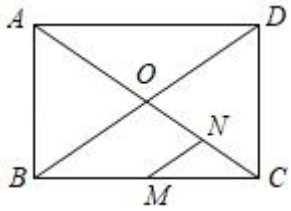
知识点 5：矩形的性质

【例 5】（2020 春•宜兴市校级月考）下列性质中，矩形不一定具有的是(　　)

A．对角线相等　　B．对角线互相平分

C．4 个内角相等　　D．一条对角线平分一组对角

【变式 5-1】（2020 春•九龙坡区校级月考）如图，在矩形$ABCD$中，AC，BD交于点O，M、N分别为BC、OC的中点．若$BD=8$，则MN的长为____．

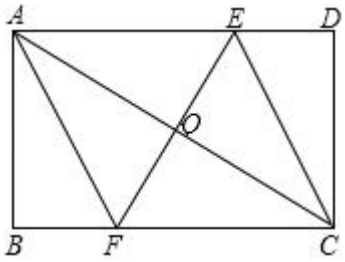


【变式 5-2】（2019•莘县一模）如图，在矩形$ABCD$中，E，F分别为边AD，BC上的点，$AE=CF$，

对角线 AC 平分 $\angle ECF$.

（1）求证：四边形 $AECF$ 为菱形.

（2）已知 $AB=4$ ， $BC=8$ ，求菱形 $AECF$ 的面积.

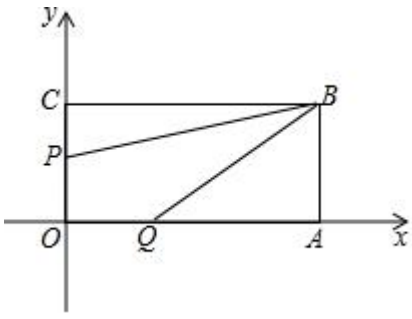


【变式 5-3】（2019 秋•榕城区期中）如图长方形 $OABC$ 的位置如图所示，点 B 的坐标为 $(8,4)$ ，点 P 从点 C 出发向点 O 移动，速度为每秒 1 个单位；点 Q 同时从点 O 出发向点 A 移动，速度为每秒 2 个单位，设运动时间为 $t(0,\ t,\ 4)$

（1）填空：点 A 的坐标为__(8,0)__，点 C 的坐标为____，点 P 的坐标为____.（用含 t 的代数式表示）

（2）当 t 为何值时， P 、 Q 两点与原点距离相等？

（3）在点 P 、 Q 移动过程中，四边形 $OPBQ$ 的面积是否变化？说明理由.



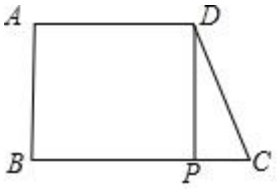
知识点 6：矩形的判定

【例 6】（2020•闵行区一模）要判断一个四边形门框是否为矩形，在下面四个拟定方案中，正确的方案是（ ）

A．测量对角线是否相互平分　　B．测量两组对边是否分别相等

C．测量对角线是否互相垂直　　D．测量其中三个角是否是直角

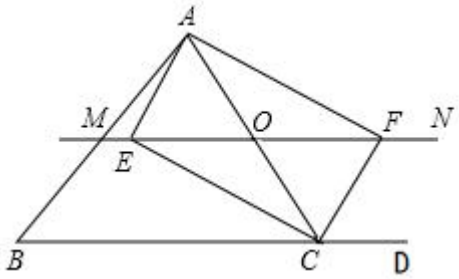
【变式 6-1】（2017 春•苍溪县期末）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD//BC$，$AB\perp BC$，$AB=4cm$，$AD>AB$，$CD=5cm$，点 P 从点 C 出发沿边 CB 以每秒 $1cm$ 的速度向点 B 运动，____秒后四边形 $ABPD$ 是矩形．



【变式 6-2】（2019 春•宽城区校级期末）如图，在 ΔABC 中，点 O 是边 AC 上一个点，过点 O 作直线 $MN//BC$ 分别交 $\angle ACB$、外角 $\angle ACD$ 的平分线于点 E、F．

（1）若 $CE=8$，$CF=6$，求 OC 的长；

（2）连接 AE、AF．问：当点 O 在边 AC 上运动到什么位置时，四边形 $AECF$ 是矩形？证明你的结论．

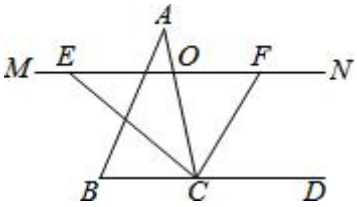


【变式 6-3】（2019 秋•重庆月考）如图，在 ΔABC 中，点 O 是 AC 边上的一动点，过 O 作直线 $MN//BC$，

设 MN 交 $\angle BCA$ 的平分线于点 E，交 $\angle BCA$ 的外角平分线于点 F．

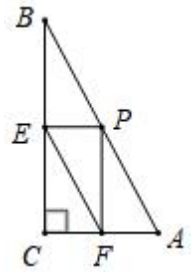
（1）求证：$EO=FO$；

（2）当 O 点运动到何处时，四边形 $AECF$ 是矩形？并证明你的结论．



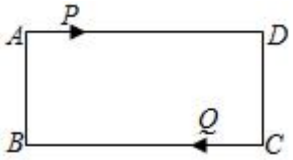
知识点 7：矩形的判定与性质

【例 7】（2019•红花岗区校级二模）如图，直角三角形 ABC 中，$AC=2$，$BC=4$，P 为斜边 AB 上一动点，$PE\perp BC$，$PF\perp CA$，则线段 EF 长的最小值为（　　）



A．$\sqrt{5}$　　B．2　　C．$\frac{4}{5}\sqrt{5}$　　D．$\frac{3}{2}$

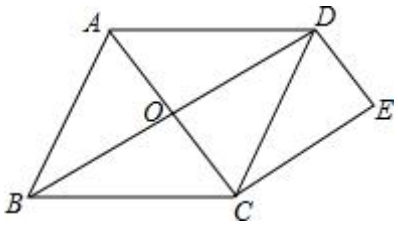
【变式 7-1】（2019 春•东湖区校级月考）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4cm$，$AD=12cm$，点 P 从点 A 向点 D 以每秒 $1cm$ 的速度运动，Q 以每秒 $4cm$ 的速度从点 C 出发，在 B、C 两点之间做往返运动，两点同时出发，点 P 到达点 D 为止（同时点 Q 也停止），这段时间内，当运动时间为_____时，P、Q、C、D 四点组成矩形．



【变式 7-2】(2019 春•邵东县期末)如图,已知菱形 $ABCD$ 中,对角线 $ACBD$ 相交于点 O,过点 C 作 $CE//BD$,过点 D 作 $DE//AC$, CE 与 DE 相交于点 E.

(1)求证:四边形 $CODE$ 是矩形.

(2)若 $AB=5$, $AC=6$,求四边形 $CODE$ 的周长.



知识 8:正方形的性质

【例 8】(2020•深圳模拟)在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中, P 为 AB 上的一动点, E 为 AD 中点, PE 交 CD 延长线于 Q,过 E 作 $EF\perp PQ$ 交 BC 的延长线于 F,则下列结论:

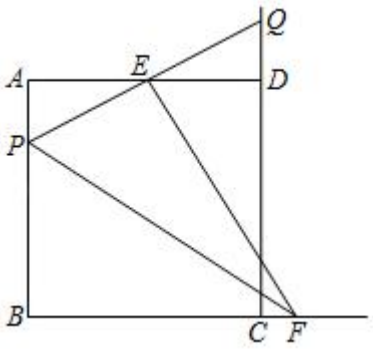
①$\Delta APE\cong\Delta DQE$;

②$PQ=EF$;

③当 P 为 AB 中点时, $CF=\sqrt{2}$;

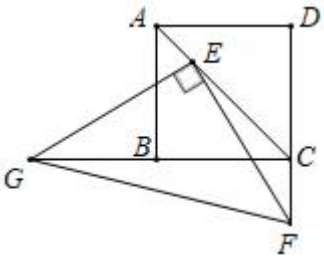
④若 H 为 QC 的中点,当 P 从 A 移动到 B 时,线段 EH 扫过的面积为 1,

其中正确的有(　　)



A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

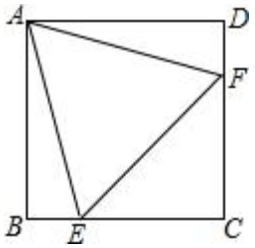
【变式 8-1】（2019 秋•蚌埠期末）如图，正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 上有一点 E，且 $CE=4AE$，点 F 在 DC 的延长线上，连接 EF，过点 E 作 $EG\perp EF$，交 CB 的延长线于点 G，若 $AB=5$，$CF=2$，则线段 BG 的长是____.



【变式 8-2】（2019 秋•吉安县期末）如图，在正方形 $ABCD$ 中，等边 ΔAEF 的顶点 E、F 分别在 BC 和 CD 上.

（1）求证：$\Delta ABE\cong\Delta ADF$；

（2）若等边 ΔAEF 的周长为 6，求正方形 $ABCD$ 的边长.

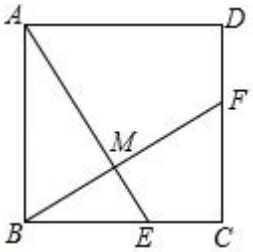


【变式 8-3】（2019•红塔区三模）如图，正方形 $ABCD$ 中，点 E、F 分别是边 BC、CD 上的点，且 $BE=CF$，

求证：

（1） $AE=BF$ ；

（2） $AE\perp BF$.



知识点 9：正方形的判定

【例 9】（2019 春•南京月考）下列说法错误的是(　　)

A．对角线互相平分的四边形是平行四边形

B．对角线相等的平行四边形是矩形

C．对角线互相垂直平分的四边形是菱形

D．对角线相等且垂直的四边形是正方形

【变式 9-1】（2018 春•宿豫区期末）在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ．要使四边形 $ABCD$ 是正方形，还需添加一组条件．下面给出了五组条件：① $AB=AD$ ，且 $AC=BD$ ；② $AB\perp AD$ ，且 $AC\perp BD$ ；③ $AB\perp AD$ ，且 $AB=AD$ ；④ $AB=BD$ ，且 $AB\perp BD$ ；⑤ $OB=OC$ ，且 $OB\perp OC$ ．其中正确的是____（填写序号）.

【变式 9-2】（2019 春•番禺区期中）如图，以 ΔABC 的三边为边分别作等边 ΔACD 、 ΔABE 、 ΔBCF

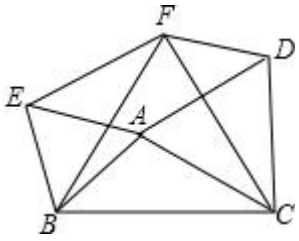
（1）求证： $\Delta EBF\cong\Delta DFC$ ；

（2）求证：四边形 $AEFD$ 是平行四边形；

（3）①ΔABC 满足__ $AB=AC$ __时，四边形 $AEFD$ 是菱形．（无需证明）

②ΔABC 满足_____时，四边形 $AEFD$ 是矩形．（无需证明）

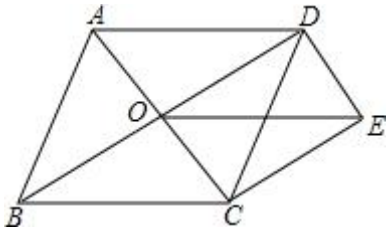
③ΔABC 满足_____时，四边形 $AEFD$ 是正方形．（无需证明）



【变式 9-3】(2017 春•江津区期末)如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、BD 相交于点 O，$DE//AC$，$CE//BD$，连接 OE．

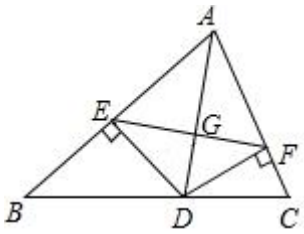
（1）求证：$OE=CD$；

（2）探究：当 $\angle ABC$ 等于多少度时，四边形 $OCED$ 是正方形？并证明你的结论．



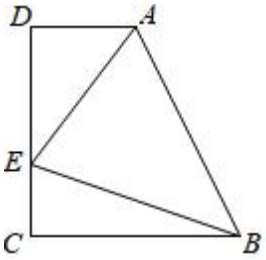
知识点 10：正方形的判定与性质

【例 10】（2018 春•梁子湖区期中）如图，AD 是 ΔABC 的角平分线，$DE \perp AB$ 于点 E，$DF \perp AC$ 于点 F，连接 EF 交 AD 于 G．有以下四个结论：①$GA = GD$；②$AD \perp EF$；③当 $\angle BAC = 90°$ 时，四边形 $AEDF$ 是正方形；④ $AE^2 + DF^2 = AF^2 + DE^2$．其中正确的是（　　）



A．②③　　B．②④　　C．①③④　　D．②③④

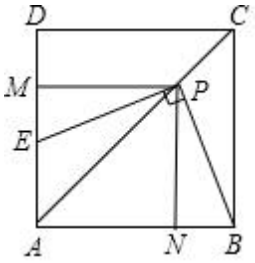
【变式 10-1】（2019•湖北模拟）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD//BC(BC > AD)$，$\angle D = 90°$，$\angle ABE = 45°$，$BC = CD$，若 $AE = 5$，$CE = 2$，则 BC 的长度为____．



【变式 10-2】（2018 春•平定县期末）如图，已知正方形 $ABCD$，P 是对角线 AC 上任意一点，$PM \perp AD$，$PN \perp AB$，垂足分别为点 M 和 N，$PE \perp PB$ 交 AD 于点 E．

（1）求证：四边形 $MANP$ 是正方形；

（2）求证：$EM = BN$．



【变式 10-3】如图所示，有四个动点 P，Q，E，F 分别从正方形 $ABCD$ 的四个顶点出发，沿着 AB，BC，

CD，DA 以同样速度向 B，C，D，A 各点移动.

（1）试判断四边形 $PQEF$ 是否是正方形，并证明；

（2）PE 是否总过某一定点，并说明理由.

